

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی

گروه فوتونیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته‌ی فوتونیک گرایش مخابرات

عنوان فارسی

نقش درهمتنیدگی در تداخل‌سنج ماخ-زندر

The Role of Entanglement in Mach-Zender Interferometer

اساتید راهنما

دکتر مصطفی صحرایی

دکتر محمدعلی جعفری زاده

پژوهشگر

فرزام نصرتی

تابستان ۹۳

تقدیم بہ خانوادہ ام

کہ ہمیشہ در تمام مراحل زندگی

پشتیان من بوده اند.

پاسکزاری

سپاس خدای را کہ سخنوران، در ستودن او بانند و شمارندگان، شمردن نعمت های او ندانند و کوشندگان، حق او را

گزاردن نتوانند. بسنی شایسته است کہ از زحمات اساتید کراتقدرم دکتر محمد علی جعفری زاده و دکتر مصطفی صحرائی

کمال تشکر را بہ عمل آورم. بہمنین از دوستان عزیزم کہ ہمیشہ یاور من در مراحل زندگی بودند بسی پاسکذارم.

نام خانوادگی دانشجو: نصرتی	نام: فرزاد
عنوان پایانامه: نقش درهمنیدگی در تداخل سنج ماخ-زندر	
اساتید راهنما: دکتر مصطفی صحرایی، دکتر محمد علی جعفری زاده	
<p>مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد      رشته: فوتونیک      گرایش: مخابرات      دانشگاه: تبریز</p> <p>دانشکده: پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی تاریخ فارغ التحصیلی: تابستان ۹۳      تعداد صفحات: ۹۹</p>	
کلید واژه: درهمنیدگی، حساسیت فاز، گروه‌های دورانی، باند کوانتومی کرامر-راو، اطلاعات فیشر کوانتومی	
<p><b>چکیده:</b> تخمین فاز در سیستم‌های کوانتومی مانند سیستم‌های ایتیکی از اهمیت بسیار زیادی برخوردار است. از این رو تخمین فاز با روش‌های مختلف برای رسیدن با دقت حداکثری در حالت‌های خالص کیوبیت‌های کاملاً مستقل و درهمنیدگی پیشینه بررسی می‌شود. این سیستم اختلاف فاز سنج نوری می‌تواند هر سیستم تداخل سنج (مانند ماخ-زندر) باشد. با استفاده از روش تخمین پیشینه و روش SLD تابع تخمین گر محاسبه می‌شود آنگاه می‌توان باند کوانتومی کرامر-راو و عملگر مثبت اندازه‌گیری کمینه و اطلاعات فیشر کوانتومی را محاسبه کرد، در نتیجه واریانس یا حساسیت فاز به عنوان پارامتری که روی آن تخمین زده می‌شود بدست خواهد آمد. محاسبه واریانس فاز یا به عبارتی دیگر حساسیت فاز به روش عملگری توسط نوسانگر شوینگری نیز در حالت تابش از تک پورت، تابش از دو پورت، حالت NOON، حالت فشرده و تداخل سنج‌ها ماخ زندر و تداخل سنج‌های <math>SU(1,1)</math> بررسی خواهد شد. مقدار درهمنیدگی فوتون‌ها توسط اندازه‌گیری هندسی در حالت‌های با تعداد فوتون محدود و درهمنیدگی دو مد در همه حالت‌ها با استفاده آنتروپی فان-نیومن که توسط تداخل سنج در حالت خالص تولید می‌شود محاسبه می‌شود. در نهایت روابط بین مقدار درهمنیدگی و حساسیت فاز در هر حالت بررسی می‌شود.</p>	

# فهرست مطالب

فصل اول : بررسی منابع	۲.....
فصل دوم: مواد و روشها	۱۱.....
۱-۲ نگرش مکانیک کوانتومی و تداخل سنج ماخ-زندر	۱۱.....
۲-۱-۱ تداخل سنج ماخ-زندر و گروههای دورانی	۱۲.....
۲-۱-۲ روش تکانه زاویهای در محاسبه حساسیت فاز	۱۷.....
۳-۱-۲ حالت‌های تولید شده توسط جداکننده پرتو	۱۹.....
۴-۱-۲ مقدمه بر حالت فشرده	۲۰.....
۵-۱-۲ حالت فشرده و تداخل سنج ماخ زندر	۲۵.....
۶-۱-۲ تداخل سنج $SU(1,1)$	۲۵.....
۲-۲ نظریه تخمین کوانتومی	۲۸.....
۱-۲-۲ تعاریف مقدماتی	۲۸.....
۲-۲-۲ نظریه تخمین کوانتومی	۳۰.....
۳-۲-۲ برآورد بیشینه	۳۳.....

