

وزارت علوم تحقیقات و فناوری
دانشگاه پیام نور مرکز فریمان
دانشکده علوم، گروه فیزیک

پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد
رشته‌ی فیزیک
گرایش: هسته‌ای

عنوان:

پراکندگی غیرالاستیک لپتون-نوکلئون در انرژی‌های نسبیتی و محاسبه ویژگی‌های استاتیکی
نوکلئون‌ها

استاد راهنما:

دکتر محمد رضا شجاعی

استاد مشاور:

دکتر افضل رقی

نگارش:

روح اله رحمانی

خرداد ۸۹

فریمان / ایران

وزارت علوم تحقیقات و فناوری
دانشگاه پیام نور مرکز فریمان
دانشکده علوم، گروه فیزیک

پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد
رشته ی فیزیک
گرایش: هسته ای

عنوان:

پراکندگی غیرالاستیک لپتون-نوکلئون در انرژی های نسبیته و محاسبه ویژگی های استاتیکی
نوکلئون ها

استاد راهنما:

دکتر محمد رضا شجاعی

استاد مشاور:

دکتر افضل رقوی

نگارش:

روح اله رحمانی

خرداد ۸۹

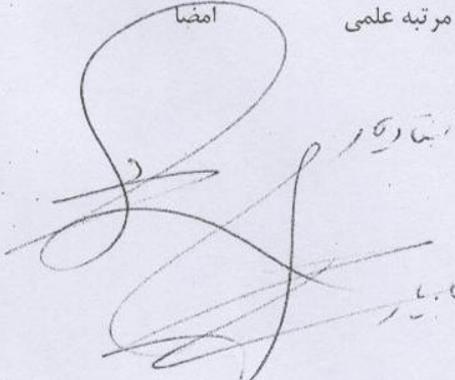
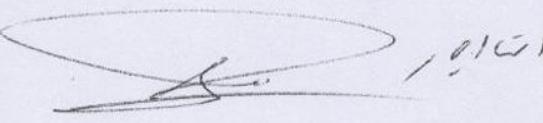
فریمان / ایران

((تصویب نامه پایان نامه))

پایان نامه کارشناسی ارشد تحت عنوان: پراکندگی غیر الاستیک لپتون - نوکلئون در
انرژی های نسبیستی و محاسبه ویژگیهای استاتیکی نوکلئونها که توسط آقای روح اله رحمانی
تهیه به هیات داوران ارائه گردیده است مورد تایید می باشد.

تاریخ دفاع: ۸۹/۰۳/۰۸ نمره: ۱۸.۷۵ درجه ارزشیابی:
.....

اعضای هیات داوران:

نام و نام خانوادگی:	هیات داوران	مرتبۀ علمی	امضا
۱- جناب آقای دکتر محمد رضا شجاعی کنگ سفلی	استاد راهنما	استاد راهنما	
۲- جناب آقای دکتر افضل رقوی	استاد مشاور	استاد مشاور	
۳- جناب آقای دکتر حسین توکلی عنبران	استاد داور	استاد داور	
۴- جناب آقای محمد رضا وکیل	نماینده گروه	رئیس	

تقدیم بہ

شادروان پدرم

و

مادر صبور و فداکارم

و

برادر مہربانم حسین

بہ پاس تمامی زحمات و تلاش ہائیشان

پاسکداری

پاس خداوندی را سزا است که کسی از رحمت او مایوس نگردد، و جایی از نعمت او خالی نیست و بنده اش را در راه تعلیم و تعلم قرار داد و رنج آموختن را به حلاوت یافتن هموار ساخت.

با پاس و شکر از آقای دکتر محمد رضا شجاعی و سایر اساتید و معلمین بزرگوار می که در مسیر علم و ادب، وجودشان چراغ راهی بود که مرا به سوی هدف، رهنمون شد و دست ادب بر سینه‌ی خضوع تابا، حداقل نثی است که از آن برخوردار شده‌ام.

ببخشید از برادران و خواهران عزیزم بسیار پاسکدازم که هر کدام به گونه‌ای در فرام آوردن شرایط مناسب برای ادامه تحصیل من تمام تلاش و کوشش خود را انجام داده‌اند، که زحمات آنان را هرگز فراموش نخواهم کرد.

بر خود لازم می‌دانم که از تلاش‌ها و زحمات دکتر علی کریم زاده و حاج محمد کریم زاده که در طول دوران تحصیل همواره همراه من بوده‌اند، صمیمانه پاسکداری کنم و از خداوند متعال توفیقات روز افزون را برای آنان خواستارم.

در پایان از آقایان و صالی خواه و یوسف پور و تامی دوستان و بهکاران کانونی و انسانی که در زندگی الگو و راهنمایم بوده‌اند، صمیمانه پاسکدازم.

