بسم الله الرحمن الرحیم

باسمه تعالی

مدیریت تحصیلات تکمیلی

تعهد نامه ی اصالت اثر

اینجانب مهدی ترابی متعهد می شوم که مطالب منـدرج در ایـن پایـان نامـه حاصـل کـار پژوهشـی اینجانب است و دستاوردهای پژوهشی دیگران که در این پژوهش از آنها استفاده شـده اسـت ، مطـابق مقررات ارجاع و در فهرست منابع و مأخذ ذکر گردیده است . این پایـان نامـه قـبلاً بـرای احـراز هـیچ مدرک هم سطح یا بالاتر ارائه نشده است . در صورت اثبـات تخلـف (در هـر زمـان) مـدرک تحصـیلی صادر شده توسط دانشگاه از اعتبار ساقط خواهد شد .

مهدی ترابی

امضاء

دانشکده عمران

استفاده از توابع شکل ناپیوسته در روش بدون شبکه جهت مدل سازی ترک

نگارش
مهدی ترابی

استاد راهنما: دکتر حامد ارزانی
استاد مشاور: دکتر سعید غفارپور جهرمی

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
در رشته مهندسی عمران– سازه

بهمن ماه ۱۳۹۰

تقدیم به

روح آسمانی پدرم، که یقین دارم دعایش همیشه بدرقه راهم است

به نگاه مهربان مادرم، که سرچشمه پاکی هاست

و به همسرم، پناه خستگیم و امید بودنم

قدردانی و تشکر

خداوند متعال را شاکرم که در سایه الطاف او توانستم این مهم را به انجام رسانم. بر خود لازم می دانم مراتب سپاس و احترام خود را به پیشگاه استاد ارجمندم، جناب آقای دکتر حامد ارزانی اعلام داشته، با فروتنی از ایشان به دلیل راهنمایی های ارزشمندشان کمال تشکر را داشته باشم. همچنین از جناب آقای دکتر سعید غفارپور که با ارائه پیشنهادات ارزشمند، مرا در بهبود کیفی پایان نامه یاری نمودند، قدردانی می کنم. در پایان از آقایان دکتر محمد هادی افشار و دکتر امیر طریقت، به خاطر مطالعهٔ متن پایان نامه و ارائه رهنمودهای لازم کمال تشکر را دارم.

چکیده

در طی سال های اخیر تحقیقات زیادی روی روش های بدون شبکه در حل معادلات دیفرانسیل و مسائل شامل ترک صورت گرفته و نتایج قابل قبولی نیز به دست آمده است. روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته (DLSM) از جمله روش های عددی نوین در حل معادلات دیفرانسیل است که بیش از چند سال از بسط و معرفی آن نمی گذرد. در این پایان نامه، روش DLSM جهت حل مسائل ترک ارائه گردیده است. در این روش، محدوده مسئله بوسیله یک سری نقاط گرهی پراکنده گسسته سازی می شود. این نقاط گرهی برای تشکیل توابع شکل با استفاده از درونیاب حداقل مربعات متحرک به کار می روند. شرایط مرزی در این روش به راحتی با روش پنالتی اعمال می شوند. از آنجاییکه این روش هیچ نیازی به شبکه بندی ندارد، می توان گفت که به طور کامل یک روش بدون شبکه است. از قابلیت‌های این روش می‌توان به دقت بالا، سادگی، هزینه‌ی محاسباتی پایین و عدم نیاز به انتگرال‌گیری اشاره کرد. جهت ایجاد ناپیوستگی میدان جابجایی در طول ترک از معیار مشاهده ای، که یکی ازساده ترین وکاراترین روش های ایجاد ناپیوستگی در تقریب های بدون شبکه است استفاده شده است. هدف از این تحقیق، استفاده از مزایای این روش بدون شبکه جهت مدل کردن ترک و تحلیل میدان های تنش در اطراف نوک ترک در مسائل الاستیسیته دو بعدی می باشد. کارایی روش پیشنهادی بر روی مثال ها با جواب های تحلیلی موجود، صحت یابی شده و نتایج حاصل، نشان دهنده، پایداری، دقت و همگرایی روش پیشنهادی می باشد.