۳۵.....	نظریه درهمتنیدگی .....	۳-۲
۳۵.....	تعریف درهمتنیدگی .....	۲-۳-۱
۳۸.....	وان نیومن آنتروپی و مقدار درهمتنیدگی .....	۲-۳-۲
۴۰.....	محاسبه هندسی مقدار درهمتنیدگی .....	۳-۳-۲
۴۷.....	فصل سوم: بحث و نتایج .....	
۴۹.....	حالت نخست: تابش تک-ورودی و دو ورودی .....	۱-۳
۵۴.....	تابش از یک ورودی .....	۳-۱-۱
۵۶.....	تابش تعداد فوتون یکسان از دو ورودی تداخل سنج .....	۲-۱-۳
۶۰.....	حالت دوم: حالت NOON .....	۲-۳
۶۳.....	حالت سوم: استفاده از حالت فشرده در تداخل سنج ماخ-زندر .....	۳-۳
۶۹.....	حالت چهارم: حساسیت فاز و تداخل سنج $SU(1,1)$ .....	۴-۳
۷۱.....	تخمین فاز به روش نظریه تخمین کوانتومی .....	۵-۳
۷۲.....	حالت اول : فوتونهای ناهمبسته .....	۱-۵-۳
۷۴.....	حالت دوم : حالت NOON .....	۲-۵-۳

۷۸.....	تخمین فاز به روش برآورد بیشینه	۶-۳
۷۸.....	حالت اول : فوتونهای ناهمبسته	۳-۶-۱
۸۲.....	حالت دوم : حالت NOON	۲-۶-۳
۸۵ .....		پیوستها
۸۵.....	پیوست ۱: محاسبه مقدار درهمتنیدگی فوتونها خروجی از تداخل سنج	۱-۴
۸۶.....	پیوست دوم: محاسبات اثر تداخلسنج بر روی حالت‌های فشرده	۲-۴
۸۶.....	حالت اول : تولید درهمتنیدگی در عبور از تداخل سنج	۱-۲-۴
۸۸.....	حالت دوم: از بین رفتن درهمتنیدگی دو مد در اثر عبور از جداکننده پرتو	۲-۲-۴
۹۲.....	محاسبه حساسیت فاز حالت‌های فشرده	۳-۴
۹۳.....	محاسبه خطای اندازه‌گیری در روش برآورد بیشینه	۴-۴
۹۴.....		فهرست منابع :

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۲: شماتیک تداخل سنج ماخ زندر [۱] ..... ۱۲
- شکل ۲-۲: شماتیک جدا کننده پرتو ..... ۱۵
- شکل ۳-۲: حالت‌های مختلف عبور جفت فوتون از جداکننده پرتو [۳۴] ..... ۱۹
- شکل ۴-۲: تایش نور فشرده به تداخل سنج ماخ زندر [۳] ..... ۲۵
- شکل ۵-۲: تداخل سنج  $SU(1,1)$  [۳] ..... ۲۶
- شکل ۱-۳: تداخل سنج حالت NOON ..... ۶۱

## فهرست نمودارها

- نمودار ۱-۳: مقادیر درهمتنیدگی  $E$  تابعی از اختلاف تعداد فوتون  $m$  و اختلاف فاز اعمال شده  $s = \sin 2\varphi/2$  ..... ۵۴
- نمودار ۲-۳: مقادیر درهمتنیدگی ( $E$ ) بین دو مد، در حالت فوتونهای ناهمبسته (یک تا پنج فوتون) با اختلاف فاز  $S$  ..... ۵۵
- نمودار ۳-۳: تغییرات درهمتنیدگی ۲ تا ۱۰ فوتون بر حسب اختلاف فاز اعمال شده ..... ۵۸
- نمودار ۴-۳: تغییرات درهمتنیدگی بر حسب تعداد فوتون ..... ۵۹
- نمودار ۵-۳: حساسیت فاز حالت‌های مختلف ..... ۶۶
- نمودار ۶-۳: مقدار درهمتنیدگی بر حسب پارامتر فشرده‌گی ..... ۶۸
- نمودار ۷-۳: تغییرات درهمتنیدگی بر حسب اختلاف تعداد فوتونها در دو مد تداخل-سنج با پارامتر فشرده‌گی ( $r = 0.5$ ) ..... ۷۱
- نمودار ۸-۳: واریانس فاز بر حسب زاویه فضایی  $\theta$  ..... ۸۱