روح اله رحمانی

خرداد ۱۳۸۹

فرم چکیده پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

نام: روح اله

نام خانوادگی دانشجو: رحمانی

استاد مشاور: دکتر افضل رقوی

استاد راهنما: دکتر محمد رضا شجاعی

دانشکده: علوم رشته: فیزیک گرایش: هسته ای مقطع: کارشناسی ارشد

تاریخ دفاع: ۸ خرداد ۱۳۸۹ تعداد صفحات: ۸۴

عنوان پایان نامه: پراکندگی غیرالاستیک لپتون-نوکلئون در انرژی‌های نسبیته و محاسبه ویژگی‌های استاتیکی نوکلئون‌ها

کلید واژه‌ها: معادله دیراک - شعاع باری - انرژی نسبیته - نوکلئون - فوق شعاع - روش N-U

چکیده

در این پایان‌نامه هدف ما بررسی پروتون بر اساس ساختار داخلی آن است. بنابراین، برای این کار از مدل کواریکی استفاده می‌کنیم. در انرژی‌های بالا در حد نسبیته، الکترون پروتون را به صورت یک ذره‌ی دارای ساختار داخلی مشاهده می‌کند. بر اساس مدل کواریکی، پروتون متشکل از دو کواریک u و یک کواریک d می‌باشد که این کواریک‌ها با یکدیگر دارای برهمکنش می‌باشند. و در این کار هدف ما آن است که این برهمکنش‌ها را منظور کرده و ویژگی‌های استاتیکی پروتون را با استفاده از پتانسیل‌های مرکزی و غیرمرکزی محاسبه کنیم. بنابراین پروتون یک سیستم سه ذره‌ای می‌باشد و با استفاده از مختصات ژاکوبی فوق شعاع را تعریف می‌نماییم. و معادله‌ی دیراک را با در نظر گرفتن پتانسیل‌های مرکزی و غیرمرکزی با استفاده از روش N-U به طور دقیق و تحلیلی حل کرده و ویژه‌مقادیر و ویژه‌توابع مربوط به قسمت شعاعی و زاویه‌ای را محاسبه کرده و با استفاده از تابع موج حالت پایه شعاع‌باری و نسبت $\frac{g_A}{g_V}$ را حساب کرده‌ایم که مقادیر بدست آمده با مقادیر تجربی همخوانی دارند.

امضاء استاد راهنما

دکتر محمد رضا شجاعی

فهرست مطالب

ج	فهرست شکل ها.....
د	فهرست جدول ها.....
۱	مقدمه.....
۳	فصل اول پراکندگی.....
۴	مقدمه.....
۴	۱-۱ نظریه کلاسیکی پراکندگی.....
۸	۲-۱ نظریه ی کوانتمی مانای (حالت پابرجا) پراکندگی.....
۱۰	۳-۱ پراکندگی کشسان.....
۱۱	۴-۱ پراکندگی رادرفورد و مات.....
۱۳	۱. تقریب بورن.....
۱۳	۲. ذره هدف خیلی سنگین است و انرژی جذب نمی کند(پس زنی وجود ندارد).....
۱۳	۳. ذرات فرودی و هدف بدون اسپین هستند.....
۱۳	۴. ذرات فرودی و هدف هیچ ساختاری ندارند، آنها را ذرات نقطه ای فرض می کنیم.....
۱۵	۵-۱ عاملهای شکل.....
۱۹	۶-۱ لپتونها.....
۲۰	۷-۱ توزیع بار هسته های کروی.....
۲۲	۸-۱ پراکندگی نوکلئون-نوکلئون.....
۲۴	۹-۱ پراکندگی ناکشسان و عمیق الکترون.....
۲۸	۱۰-۱ پراکندگی کشسان الکترون - پروتون.....
۳۱	۱۱-۱ پراکندگی ناکشسان الکترون - پروتون.....
۳۵	فصل دوم: مدل های هسته ای.....
۳۶	مقدمه.....
۳۶	۲-۱ مدل قطره مایع.....