واژه های کلیدی: ترک، ناپیوستگی، بدون شبکه ، حداقل مربعات گسسته، معیار مشاهده ای

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل۱ مقدمه **۱**

۱-۱. مقدمه ۲

فصل۲ مروری بر روش‌های بدون شبکه **۷**

۲-۱. مقدمه ۸

۲-۲. مروری بر تاریخچۀ روش های بدون شبکه ۹

۲-۳. مزایا و معایب روش های بدون شبکه ۱۲

۲-۳-۱. مزایا ۱۲

۲-۳-۲. معایب ۱۲

۲-۴. تقسیم بندی روش های بدون شبکه ۱۳

۲-۵. روش بدون شبکه گالرکین (EFG) ۱۳

۲-۶. روش بدون شبکه پتروف-گالرکین محلی (MLPG) ۱۶

۲-۷. روش هم‌مکانی مستقیم(DC) ۱۹

۲-۸. راهکارساختن توابع شکل در روش های بدون شبکه ۲۱

۲-۹. توابع شکل حداقل مربعات متحرک (MLS) ۲۲

فصل۳ روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته (DLSM) **۲۸**

۳-۱. مقدمه ۲۹

۳-۲. معادلات حاکم بر مسائل الاستیسیته ۲۹

۳-۲-۱. کرنش صفحه‌ای ۲۹

۳-۲-۲. تنش صفحه‌ای ۳۴

۳-۳. روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته (DLSM) ۳۷

فصل۴ اعمال و مدل سازی ناپیوستگی ها در روش های بدون شبکه **۴۲**

۴-۱. مقدمه ۴۳

۴-۲. اعمال ناپیوستگی ها با استفاده از معیار مشاهده ای ۴۷

۴-۳. اعمال ناپیوستگی ها با استفاده از معیار انکسار ۵۱

۴-۴. اعمال ناپیوستگی ها با استفاده از معیار فرانمایی ۵۵

فصل۵ مروری بر مفاهیم ترک در مکانیک شکست **۵۸**

۵-۱. مقدمه ۵۹

۵-۲. تاریخچه مکانیک شکست ۵۹
۵-۳. مفهوم ضریب شدت تنش ۶۲
۵-۳-۲. ضریب شدت تنش در حالت ترک مرکزی ۶۸
۵-۳-۳. ضریب شدت تنش در حالت ترک لبه ای ۶۹
۵-۴. معرفی انتگرال جی ۷۱

فصل۶ حل مسئله ۷۳
۶-۱. مقدمه ۷۴
۶-۲. ویژگی های مسائل حل شده ۷۵
۶-۳. مسئله ترک لبه ای در صفحه ۷۵
۶-۴. مسئله ترک مرکزی (ترک دو سر) ۸۳