# فهرست جداول

جدول ۱-۳: مقادیر مختلف درهمنیدگی در حالت فوتونهای ناهمبسته..... ۵۶

جدول ۲-۳: مقادیر مختلف درهمنیدگی فوتونهای همبسته خروجی از تداخل سنج..... ۶۰

# فصل اول:

بررسی منابع

## ۱ فصل اول : بررسی منابع

تداخل سنج به عنوان یک سیستم فیزیکی از اهمیت بسیاری در تخمین و اندازه‌گیری فاز نور برخوردار است. از این رو انواع تداخل سنج ها جهت اندازه‌گیری فاز نور طراحی شده‌اند. رهیافت کوانتومی نور در بررسی تداخل سنج (برای بهبود حساسیت فاز)، به شدت به مطالعه ویژگی‌های بنیادی کوانتومی ذرات وابسته است. همچنین عدم قطعیت در چارک‌های<sup>۱</sup> کوانتومی، در هر حالت مختلف کوانتومی (مانند حالت فشرده) باعث می‌شود که حساسیت فاز بهبود یابد [۱]. کاو<sup>۲</sup> (۱۹۸۱) نشان داد وقتی که فوتون‌ها در حالت فشرده از دو ورودی تداخل‌سنج وارد می‌شوند حساسیت فاز با  $1/\bar{n}$  متناسب است که  $\bar{n}$  میانگین تعداد فوتون‌های تابشی است، چرا که در حالت فشرده مقدار عدم قطعیت دو چارک فاز و شدت نور مساوی نیستند. استفاده از این ویژگی در حالت غیرکلاسیکی فشرده، منجر به دقت بیشتری در تخمین فاز می‌شود. البته این حالت فشرده توسط محیط‌های غیر خطی تولید می‌شود [2]. یورک<sup>۳</sup> و مکال<sup>۴</sup> (۱۹۸۶) بر مبنای نظریه گروه<sup>۵</sup> (گروه لی<sup>۶</sup>)، تداخل سنج‌های

---

<sup>1</sup> Quadrature

<sup>2</sup> Cave

<sup>3</sup> Yurk

<sup>4</sup> Macall

<sup>5</sup> Group theory

<sup>6</sup> Lie-group

ماخ زندر<sup>۱</sup> و فابری پرو<sup>۲</sup> را بررسی کردند. چنین محاسباتی برای سیستم تداخل سنج ماخ-زندر بر مبنای گروه  $SU(2)$  (گروه دورانها در فضای سه بعدی) انجام شد. در حالتی که فوتونها مستقل از هم هستند حساسیت فاز به صورت  $1/\sqrt{n}$  بدست آمد که آن را "محدودیت استاندارد"<sup>۳</sup> نامیدند. همچنین در همان مقاله حساسیت فاز برای ذرات همبسته در حدود  $1/N$  بدست آمد که آن را نیز "محدودیت هایزنبرگی"<sup>۴</sup> نامیدند. در نوع دیگری از تداخل سنجها که محیط غیر خطی "ترکیب چهار موج"<sup>۵</sup>، (جایگزین جداکننده پرتو شده است) برای بررسی از فرمول بندی گروه  $SU(1,1)$  استفاده شد و حساسیت فاز در حدود  $1/N$  بدست آمد [۳]. سکالی<sup>۶</sup> و داوولین<sup>۷</sup> (۱۹۹۳) با استفاده از تئوری "کوانتیده کردن دوم"<sup>۸</sup> و اثر دادن عملگرهای خلق کننده و نابود کننده فوتون محدودیت اندازه گیری فاز را برای آمار بوز-انیشتین در تداخل سنج ماخ-زندر محاسبه کردند [۴]. داوولین (1998) نشان داد اگر ذرات همبسته از دو ورودی وارد شود خطای اندازه گیری در حدود "حد هایزنبرگی" می شود این محاسبات برای اسپین نیمه صحیح و صحیح بررسی شد [۵].