۳۷.....	۲-۲ مدل گاز فرمی.....
۳۸.....	۳-۲ مدل پوسته‌ای.....
۳۹.....	۱-۳-۲ پتانسیل پوسته‌ای.....
۴۱.....	۲-۳-۲ مدل پوسته‌ای، تک ذره‌ای.....
۴۱.....	۴-۲ مدل جمعی.....
۴۱.....	۵-۲ مدل کوآرک و انقلاب نوامبر.....
۴۶.....	فصل سوم: مکانیک کوانتومی نسبیتی و روش NU (The Nikiforov Uvarov).....
۴۷.....	۱-۳ مقدمه.....
۴۷.....	۲-۳ معادله دیراک.....
۴۹.....	۳-۳ ذرات آزاد دیراک.....
۵۱.....	۴-۳ حالت‌های انرژی منفی.....
۵۲.....	۵-۳ یک ذره‌ی دیراک در میدان ایستا.....
۵۶.....	۶-۳ ذره‌ی دیراک در یک پتانسیل کولنی ساختار ریز در هیدرژن.....
۵۸.....	۷-۳ روش NU
۵۹.....	۱-۷-۳ کلیات روش NU
۶۱.....	فصل چهارم: نتایج و محاسبات تحلیلی، عددی و رسم نمودارها.....
۶۲.....	۱-۴ حل معادله‌ی دیراک برای پتانسیل‌های غیرمرکزی به روش $N-U$
۶۴.....	۱-۱-۴ محاسبه‌ی ویژه‌مقادیر و ویژه‌توابع معادله‌ی زاویه‌ای-قطبی با پتانسیل $Ring - Shaped$
۶۶.....	۲-۱-۴ محاسبه‌ی ویژه‌مقادیر و ویژه‌توابع شعاعی معادله‌ی شعاعی با پتانسیل $Ring - Shaped$
۶۹.....	۲-۴ تعیین تابع موج نسبیتی و محاسبه‌ی شعاع‌باری پروتون با پتانسیل فوق‌مرکزی $V(x) = \frac{a}{x} + \frac{b}{x^2}$
۷۳.....	۱-۲-۴ محاسبه شعاع‌باری پروتون برای پتانسیل $V_1(x) = \frac{a_1}{x} + \frac{b_1}{x^2}$
۷۴.....	۲-۲-۴ محاسبه ویژه‌مقادیر و ثابت پتانسیل برای پتانسیل $V_1(x) = \frac{a_1}{x} + \frac{b_1}{x^2}$
۷۵.....	۳-۲-۴ محاسبه $\frac{g_A}{g_V}$ با استفاده از تابع موج نسبیتی حالت پایه برای پتانسیل $V_1(x) = \frac{a_1}{x} + \frac{b_1}{x^2}$
۷۸.....	۴-۲-۴ محاسبه شعاع‌باری پروتون برای پتانسیل $V_2(x) = \frac{a_2}{x} + \frac{b_2}{x^2}$

۳-۴ رسم پتانسیل‌ها و توابع موج..... ۷۹

نتایج و پیشنهادات..... ۸۲

مراجع..... ۸۳

فهرست شکل‌ها

شکل ۱-۱ یک مسیر پراکندگی نمونه‌ای که سرعت‌های اولیه و نهایی، پارامتر برخورد و زاویه پراکندگی را نشان می‌دهد..... ۵

شکل ۲-۱ پراکندگی ذرات از یک حلقه دیفرانسیلی در داخل یک زاویه حجمی دیفرانسیلی..... ۶

شکل ۳-۱ دو مسیر هذلولی شکل با پارامترهای برخورد متفاوت در پراکندگی کولنی..... ۷

شکل ۴-۱ پراکندگی رادرفورد. الف) مسیر کاسیک ذره‌ای با بار $Z_1 e$ در میدان یک هسته سنگین با بار $Z_2 e$ (ب) نمایش برخورد در فضای تکانه..... ۱۲

شکل ۵-۱ پراکندگی یک الکترون نقطه‌ای از هدفی بدون اسپین با توزیع گسترده بار..... ۱۶

شکل ۶-۱ توزیع فرمی برای چگالی بار هسته‌ای C شعاع نیم-چگالی t ضخامت سطحی است..... ۲۱

شکل ۷-۱ پراکندگی کشسان و ناکشسان الکترون..... ۲۴

شکل ۸-۱ طیف پراکندگی: تعداد الکترونهای پراکنده مشاهده شده بر حسب انرژی E' الکترونهای پراکنده..... ۲۶

شکل ۹-۱ پایین‌ترین مرتبه‌ی نمودار فاینمن عبارت است از:..... ۲۸

شکل ۱۰-۱ توصیف الکترون- فوتون در پایین‌ترین سطح QED ۲۹

شکل ۱۱-۱ فرایند نالاستیکی $e + p \rightarrow e + X$ ۳۱

شکل ۱-۲ چاههای مربعی هسته‌ای برای پروتون و نوترون. پارامترهای چاه چنان تنظیم می‌شوند که انرژی بستگی مشاهده شده B' ۳۷

شکل ۲-۲ ساختار پوسته‌ای حاصل از پتانسیل‌های چاه نامتناهی و نوسانگر هماهنگ. ظرفیت هر تراز را در سمت راست آن نشان داده‌ایم. فاصله زیاد بین ترازها را ناشی از پرشدن پوسته‌ها می‌دانیم. اعداد درون دایره‌ها نشانگر تعداد کل نوکلئونهای موجود در پوسته‌های پر هستند..... ۳۹

شکل ۳-۲ در نمودار چپ، ترازهای انرژی حاصل از پتانسیل واقع بینانه تر (۲-۳) را نشان داده‌ایم. در سمت راست هر تراز، ظرفیت نوکلئونی تراز و تعداد کل نوکلئونهای منتهی به آن تراز مشخص شده است. نمودار سمت راست، تأثیر برهمکنش اسپین-مدار را به صورت شکافتگی ترازهای $\ell > 0$ و تبدیل آنها به دو تراز جدید نشان می‌دهد. اثر پوسته‌ای کاملاً نمایان شده است، و اعداد جادویی دقیقاً باز تولید شده‌اند..... ۴۰