فصل۷ نتیجه گیری و پیشنهادات ۹۲

مراجع ۹۵

فهرست اشکال

عنوان **صفحه**

شکل۲-۱. نحوه گسسته سازی حوزه مسئله توسط نقاط گرهی و نقاط هم‌مکان........ ۲۰
شکل۲-۲. تابع شکل........ ۲۵
شکل۲-۳. مشتق اول تابع شکل در جهتx........ ۲۶
شکل۲-۴. مشتق دوم تابع شکل در جهتx........ ۲۶
شکل۲-۵. مشتق اول تابع شکل در جهتy........ ۲۷
شکل۲-۶. مشتق دوم تابع شکل در جهتy........ ۲۷
شکل۳-۱. جسم استوانه‌ای شکل نشان‌دهنده‌ی شرایط کرنش صفحه‌ای........ ۳۰
شکل۳-۲. حوزه‌ی تعریف نمونه برای یک مسئله در شرایط کرنش صفحه‌ای........ ۳۴
شکل۳-۳. صفحه‌ی نازک کشسان (شرایط تنش صفحه‌ای)........ ۳۵
شکل۳-۴. گسسته سازی حوزه مسئله توسط نقاط گرهی، Γ_t شرایط مرزی مشتقی و Γ_u شرایط مرزی اصلی........ ۳۹
شکل۴-۱. سینماتیک انواع ناپیوستگی........ ۴۴
شکل۴-۲. دامنه نفوذ گره I در مجاورت ترک دلخواه (ترک دامنه نفوذ را به دو بخش مجزا تقسیم کرده است)........ ۴۵
شکل۴-۳. دامنه نفوذ گره I در مجاورت ترک دلخواه (ترک وارد دامنه نفوذ گره شده است)........ ۴۶
شکل۴-۴. دامنه تاثیر گره I در مجاورت ترک با استفاده از معیار مشاهده ای........ ۴۸
شکل۴-۵. دامنه تاثیر گره I در مجاورت حفره دایره ای شکل با استفاده از معیار مشاهده ای........ ۴۸
شکل۴-۶. ناحیه تاثیر روش مشاهده ای در نزدیکی یک ترک........ ۴۹
شکل۴-۷. ترسیم کانتوری تابع وزن گره های I وJ حاصل از روش مشاهده ای........ ۴۹
شکل۴-۸. ترسیم کانتوری تابع شکل گره های I وJ حاصل از روش مشاهده ای........ ۴۹
شکل۴-۹. تابع شکل حاصل از روش مشاهده ای برای گره J........ ۵۰
شکل۴-۱۰. تابع شکل حاصل از روش مشاهده ای برای گره I........ ۵۰
شکل۴-۱۱. دامنه تاثیر گره I در مجاورت ترک با استفاده از معیار انکسار........ ۵۱
شکل۴-۱۲. دامنه تاثیر گره I در مجاورت مرز غیر محدب با استفاده از معیار انکسار........ ۵۲
شکل۴-۱۳. تعریف ناحیه تاثیر گره I با استفاده از روش انکسار و متغیرهای کاربردی در این روش........ ۵۳
شکل۴-۱۴. الف) کانتور تابع شکلی. ب) کانتور تابع وزنی. با استفاده از معیار انکسار........ ۵۴
شکل۴-۱۵. تابع شکل گره I حاصل از روش انکسار........ ۵۴
شکل۴-۱۶. روش فرانمایی برای محاسبه تابع وزن هموار........ ۵۵
شکل۴-۱۷. الف) کانتور تابع شکلی. ب) کانتور تابع وزنی. با استفاده از معیار فرانمایی........ ۵۶
شکل۴-۱۸. تابع شکل گره I حاصل از روش فرانمایی........ ۵۶
شکل۵-۱. بروز شکست در کشتی های لایبرتی، همانگونه که مشاهده می گردد کشتی به دو قسمت شکسته شده است........ ۶۱
شکل۵-۲. مود های مختلف بارگذاری ترک: الف) مود باز شدگی ب) مود برشی ج) مود پارگی........ ۶۳
شکل۵-۳. محورهای مختصات در نظر گرفته شده در نوک ترک........ ۶۴
شکل۵-۴. صفحه با ترک مرکزی........ ۶۸
شکل۵-۵. صفحه با ترک مرکزی........ ۷۰
شکل۵-۶. نمایش کانتورهای تنش در نزدیکی نوک ترک........ ۷۱
شکل۶-۱. صفحه با ترک لبه تحت شرایط بارگذاری مود اول........ ۷۶

شکل۶-۲. توزیع نقاط گره ای روی دامنه حل ۷۷
شکل۶-۳. مدل مش بندی شده صفحه با ترک لبه ای در نرم افزار Abaqus (۳۷۹۹۲ المان) ۷۸
شکل۶-۴. نسبت ضریب شدت تنش عددی به ضریب شدت تنش تحلیلی در فاصله های مختلف از نوک ترک ۷۹
شکل۶-۵. کانتور تنش σ_{xx} (Mpa) در صفحه با یک ترک لبه ای در روش DLSM ۸۱
شکل۶-۶. کانتور تنش σ_{xx} (Mpa) در نرم افزار Abaqus ۸۱
شکل۶-۷. توزیع تنش در فواصل مختلف از نوک ترک ۸۲
شکل۶-۸. نرخ همگرایی روش DLSM برای شبکه‌ی نامنظم ۸۳
شکل۶-۹. صفحه با ترک مرکزی تحت شرایط بارگذاری مود اول ۸۴
شکل۶-۱۰. توزیع نقاط گره ای روی دامنه حل ۸۵
شکل۶-۱۱. مدل مش بندی شده صفحه با ترک مرکزی در نرم افزار Abaqus (۲۵۴۱۰۶ المان) ۸۶
شکل۶-۱۲. ضریب شدت تنش حاصل از روش DLSM در فاصله های مختلف از نوک ترک ۸۷
شکل۶-۱۳. کانتور تنش σ_{x} (Mpa) در صفحه با ترک مرکزی در روش DLSM ۸۹
شکل۶-۱۴. کانتور تنش σ_{x} (Mpa) در نرم افزار Abaqus ۸۹
شکل۶-۱۵. توزیع تنش در فواصل مختلف از نوک ترک ۹۰
شکل۶-۱۶. نرخ همگرایی روش DLSM برای شبکه‌ی نامنظم ۹۱