اندازه گیری و دقت اندازه گیری در فرآیندهای فیزیکی از قوانین فیزیکی تبعیت می کنند. همچنین در ابعاد

---

<sup>1</sup> Mach-Zehender

<sup>2</sup> Fabry-Perot

<sup>3</sup> Shot noise limited

<sup>4</sup> Heisenberg limited

<sup>5</sup> Four wave mixing

<sup>6</sup> Scally

<sup>7</sup> Dowling

<sup>8</sup> Scene Quantization

کوچک بر مبنای مکانیک کوانتومی دقت اندازه‌گیری با اندازه‌گیری‌های مختلف محدود می‌شود، به عبارتی دیگر اندازه‌گیری‌های مختلف دقت اندازه‌گیری مختلفی را در پی خواهد داشت. شاید بنیادی‌ترین مسئله در استنباط آمار کوانتومی نظریه اطلاعات کوانتومی، ساخت ماتریس چگالی یک سیستم کوانتومی، روی پایه‌هایی با تعداد محدود از مشاهده پذیرهای کوانتومی باشد. به علت توجه روز افزون به محاسبات کوانتومی و کنترل کوانتومی توانایی بازیافت بیشینه مقدار اطلاعات در مورد یک حالت کوانتومی بر اساس کمترین تعداد اندازه‌گیری یکی از مهمترین موضوعات است. نظریه تخمین کوانتومی<sup>۱</sup> به دنبال بهترین رهیافت برای تخمین یک یا چند پارامتر تصادفی سیستم است. مکان و سرعت ذره در سیستم‌های مکانیکی را می‌توان پارامتر تصادفی سیستم در نظر گرفت. همچنین در سیستم‌های مخابرات نوری پارامتر تصادفی سیستم، را می‌توان دامنه یا فاز نوری در نظر گرفت. که از مودولاتورهای نوری خارج می‌شود. مسئله تخمین پارامتر تصادفی، مانند فاز بر آن شده است که با کمک گرفتن از نظریه تخمین کوانتومی پارامتر تصادفی را تخمین زده و دقت تخمین پارامتر را نیز بدست آورد. رهیافت تخمین توسط "عملگر مقدار مثبت اندازه‌گیری (POVM)"<sup>۲</sup> مشاهده پذیر، انجام می‌شود [۶, ۷]. برآورد بیشینه در نظریه تخمین کوانتومی روشی است که بتواند دقت تخمین پارامتر مورد نظر را بیشینه کرد. این کار در واقع بیشینه کردن تابع برآوردنمایی<sup>۳</sup> (تابع برآوردنمایی مضربی از تابع توزیع هر حالت سیستم است) بر حسب پارامتر مورد نظر است. در حالت کلی هدف، بازسازی حالت‌های کوانتومی<sup>۴</sup> از سیستمی است که پارامتر مورد نظر با احتمال بیشینه و کمترین خطا رخ دهد. قبل از تخمین پارامتر باید پارامتر مورد نظر به حالت مشاهده