شکل ۴-۲ نمودار «راه هشت گانه‌ی» مثلثی کووارک و پاد کووارک..... ۴۲

فهرست مطالب

شکل ۲-۵ (a) پراکندگی رادرفورد شمار ذراتی که تحت زوایای بزرگ منحرف شده اند ، نشانگر وجود ساختار برای اتم است (یک هسته) (b) در پراکندگی عمیق غیرکشسان شمار ذرات منحرف شده با زوایای بزرگ ، بیانگر وجود ساختار برای پروتون است (کوارک ها) خطوط منقطع نشان می دهد که اگر توزیع بار مثبت بطور یکنواخت در حجم (a) اتم (b) پروتون بود، چه انتظاری داشتیم..... ۴۳

شکل ۳-۱ دیاگرام تراز انرژی برای ذرات آزاد دیراک..... ۵۱

فهرست جدولها

جدول ۱-۱ مقایسه اجمالی بین روشهای کلاسیکی و کوانتومی پراکندگی ۱۰

جدول ۱-۲ ارتباط بین سطح مقطع تجربی و نظری ۱۵

جدول ۱-۳ چگالی احتمال و عامل شکل برای بعضی توزیع های بار تک پارامتری..... ۱۹

جدول ۱-۴ لپتونها ۲۰

جدول ۴-۱ شعاع باری پروتون با توجه به جرم های مختلف کوارک ۷۳

جدول ۴-۲ شعاع باری پروتون با توجه به جرمهای مختلف کوارک ۷۸

مقدمه

هنگامی که کوشش برای شناخت نیروهای هسته‌ای و قانون‌های حاکم بر برهمکنش ذره‌های بنیادی مطرح می‌شود تنها روش موجود، پراکندگی ذره‌های مختلف توسط هدف‌های گوناگون است. مطالعه فیزیک هسته‌ای با دو مسئله اساسی در ارتباط است اولاً امید می‌رود که خواص نیروهای بستگی هسته روشن گردد، و ثانیاً سعی می‌شود که تأثیر و روش سیستم‌های چند ذره‌ای مانند هسته‌ها روشن گردد. ولی باید دانست که دو مسئله فوق با یکدیگر رابطه مستقیمی دارند، زیرا قسمت اعظم خواص یک سیستم چند ذره‌ای به وسیله‌ی نیروهای بستگی بین ذرات تعیین می‌گردند.

دانشمندان فیزیک در چارچوب برخی تقریب‌ها که از نتایج کارهای تجربی به دست آورده‌اند، می‌توانند سیستم‌های چند ذره‌ای را مورد بحث قرار دهند. آزمایش‌های پراکندگی کشسان اطلاعات فراوانی راجع به ساختار ذرات زیر اتمی به دست می‌دهند.

اما در این پایان نامه هدف ما آن است که به بررسی ساختار داخلی نوکلئون‌ها بپردازیم. بنابراین، برای این کار از مدل کواریکی استفاده می‌کنیم.

منظور از کلمه مدل‌ها در فیزیک هسته‌ای توصیف‌هایی تقریبی هستند و هر کدام از آنها فقط درباره‌ی یک حالت خاص که به نتایج تجربی معینی منجر می‌گردند به کار برده می‌شوند. به طور کلی مدل‌های هسته‌ای را می‌توان به مدل‌های ذره مستقل (IPM) که در آنها فرض می‌شود ذرات، در پایین‌ترین مرتبه، به طور مستقل در یک پتانسیل هسته‌ای مشترک حرکت می‌کنند و مدل‌های دسته‌جمعی یا برهمکنش قوی (SIM) که در آنها نوکلئون‌ها قویاً به یکدیگر جفت می‌شوند، تقسیم کرد. ساده‌ترین مدل ذره‌ی مستقل، مدل قطره مایع؛ و ساده‌ترین مدل دسته‌جمعی مدل گاز فرمی است. در سال‌های اخیر، پیشرفت‌هایی در جهت درک نیروهای اساسی بین کواریک‌ها که بنیادی‌ترین اجزای سازنده ماده‌اند صورت گرفته است، ولی سعی شده است که نتایج این تحقیقات را در مطالعات هسته‌ای مورد بررسی قرار دهند.

یکی از موضوعات بسیار مهم در فیزیک هسته‌ای و ذرات بنیادی مطالعه و بررسی سیستم‌های متشکل از سه ذره می‌باشد. چون این سیستم‌ها را می‌توان برای مطالعه نوکلئون‌ها که از سه کواریک تشکیل شده است تعمیم داد. در پراکندگی الکترون از پروتون در انرژی‌های پایین، الکترون، پروتون را به صورت یک ذره‌ی بدون ساختار داخلی می‌بیند. اما اگر انرژی ذره‌ی فرودی افزایش یابد در این صورت الکترون، پروتون را به صورت یک ذره‌ی دارای ساختار داخلی مشاهده می‌کند. بنابراین،

هدف ما در این کار این است که در انرژیهای بالا در حد نسبیته از پراکندگی الکترون- پروتون استفاده نموده و به بررسی ساختار داخلی پروتون پردازیم. و بعضی از ویژگیهای استاتیکی پروتون از جمله شعاع باری، نسبت $\frac{g_A}{g_V}$ و ... را محاسبه کنیم و در نهایت مقادیر بدست آمده را با مقادیر تجربی مقایسه کنیم.