فصل۱

مقدمه

۱-۱. مقدمه

همزمان با توسعه سریع و چشمگیر فن آوری و امکانات کامپیوتری درطی چند دهه اخیر و درنتیجه حل آسان و سریعتر معادلات دیفرانسیل ، روشهای عددی برای حل مسائل علمی و مهندسی گوناگون، توسعه قابل توجهی یافته اند. از جمله معروف ترین روش های عددی، می توان به روش اختلاف محدود[1] و روش اجزاء محدود[2] اشاره نمود. روش اختلاف محدود تا مدتی نسبتا طولانی، تنها روش موجود برای حل عددی معادلات دیفرانسیل به شمار می رفت. اما دامنه کاربرد این روش محدود به مسائلی می شد که امکان تولید یک شبکه منظم از نقاط گرهی دردامنه آنها وجود داشت. معمولا پوشش دادن کل دامنه مسئله و مرزهای آن با شبکه منظمی از نقاط دشوار و یا غیر ممکن بود. به منظور غلبه بر چنین دشواری هایی و دستیابی به روش هایی با انعطاف پذیری بیشتر، توجه محققین به توسعه روش هایی همچون احجام محدود و روش اجزا محدود معطوف گردید. اما در این میان روش اجزاء محدود قابلیت بیشتری نشان داد، به طوری که امروزه می توان از روش اجزاء محدود به عنوان یکی از معروفترین، کارآمدترین و انعطاف پذیرترین روش های عددی موجود برای حل این مسائل مهندسی نام برد. لیکن با گسترش دامنه مسائل مورد علاقه مهندسین و پیچیدگی روزافزون آنها به نظر می رسد این روش در مواردی فاقد توانایی های لازم جهت حل مؤثر مسائل مورد نظر می باشد.

یکی از مسائلی که همواره در زندگی صنعتی انسان نقش فراوانی داشته است و امروزه نقش آن مهمتر از گذشته شده است مسئله شکست مصالح می باشد. جهت جلوگیری از شکست های ناگهانی و خرابی های خطرناک در سازه ها داشتن شناخت و آگاهی در زمینه مکانیک شکست مواد ضروری به نظر می رسد و از آنجایی که مصالح ساخته شده به دست بشر همواره دارای نقایص ساخت، مانند وجود ریز حفره ها و ترک های مویی در مواد می باشند، همواره تحلیل میدان های تنش و تغیر مکان در نوک ترک از اهمیت به سزایی برخوردار می باشد.

حل مسائل مربوط به ترک در مسیرهای دلخواه و پیچیده با استفاده از روش اجزاء محدود به سختی

1- Finite Difference Method
2-Finite Element Method

انجام می شود چون در این روش معمولا مرز بین المانها یک مسیر پیش فرض برای توسعه ترک به شمار می رود و برای اینکه مرز بین المانها بر مسیر حقیقی ترک منطبق گردد، باید مسئله مرحله به مرحله انجام شود و در هر مرحله شبکه المانها مجددا تولید شود. در مقابل، حل مسئله در روش های بدون شبکه مبتنی بر شبکه ای از نقاط گره ای است که با توزیع دلخواه در سطح دامنه پراکنده شده اند، هیچ گونه پیوستگی بین نقاط وجود ندارد بنابراین نیاز به تعریف روابط بین نقاط قبل از حل مسئله نمی باشد. این روش ها در برابر حذف و یا اضافه کردن نقاط به دامنه بسیار انعطاف پذیرند و چون نیازی به تعریف المان ندارند در حل مسئله انتشارترک، شکست و تغییرشکل های بزرگ با مشکلات کمتری مواجه هستند. این مزایا باعث شده است که روش های بدون شبکه توسعه قابل توجهی پیدا کنند و به عنوان نسل جدیدی از روش های عددی مورد توجه محققین قرار بگیرند.