---

<sup>1</sup> Quantum Estimation Theory

<sup>2</sup> Positive value operator measurement

<sup>3</sup> Maximum likelihood function

<sup>4</sup> Tomography

پذیر تبدیل گردد. این ایده به شکلی است که بتوان پارامتر مورد نظر را بر اساس تابع برآوردنمایی بیشینه، کوانتیده و اجرایی کرد. همانطور که در فصل‌های آینده نشان خواهیم داد روش برآورد بیشینه تنها به نمونه کوچکی از اطلاعات برای تخمین پارامتر نیاز دارد. این روش همواره روش سود مندی برای کمینه کردن مسائل بازسازی حالت‌های کوانتومی است [۸, ۹]. خطا در تخمین پارامتر تصادفی سیستم کوانتومی از اهمیت زیادی در نظریه اطلاعات کوانتومی برخوردار است چرا که این به معنای مقدار دسترسی ما به اطلاعات است. خطا در تخمین پارامتر تصادفی سیستم ارتباط تنگاتنگی با اندازه‌گیری اطلاعات مورد نظر دارد که این به نام اطلاعات فیشر<sup>۱</sup> [۱۰] شناخته می‌شود. اطلاعات اندازه‌گیری شده توسط هر "عملگر مقدار مثبت اندازه‌گیری" را اطلاعات فیشری می‌نامند. براساس نظریه کرامر-رائو<sup>۲</sup> [۱۱, ۱۲] مهم نیست که تابع تخمین گر تا چه اندازه دقیق انتخاب شده باشد. خطا در اندازه‌گیری (واریانس) پارامتر سیستم همیشه بزرگتر و مساوی عکس اطلاعات فیشر کوانتومی با  $M$  با آزمایش است؛ به طوری که نشان دهنده کمترین خطای ممکن در تخمین پارامتر باشد. یکی از روش‌های یافتن تابع تخمین گر، استفاده از معادله  $\text{symmetric logarithmic derivative (SLD)}$  می‌باشد. ویژه توابع SLD همان POVM کمینه هستند که باند بالایی کرامر-رائو را ارضا می‌کنند. حال با اثر هر POVM می‌توان اطلاعات کوانتومی فیشری را محاسبه کرد که نشان دهنده مقدار خطای اندازه‌گیری در تخمین پارامتر است. اگر POVM در شرط کمینه خطای اندازه‌گیری صدق کند آنگاه اطلاعات فیشر کوانتومی با باند بالای کرامر-رائو برابر می‌شود که این نتیجه ایده‌آل خواهد بود [۱۳, ۱۴].

---

<sup>1</sup> Fisher information

<sup>2</sup> Creamer-Rao

حالتی که به عنوان درهمتنیده<sup>۱</sup> شناخته می‌شود، اولین بار توسط انشتین<sup>۲</sup>، پودولسکی<sup>۳</sup> و روسن<sup>۴</sup> [۱۵] پیشنهاد شد. این حالت به عنوان غیر کلاسیکترین پدیده کوانتومی مطرح شد، چرا که مقادیر کمیت‌هایی را مشخص می‌کنند که هنوز اندازه‌گیری نشده‌اند. شرودینگر<sup>۵</sup> [۱۶] حالت درهمتنیده را حالت کلی‌ای از زیر سیستم‌هایی در نظر گرفت که نتوان آن را به حالت جدا از هم تبدیل کرد. که این نشان دهنده روابط ذاتی آماری زیرسیستم‌ها با یک دیگر هستند. این پدیده شگفت‌انگیز مکانیک کوانتومی بصورت یک نظریه سوال برانگیز بدون جواب باقی ماند. بعدها بل<sup>۶</sup> [۱۷]، با قبول نتیجه پارادوکس EPR (این پارادوکس نخست قرار بود نشان دهنده‌ی این باشد که تشریح مسائل فیزیکی توسط مکانیک کوانتوم کامل نیست) و فرمول بندی نظریه EPR، همبستگی حالت‌های کوانتومی را به متغیرهای نهان نسبت داد و این حالت درهمتنیده را بعنوان نامساوی بل مطرح کرد. بل جدا از تفسیر فیزیکی مسئله (به عنوان متغیرهای نهان<sup>۷</sup> که بعدها مورد قبول واقع نشد) نشان داد، همبستگی آماری نتایج آزمایش بین حالت‌های نامساوی بل غیر قابل اجتناب است. این آزمایش مکانیک کوانتومی نشان دهنده‌ی انحراف نظریه مکانیک کوانتومی از فیزیک کلاسیک است. یکی از دلایل این انحراف این است که فرمول بندی این حالت همبسته‌ی کوانتومی قابل شبیه سازی با هیچ همبستگی کلاسیکی