در فصل اول پراکندگی را مورد بررسی قرار می دهیم. بیشتر دانش ما از برهمکنش های اساسی طبیعت را آزمایشهای پراکندگی فراهم ساخته اند. پراکندگی ناکشسان و عمیق الکترون به گونه ای است که گویی پراکنده های نقطه ای در درون پروتون آنرا به وجود آورده اند و شواهد نشان دهنده وجود اجزای نقطه ای در داخل نوکلئونها می باشد. در سال های اخیر، نیز تلاش ها و کوششهایی به عمل آمده تا هویت آنها را با کوارک ها یا نوکلئون های برهنه مشخص کنند که تا اندازه ای هم موفقیت آمیز بوده است.

در فصل دوم ما به بررسی مدل های هسته ای می پردازیم، اگرچه اجزای اصلی سازنده هسته ها کاملاً شناسایی شده اند، ولی هنوز برای هسته ها یک نوع ساختار کاملاً مشخصی وجود ندارد. بنابراین، در اغلب مسائل هسته ای لازم است که روش را ساده کرده واز مدل های هسته ای ویژه، همراه بانیره های هسته ای ساده شده استفاده می کنیم.

با توجه به نتایج به اصطلاح "پراکندگی ژرف غیرکشسان" که یادآور آزمایشهای رادرفورد بود. درست به مانند آزمایشهای رادرفورد درباره ی هسته ی اتم، اما درباره ی پروتون، شواهد نشان دهنده ی سه جرم متمرکز به جای یک جرم متمرکز است که این مؤید قوی مدل کوارک می باشد.

در فصل سوم معادله ی دیراک و روش N-U را مورد بررسی قرار می دهیم. دیراک یک شق دیگری از معادله ی کلاین-گوردون را ارائه کرده است. این معادله در حالی که تمام خواسته ها را تأمین می کند، ذراتی مانند لپتونها و کوارکها که دارای اسپین $\frac{1}{2}$ هستند را مورد بررسی قرار می دهد. روش N-U نیز برای حل هر نوع پتانسیل معین دلخواه ناکارآمد است و تنها با نوع خاصی از پتانسیلها که الزامات روش را برآورده می کنند، می توان با این روش به نتیجه مطلوب رسید.

در فصل چهارم در ابتدا ویژه مقادیر و ویژه توابع معادله ی دیراک را برای پتانسیل Ring-Shaped به طور دقیق و تحلیلی بدست آورده ایم. سپس با استفاده از مدل کوارک و پتانسیل های فوق مرکزی ویژه مقادیر و ویژه توابع را محاسبه کرده ایم، و سپس با در نظر گرفتن تعاد موج حالت پایه شعاع پروتون و همچنین $\frac{g_A}{g_V}$ را به طور عددی محاسبه کرده و با مقدار تجربی مقایسه کرده ایم.

فصل اول: پراکنندگی

مقدمه

در تمام طول گسترش فیزیک جدید، فیزیکدانها به دنبال برهمکنشهای اساسی طبیعت بودند. بیشتر دانش ما از این برهمکنشها، را آزمایشهای پراکندگی فراهم ساخته‌اند. در این فصل مفاهیم کوانتومی فرآیند پراکندگی را مورد بررسی قرار خواهیم داد. مطلب را با یادآوری مختصر نظریه کلاسیکی پراکندگی شروع می‌کنیم.

۱-۱ نظریه کلاسیکی پراکندگی

یک آزمایش نمونه‌ای از، پراکندگی مشاهده‌ی مسیره‌ای اولیه و نهایی ذراتی است که تحت تأثیر یک نیرو، غالباً یک نیروی مرکزی حرکت می‌کنند. در فیزیک اتمی و فیزیک هسته‌ای یک باریکه از ذرات روی یک مرکز نیرو می‌تابد و سپس پراکنده می‌شود، هر ذره باریکه تحت زاویه‌ای که بستگی به انرژی و تکانه اولیه آن و همچنین طبیعت مرکز نیرو دارد منحرف می‌شود.

پتانسیل نیروی مرکزی به شکل $V(\vec{r}) = V(r)$ است، در نتیجه مناسب است که از مختصات قطبی $\theta = 0$ ، که مرکز نیرو در مبدأ آن است استفاده کنیم و جهت فرود را منطبق بر جهت $\theta = 0$ معمولاً جهت را محور z ، انتخاب می‌کنیم. جهت پراکندگی به وسیله زوایای قطبی θ و ϕ مشخص می‌شود. باریکه فرودی به وسیله انرژی E و چگالی شار یا شدت J آن مشخص می‌شود. تعداد ذرات پراکنده شده (در واحد زمان) در داخل زاویه حجمی $d\Omega$ در اطراف زوایای θ و ϕ هم با J و هم با $d\Omega$ متناسب است. و می‌توان نوشت $dN \propto J d\Omega$.