در سالهای اخیر روش های بدون شبکه زیادی ابداع شده است که می توان به روش هیدرودینامیک ذره هموار[۱] (SPH) [۱]، روش گالرکین بدون جزء[۲] (EFGM) [۲و۳]، روش ذره کرنل باز تولید کننده[۳] (RKPM) [۴]، روش نقطه محدود[۴](FP) [۵]، روش ابرهای HP[۵] [۶]، روش پتروف-گالرکین موضعی بدون شبکه[۶] (MLPG) [۷-۱۰]، روش معادله انتگرالی مرزی محلی[۷] (LBIE) [۱۱-۱۳]، روش ابرهای محدود[۸] [۱۴] ، روش بدون شبکه حداقل مربعات (LSCM) [۱۵] و روش حداقل مربعات نقطه وزنی (PWLS) [۱۶] اشاره کرد.

نخستین بار روش های بدون شبکه در آنالیز و مدل سازی ترک توسط بلیچکو و همکارانش[۲و۱۷و۱۸] به کار گرفته شد. EFGM به عنوان اولین روش بدون شبکه در آنالیز ترک در این مطالعه مورد استفاده قرار گرفت. رائو[۹] و رحمان[۱۰][۱۹] نیز یک تکنیک انتگرال گیری عددی در روش بدون شبکه گالرکین بر اساس روش المان محدود جهت آنالیز ترک الاستیک برای مود های مختلف شکست ارائه دادند. همچنین بلیچکو[۱۱] و بلاک[۱۲] اولین بار در مقاله ای [۲۰] از روش افراز واحد[۱۳] (PU) جهت مدل سازی ترک استفاده کردند. در تحقیقات ایشان بمنظور تعریف ناپیوستگی مستقل از شبکه بندی، از میدان تقریبی مرکب از افراز واحد محلی و ناپیوستگی درون آن میدان

1-Smooth Particle Hydrodynamic
2-Element Free Galerkin Method
3-Reproducing Kernel Particle Method
4-Finite Point
5-HP-clouds
6-Meshless Local Petrov- Galerkin
7-Local Boundary Integral Equation
8-Finite Cloud Method
9-Rao
10-Rahman
11-Belytschko
12-Black
13-Partition of unity

استفاده شده است. باترا[1] و چنگ[2][۲۱] با استفاده از توابع پایه غنی سازی شده و روش انکسار[3] و معیارمشاهده ای[4]، روش پتروف – گالرکین محلی (MLPG) را جهت مدل سازی ترک بکارگرفتند. باترا و چنگ چهار تابع پایه چند جمله ای برای مشتق گیری توابع پایه بوسیله حداقل مربعات متحرک استفاده کردند و همچنین پارامترهای مختلف مکانیک شکست را مورد بررسی قرار دادند. همچنین باترا و همکاران روش MSPH که اصلاح شده روشSPH است را جهت مدل سازی استاتیکی و دینامیکی صفحات حاوی ترک و رشد ترک بکار گرفتند. ارگان[5] و همکاران [۲۲] از تقریب های بدون شبکه پیوسته، برای مدل سازی مرزهای غیر محدب با تاکید بر ترک استفاده نمودند. در این مقاله دو تکنیک انکسار و فرانمایی در چارچوب روش EFGM توسعه داده شده است. رابزاک[6] و همکاران [۲۳] یک روش جدید را برای مدل کردن ترک های گسسته[7] در روش های بدون شبکه ارائه نمودند. لی[8] و همکاران [۲۴] از یک روش بدون شبکه غنی شده برمبنای افراز واحد(PU) جهت مدل سازی دوبعدی ترک استفاده نمودند. موراوین[9] و همکاران [۲۵] از یک تکنیک جدید به نام *spiral weight* در روش های بدون شبکه، به منظور کاهش مشکلات موجود در منظور کردن ناپیوستگی و مرز غیر محدب در تابع وزن، استفاده نمودند. ژانگ[10] و همکاران [۲۶] از روش غنی شده بدون شبکه گالرکین جهت آنالیز مسائل شکست دوبعدی استفاده نمودند. ژو[11] و همکاران [۲۷] از یک تکنیک جدید که ترکیبی از روش بدون شبکه با روش المان محدود بود برای آنالیز میدان های نوک ترک استفاده کردند. ونگ[12] و همکاران [۲۸] از زیر حوزه های شعاعی جهت حل مسائل مکانیک شکست استفاده نمودند. شاهوردی و محمدی [۲۹] نیز در مقاله ای روش بدون شبکه نقاط محدود را جهت آنالیز شکست کامپوزیت های FRP ارائه نمودند. همچنین در مقاله ای دیگر [۳۰] از روش نقاط محدود غنی شده (EFPM) جهت آنالیز مسائل اورتوتروپیک[13] دارای ترک استفاده نمودند.