---

<sup>1</sup> Entanglement

<sup>2</sup> Einstein

<sup>3</sup> Podolski

<sup>4</sup> Rosen

<sup>5</sup> Schrodinger

<sup>6</sup> Bell

<sup>7</sup> Hidden value

دیگری نیست. در چند سال اخیر، توسعه نظریه اطلاعات کوانتومی موجب شناخت درهمتنیدگی شد؛ چرا که حالت درهمتنیده استخراج اطلاعات فیزیکی را افزایش می دهد که این شناخت نقش بسزایی در پیشرفت علم و فهم ما از جهان کوانتومی دارد. هسته نظریه اطلاعات کوانتومی، ذرات کوانتومی هستند که اطلاعات فیزیکی را حمل می کنند. از کاربردهای درهمتنیدگی در تکنولوژی اطلاعات کوانتومی می توان رمزنگاری کوانتومی<sup>۱</sup> [۱۸]، محاسبات کوانتومی<sup>۲</sup> [۱۹]، تلیپورت کوانتومی<sup>۳</sup> [۲۰] و لیتوگرافی<sup>۴</sup> نوری را نام برد. بعنوان مثال لیتوگرافی نوری اخیرا به عنوان وسیله ای در صنعت نیمه رسانا برای انتقال تصویر به سطح مورد استفاده قرار میگیرد. لیتوگرافی نوری کلاسیکی تنها می تواند به وضوح تصویر در حد طول موج مورد استفاده قرار می گیرد دست یابد. چرا که تصویر برداری توسط اثر پراش، محدود می شود. درهمتنیده حالت های کوانتومی باعث می شود که بتوان لیتوگرافی نور را کوچکتر از حد کلاسیکی، اندازه گیری کرد [21, 22]. در چند سال اخیر حساسیت فاز (عدم قطعیت در اندازه گیری فاز) را با حالت های درهمتنیده بدست آوردند. نتایج بگونه ای بود که بتوان حساسیت فاز را در حالت ناهمبسته و همچنین در حالت بیشنیه درهمتنیدگی با اثر دادن عملگر اندازه گیری و با استفاده از رابطه تقریبی خطای انتقال<sup>۵</sup> محاسبه کرد. دستیابی به دقت بیشتری در تخمین فاز منوط به حالت درهمتنیده است. از این رو حساسیت فاز  $\Delta\varphi = 1/N$  را بعنوان "حد هایزبرگی" در دقت فاز شناخته نظر شده است [۲۳]. مسئله تخمین فاز و بدست آوردن خطای اندازه گیری در نظریه تخمین، هنوز بجای خود باقی است. از این رو دقت تخمین فاز در

---

<sup>1</sup> Quantum cryptography

<sup>2</sup> Quantum computing

<sup>3</sup> Quantum teleportation

<sup>4</sup> Lithography

<sup>5</sup> Propagation Error



حالت‌های درهم‌تنیدگی در حضور عوامل ناهمدوسی<sup>۱</sup> مورد بررسی قرار گرفته اند. حساسیت فاز در این حالت درهم‌تنیده که به حالت NOON معروف است به کمک نظریه تخمین کوانتومی با بدست آوردن اطلاعات فیشر کوانتومی، بررسی شد. نتایج بگونه‌ای بود که بتوان روش کلی برای افزایش عملکرد تداخل‌سنج نوری کوانتومی در حضور عامل ناهمدوسی مانند اتلاف فوتون<sup>۲</sup> را ارائه کرد [۲۴]. اخیرا محاسبات عددی برای تخمین فاز در نظریه تخمین کوانتومی برای حالت‌های مختلف درهم‌تنیده مورد بررسی قرار گرفته است. چنین محاسباتی به دنبال معرفی حالت درهم‌تنیده‌ای است که مقدار اطلاعات فیشری را حداکثر کند. در نتیجه می‌توان دقت تخمین فاز را به حداکثر رساند [۲۵]. مسئله تخمین فاز در حضور عوامل ناهمدوسی (که این عوامل بصورت کاملا مستقل در هر کانال کوانتومی اثر می‌گذارند) مورد بررسی قرار داده می‌شود. از عوامل ناهمدوسی در تداخل‌سنج‌های کوانتومی می‌توان از ناقطبی شدن نور<sup>۳</sup>، تابش خودبخودی<sup>۴</sup>، از دست رفتن فاز<sup>۵</sup> سیستم و اتلاف فوتون نام برد. این محاسبات به هرچه واقعی و کاربردی کردن مسئله تخمین فاز کمک بسزایی خواهد کرد، چنانچه بتوان آن را در حالت تجربی مورد آزمایش قرار داد [۲۶]. حساسیت فاز توسط آشکارسازی پاریته<sup>۶</sup> برای رسیدن به باند بالا کرامر-رائو در همه‌ی سیستم‌های دو مده، اخیرا مورد بررسی قرار گرفت. در انتها نتیجه بگونه‌ای بود که رهیافت آشکارسازی پاریته بهترین عملکرد اندازه‌گیری برای تخمین فاز در همه‌ی حالت‌های کوانتومی

---

<sup>1</sup> Decoherence effect

<sup>2</sup> Photon loss

<sup>3</sup> Depolarization of light

<sup>4</sup> Spontaneous emit

<sup>5</sup> Dephasing of light

<sup>6</sup> Parity detection

محسوب می‌شود [۲۷].