ثابت تناسب تابعی است از θ و ϕ و موسوم به مقطع موثر دیفرانسیلی می‌باشد، یعنی:

$$dN = \sigma(\theta, \phi) J d\Omega \quad (1-1)$$

یا

$$\sigma(\theta, \phi) = \frac{1}{J} \frac{dN}{d\Omega} \quad (2-1)$$

برای نیروی مرکزی پراکنده، تقارن ایجاد می‌کند که مقطع موثر مستقل از زاویه سمتی باشد.

بنابراین، پراکندگی نسبت به جهت (محور z) متقارن است.

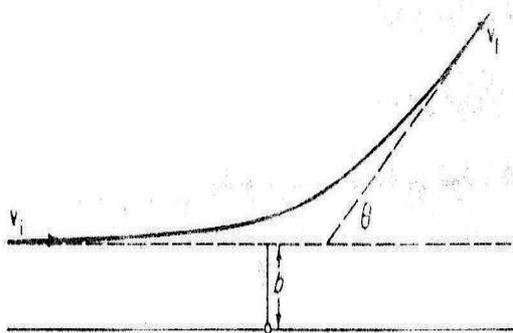
مناسب است که تعداد ذرات پراکنده شده (در واحد زمان) را محاسبه کنیم. این کار را با انتگرالگیری (2-1) روی یک زاویه حجمی کامل انجام می‌گیرد.

$$N = J \int_{4\pi} \sigma(\sigma, \phi) d\Omega = J \sigma_T \quad (3-1)$$

فصل اول: پراکندگی

انتگرال فوق مقطع موثرکل را، که عبارت از مساحت موثرپراکننده است که به وسیله باریکه دیده می شود، به دست می دهد. آنچه در زیر می آید بحث خود را به پراکننده های با نیروی مرکزی محدود می کنیم.

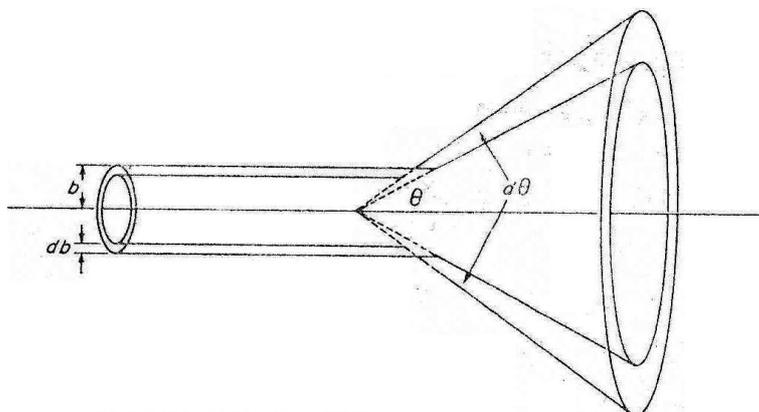
برای محاسبه مقطع موثر $\sigma(\theta)$ ، باید نخست زاویه پراکندگی را برای هر ذره باریکه بدانیم. مسیر یک تک ذره در شکل (۱-۱) رسم شده است.



شکل ۱-۱ یک مسیر پراکندگی نمونه ای که سرعت های اولیه و نهایی، پارامتر برخورد و زاویه پراکندگی را نشان می دهد.

برای یک انرژی معین، زاویه پراکندگی به پارامتر برخورد b بستگی دارد. این پارامتر با فاصله عمودی مرکز نیرو از امتداد سرعت اولیه v_i (شکل ۱-۱) تعریف شده است. معادله ی $(b = b(\theta))$ که پارامتر برخورد را به زاویه پراکندگی ربط می دهد. باید قبل از اینکه هر گونه پیشگویی درباره ی مقطع موثر بتواند صورت گیرد، از مسیر ذره محاسبه شود. در بیشتر مسائل پراکندگی، زاویه پراکندگی با افزایش b به سرعت کاهش می یابد.

تعداد ذرات پراکنده شده در داخل یک زاویه ی حجمی بین θ و $\theta + d\theta$ باید با تعداد ذراتی که در باریکه فرودی در حلقه ای به شعاع b و ضخامت db حول محور Z قرار دارند برابر باشد. شکل (۲-۱)



شکل ۲-۱ پراکندگی ذرات از یک حلقه دیفرانسیلی در داخل یک زاویه حجمی دیفرانسیلی

این تعداد عبارت است از

$$dN = JdA = J(2\pi b)db = J(2\pi b)\frac{db}{d\Omega}d\Omega \quad (4-1)$$

با استفاده از رابطه (۲-۱)، مقطع موثر به صورت

$$\sigma(\theta) = 2\pi b \frac{db}{d\Omega} \quad (5-1)$$

در می‌آید. این عبارت، با استفاده از $d\Omega = 2\pi \sin\theta d\theta$ به صورت

$$\sigma(\theta) = -\frac{b(\theta)}{\sin(\theta)} \frac{db(\theta)}{d\theta} \quad (6-1)$$

در می‌آید. (چون با کاهش θ افزایش می‌یابد، $\frac{db}{d\theta}$ منفی است، از این رو علامت منفی در (۶-۱) وارد کرده ایم تا مقطع موثر مثبت بماند.)