خضری و همکاران [۳۱] در مقاله ای از روش RKPM و GRKPM[14] جهت آنالیز مسائل ترک استفاده نمودند. صادقی راد و همکاران [۳۲] از یک روش هم مکان غنی شده برای حل مسائل شکست دوبعدی الاستیک استفاده کردند. قریشی و همکاران [۳۳و۳۴] روش بدون شبکه گالرکین را

1-Batra
2-Ching
3-Diffraction Method
4-Visibility Criterion
5- Organ
6-Rabczuk
7- Discrete cracks
8- Li
9 - Muravin
10-Zhang
11-Gu
12-Wang
13-orthotropic
14- Generalized Reproducing Kernel Particle Method

برای آنالیز نوک ترک در صفحات اورتوتروپیک و همچنین آنالیز شکست کامپوزیت ها به کار گرفتند.

روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته[1] (DLSM) که در این تحقیق برای اولین بارجهت مدل سازی ترک مورد استفاده قرار گرفته است، روشی جدید بر مبنای حداقل مربعات متحرک[2](MLS) می باشد که توسط ارزانی و افشار[۳۵] ارائه گردیده است. از مزایای این روش می توان به دقت بالا، سادگی، هزینه محاسباتی پایین، متقارن بودن ماتریس ضرائب و عدم نیاز به انتگرال گیری اشاره کرد. این روش تاکنون برای حل مسائلی از قبیل پواسون [۳۵]، تراوش [۳۶]، تظریف تطبیقی برای مسائل هذلولی در حالت یک بعدی[۳۷]، حل مسائل مکانیک جامدات [۳۸]، تحلیل مسائل کشسانی صفحه ای با فرمول بندی مختلط [۳۹]، شبیه سازی مسائل جریان با سطح آزاد [۴۰]، تظریف تطبیقی به روش جابجایی نقاط برای مسائل الاستیسیته صفحه ای [۴۱]، تظریف تطبیقی در روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته به روش غنی‌سازی شبکه برای مسائل الاستیسیته [۴۲] و استفاده از فرمول بندی مختلط در روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته برای مسائل الاستیسیته با استفاده از پخش منظم و نامنظم نقاط [۴۳] ارائه شده و کارایی آن به اثبات رسیده است. هدف از این تحقیق، بکارگیری قابلیت‌های این روش بدون شبکه جهت مدل سازی ترک و تحلیل میدان های تنش در مسائل الاستیسیته دو بعدی می باشد که تاکنون با استفاده از این روش حل نگردیده است. شرایط مرزی در این روش به راحتی با روش پنالتی اعمال می شوند. همچنین برای ایجاد ناپیوستگی میدان جابجایی در طول ترک، از معیار مشاهده ای[۲و۴۴و۴۵]، که یکی از ساده ترین وکاراترین روش های ایجاد ناپیوستگی در تقریب های بدون شبکه است استفاده شده است.

در این پایان نامه، مطالب فصول مختلف اینچنین تنظیم گشته است:

- در فصل دوم، مروری بر روش های بدون شبکه، مزایا و معایب ایـن روش هـا و برخـی از روش های بدون شبکه به طور مختصر تشریح شده است. همچنین در انتهای این فصـل، راهکارهـای ساختن توابع شکل و توابع شکل حداقل مربعات متحرک آمده است.
- در فصل سوم، ابتدا معادلات حاکم بر مسائل الاستیسیته در حالت کرنش و تـنش صـفحه ای و در ادامـه فرمـول بنـدی روش بـدون شـبکه حـداقل مربعـات گسسـته در مسـائل دو بعـدی الاستیسیته تشریح شده است.