یکی دیگر از راه‌هایی که می‌تواند در تخمین فاز اثر بسزایی داشته باشد، حالت فشرده است. این حالت غیر کلاسیکی با فشرده کردن یکی از چارک‌ها، باعث دقت بیشتر در تخمین فاز می‌شود. استفاده از منابع غیر کلاسیکی نور مانند حالت‌های فشرده برای دستیابی به حساسیت و دقت بیشتر در چند سال اخیر مورد توجه فیزیک دانان بوده است. با تابش نور فشرده در تداخل‌سنج ماخ زندر دست آورد منحصر بفردی در افزایش دقت فاز انجام گرفته است [۱، ۳، ۲۸-۳۱]. جدا از بحث نظری حالت‌های درهم‌تنیده و تاثیرات آن در سیستم‌های فیزیکی در نظریه اطلاعات کوانتومی، تولید این حالت غیر کلاسیکی و کاهش عوامل ناهمدوسی از اهمیت زیادی برخوردار است. روش‌های متنوعی برای تولید فوتون‌های درهم‌تنیده ارائه شده‌اند؛ که از این روش‌ها می‌توان به  $SPDC^1$  برای تولید جفت فوتون درهم‌تنیده نام برد. تولید تعداد فوتون بیشتر درهم‌تنیده یا به عبارتی طراحی و ساخت منبع فوتون درهم‌تنیده در حالت گربه شرودینگر یا حالت NOON بسیار مورد توجه است. تولید حالت‌های درهم‌تنیده با تعداد بالا در حالت NOON مستلزم ساختار پیچیده‌تری است. از این رو ساختاری نوری به اسم جداکننده جادویی<sup>۲</sup> پیشنهاد شد. [۳۲-۳۵].

---

<sup>1</sup> Spontaneous parametric down-conversion

<sup>2</sup> Magic beam splitter

# فصل دوم:

## مواد و روش ها

## ۲ فصل دوم: مواد و روش‌ها

در این پایان نامه به نقش دره‌متنیدگی در تداخل سنج ماخ-زندر می پردازیم. در نگاه نخست به رهیافت اپتیک کوانتومی تداخل سنج ماخ-زندر با استفاده از نظریه گروه، می پردازیم. و با استفاده از این رهیافت حساسیت فاز یا عدم قطعیت در اندازه گیری فاز را در حالت‌های مختلف محاسبه می کنیم. از این حالت‌های کوانتومی می توان به تابش فوتون‌ها از دو شاخه تداخل سنج، حالت NOON، تابش حالت فشرده به شاخه تداخل سنج و در آخر تداخل سنجی با استفاده محیط غیر خطی ترکیب چهار موج ( $SU(1,1)$ ) اشاره کرد. در این رساله به دو نوع دره‌متنیدگی در تداخل سنج ماخ-زندر خواهیم پرداخت.

(۱) دره‌متنیدگی بین فوتون‌های که از منبع نوری به تداخل سنج تابیده می شود

(۲) دره‌متنیدگی بین دوشاخه بالا و پایین تداخل سنج ماخ-زندر

حالت اول توسط سنج هندسی محاسبه می شود و حالت دوم توسط آنروپی فان-نیومن بدست خواهد آمد. از طرفی مقدار حساسیت فاز را علاوه بر روشی که در ابتدا بیان شد، با استفاده از نظریه تخمین کوانتومی بدست می آوریم. در نهایت این مقادیر بدست آمده برای حساسیت فاز و دره‌متنیدگی را باهم مقایسه می کنیم. هر چند قابل ذکر است که ما تمامی محاسبات را بدون در نظر گرفتن عوامل ناهمدوسی در تداخل سنج بررسی انجام داده ایم؛ به عبارتی دیگر فرض می شود که تمامی حالت‌های کوانتومی در حالت خالص قرار دارند.

برای بیان نتایج، روش‌ها و تعاریف زیر الزامی است.

### ۱-۲ نگرش مکانیک کوانتومی و تداخل سنج ماخ-زندر

در این بخش تداخل سنج ماخ زندر را به بیان نظریه گروه و مکانیک کوانتومی بررسی می کنیم.