وقتی $b = b(\theta)$ معلوم شد، مقطع موثر می‌تواند مستقیماً محاسبه شود.

این روش را با به کار بردن آن در مورد نیروی دافعه کولنی (پراکندگی رادرفورد) روشن می‌کنیم. فرض می‌کنیم که پرتابه و هدف به ترتیب دارای بارهای $Z'e$ و Ze باشند. پتانسیل دافعه عبارت است از:

$$V = \frac{ZZ'e^2}{r} \quad (7-1)$$

مسیر پرتابه همیشه یک شاخه هذلولی است (شکل (۳-۱)) که مرکز نیرو (هدف) در کانون بیرونی آن قرار دارد.

بدون اثبات بیان می‌کنیم که رابطه بین b و θ عبارت است از:

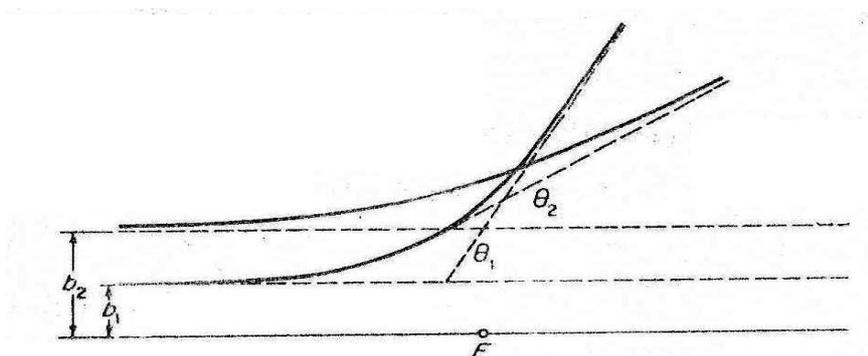
$$b = \frac{ZZ'e^2}{2\epsilon} \cot\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (8-1)$$

که در آن ϵ انرژی پرتابه است.

با استفاده از (1-6)، مقطع موثر کلاسیکی رادرفورد به صورت

$$\sigma(\theta) = \frac{ZZ'e^2}{4\epsilon} \text{Sin}^{-4}\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (9-1)$$

به دست می آید.



شکل ۱-۳ دو مسیر هذلولی شکل با پارامترهای برخورد متفاوت در پراکندگی کولنی

با انتگرال گیری، نتیجه می گیریم که مقطع موثر کل رادرفورد، در واقع واگرا می شود، یعنی،

$$\sigma_T = \left(\frac{ZZ'e^2}{4\epsilon}\right)^2 \int \text{Sin}^2\left(\frac{\theta}{2}\right) d\Omega = \left(\frac{ZZ'e^2}{4\epsilon}\right)^2 2\pi \int_0^\pi \text{Sin}^{-4}\left(\frac{\theta}{2}\right) (\text{Sin}\theta) d\theta \rightarrow \infty \quad (10-1)$$

انتگرال در حد پایین، $\theta \rightarrow 0$ (یعنی $b \rightarrow \infty$)، واگرا می شود، این واگرایی به این واقعیت مربوط می شود که پتانسیل $\frac{1}{r}$ خیلی بلند برد است. در نتیجه، حتی آن ذراتی که پارامتر برخورد آنها به بینهایت میل می کند پراکنده می شوند. به طوری که مقطع مؤثر را واگرا می سازند. برای پتانسیلهای کوتاه بردتر، σ_T عموماً متناهی است.

بررسی مکانیک کوانتمی پراکندگی معمولاً به یکی از دو روش زیر انجام می گیرد.

روش نخست: پراکندگی مانا، مقطع موثر را از ویژه حالت‌های پیوسته‌ی پتانسیل پراکندگی را بدست می دهد.

روش دوم: پراکندگی دینامیکی، تحول یک ویژه حالت تکانه را در حضور پریشیدگی پراکنده را تجزیه و تحلیل می کند.

همانطور که نشان خواهیم داد، آهنگ گذار به ویژه حالت‌های دیگر تکانه مستقیماً به مقطع موثر پراکندگی ارتباط پیدا می کند. هر چند که هر دو روش اساساً به مقطع مؤثرهای یکسانی منجر

می‌شوند، روش دینامیکی عمومی‌تر است. از یک نظر، این روش مستقل از مکانیک موجی است. با این حال، بحث خود را با روشهای پراکندگی مانا شروع خواهیم کرد.

۲-۱ نظریه‌ی کوانتومی مانای (حالت پابرجا) پراکندگی

در نظریه کلاسیکی، قادر خواهیم بود ارتباطی بین مسیرهای نامقید یک پرتابه و مقطع موثر پراکندگی متناظر برقرار کنیم. همچنین، ارتباط مشابهی بین ویژه حالت‌های مربوط به مقادیر پیوسته انرژی یک پتانسیل و مقطع موثر پراکندگی کوانتومی متناظر وجود دارد. بنابر این، به آنچه که حالت‌های پراکندگی معادله شرودینگر

$$\left\{ -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V(r) \right\} \psi = \mathcal{E} \psi \quad (11-1)$$

نامیده می‌شود خواهیم پرداخت. فرض می‌شود که $V(r)$ برای مقادیر بزرگ $|r|$ به سمت صفر میل می‌کند. چون ویژه تابع‌های پراکندگی حالت‌های نامقید را نشان می‌دهند، نمی‌توانیم بخواهیم که در بینهایت صفر شوند. ولی، می‌توانیم چند شرط مجانبی که با شرایط تجربی سازگار باشند تحمیل نماییم.

در آزمایش‌های پراکندگی، ناحیه مورد توجه دور از هدف واقع است. در این ناحیه مجانبی، انتظار داریم یک شار فرودی مربوط به یک موج تخت که در امتداد محور z حرکت می‌کند، یعنی e^{ikz} و

یک شار پراکنده شده وابسته به یک موج کروی خروجی، یعنی $f(\theta, \phi) \frac{e^{ikr}}{r}$ ، وجود داشته باشد.

این جوابها مربوط به ذرات آزاد با انرژی $\mathcal{E} = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ می‌باشند.

بنابراین شرط مجانبی

$$\psi_{r \rightarrow \infty} \approx \exp(ikz) + f(\theta, \phi) \frac{\exp(ikr)}{r}, \quad \left(k = \left(\frac{2m}{\hbar^2} \right)^{\frac{1}{2}} \right) \quad (12-1)$$

را به جوابهای معادله شرودینگر (11-1) تحمیل می‌کنیم به شرط اینکه پتانسیل خیلی بلند برد نباشد، مشکل نیست.

در زیر نشان خواهیم داد که پتانسیل کولنی، با برد بلندش، دارای جوابی با شکل مجانبی خواسته شده نیست. با این وجود جوابی دارد که برای پیدا کردن مقطع مؤثر کولنی به قدر کافی به آن نزدیک است.

در حالی که برای یک \mathcal{E} معین، جوابهای زیادی برای (11-1) وجود دارد، مسئله ما پیدا کردن جوابی است که رفتار مجانبی آن مانند رفتار معادله (12-1) باشد. این کار به آن سادگی که به نظر می‌رسد

فصل اول: پراکندگی

نیست. اما، وقتی ψ مطلوب پیدا شد و شکل مجانبی آن ایجاد گردید، $f(\theta, \varphi)$ می تواند مستقیماً به مقطع مؤثر ارتباط داده شود. برای انجام این کار، شار فرودی با استفاده از معادله شار احتمال یا بردار جریان احتمال که به وسیله‌ی رابطه‌ی زیر تعریف می شود.

$$J_{\beta}(\vec{r}, t) = -\frac{i\hbar}{2m}(\psi_{\beta}^* \nabla \psi_{\beta} - \psi_{\beta} \nabla \psi_{\beta}^*) \quad (13-1)$$

و همچنین از موج فرودی e^{ikz} به صورت زیر بدست می آید.

$$J_{inc} = -\frac{i\hbar}{2m} \left[(e^{ikz})^* \frac{\partial}{\partial z} (e^{ikz}) - e^{ikz} \frac{\partial}{\partial z} (e^{ikz})^* \right] = \frac{\hbar k}{2m} \quad (14-1)$$

همین طور، شار پراکنده شده (شعاعی) از $f(\theta, \varphi) \frac{e^{ikr}}{r}$ با استفاده از معادله شار (13-1) به دست می آید.

$$J_{scat} = -\frac{i\hbar}{2m} |f(\theta, \varphi)| \left[\left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right)^* \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right) - \frac{\exp(ikr)}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right)^* \right] \\ = \frac{\hbar k}{m} \frac{|f(\theta, \varphi)|^2}{r^2} \quad (15-1)$$

بنابراین تعداد ذرات پراکنده شده در واحد زاویه حجمی عبارت است از:

$$\frac{dN}{d\Omega} = J_{scat} r^2 = \frac{\hbar k}{2m} |f(\theta, \varphi)|^2 \quad (16-1)$$

با تقسیم بر $J_{inc} = \frac{\hbar k}{m}$ ، مقطع مؤثر به صورت زیر بدست می آید.

$$\sigma(\theta, \varphi) = \frac{1}{J_{inc}} \frac{dN}{d\Omega} = |f(\theta, \varphi)|^2 \quad (17-1)$$

این رابطه‌ی دقیقی است. ضریب مدولاسیون زاویه‌ای $f(\theta, \varphi)$ دامنه‌ی پراکندگی نامیده می شود. در جدول (۱-۱) یک مقایسه اجمالی بین روشهای کلاسیکی و کوانتومی پراکندگی انجام داده ایم.