1- Discrete Least Square Method
2- Moving Least Square

- ❖ در فصل چهارم، چگونگی اعمال ناپیوستگی نظیر ترک در روش های بدون شبکه مورد توجه قرار گرفته است.در این فصل برخی از معیارهای مطرح برای اعمال این گونه شرایط به تشریح ارائه شده است.
- ❖ در فصل پنجم، مروری بر مکانیک شکست صورت پذیرفته است.
- ❖ در فصل ششم، از روش بدون شبکه حداقل مربعات گسسته برای تحلیل صفحات حاوی ترک در حالت الاستیک و در مود I شکست استفاده شده است. بدین منظور به تحلیل مسائلی شامل ترک لبه ای و ترک مرکزی پرداخته شده است و نتایج حاصله با جواب های تحلیلی موجود و همچنین نرم افزار Abaqus مقایسه شده است.
- ❖ فصل هفتم، حاوی نتیجه گیری و پیشنهاد برای ادامه پژوهش ها می باشد.

فصل۲
مروری بر روش‌های بدون شبکه

۲-۱. مقدمه

تحلیل مسائلی با مرزهای پیچیده یا متحرک و مسائلی که در زمان تحلیل دچار تغییر در هندسه حوزه می‌باشند، با استفاده از روش اجزاء محدود نیاز به یک فرآیند مداوم شبکه‌بندی حوزه مسئله برای جلوگیری از انحراف فرایند حل و کج شکلی[۱] شدید المان ها دارد. این مشکل در انجام فرایندهای تظریف تطبیقی نیز در روش های متکی بر شبکه‌بندی وجود دارد. فرآیند تولید شبکه فرایندی پرهزینه و مشکل است بطوریکه هزینه این فرآیند قابل مقایسه با هزینه گسسته‌سازی معادلات و حل معادلات حاکم بر مسئله می‌باشد. همچنین معمولا مشتقات جواب در روش‌های مبتنی بر شبکه برای رسیدن دقت کافی، نیازمند هموارسازی می‌باشند که فرایندی پرهزینه خصوصا در مسائلی مانند اجزاء محدود سه بعدی و جریانات سطح آزاد می‌باشد.

به منظور رفع مشکلاتی از این نوع امروزه توجه بسیاری از محققین به روش‌های بدون شبکه[۲] معطوف گردیده است. روش‌های بدون شبکه طی سالیان اخیر به مجموعه روش‌های عددی افزوده شده و افق جدید و وسیعی در زمینه‌های تحقیقاتی ریاضی، فیزیک و مهندسی گشوده است. استفاده از روش‌های بدون شبکه هنوز به گستردگی روش اجزا ء محدود در مسائل مهندسی نمی‌باشد ولی چه بسا فعلا این روش‌ها شرایطی مشابه با زمانی که روش اجزاء محدود شروع به گسترش نمود را سپری می‌نمایند.

روش‌های بدون شبکه از دید شیوه‌ی گسسته سازی معادلات دیفرانسیل به دو دسته کلی تقسیم‌بندی می‌شوند. برخی از این روش‌ها از فرم قوی و برخی دیگر از فرم ضعیف معادلات دیفرانسیل در گسسته سازی استفاده می‌کنند. یکی از مشکلات روش‌هایی که از فرم ضعیف معادلات استفاده می‌کنند، فرآیند انتگرال‌گیری می باشد. برای انتگرال‌گیری نیاز به بدست آوردن مقدار تابع درون انتگرال در نقاط گوسی می‌باشد. به عبارت دیگر یک نوع مش‌بندی زمینه‌ای برای بدست آوردن

1-Distortion
2-Meshless

نقاط گوسی مورد نیاز می‌باشد. بنابراین نمی‌توان این روش‌ها را واقعا بدون شبکه به حساب آورد. همچنین این روش‌ها از نظر محاسباتی از روش اجزاء محدود پرهزینه‌تر هستند. در مقابل روش‌های مبتنی بر فرم قوی به دلیل عدم نیاز به انتگرال‌گیری روش هایی واقعا بدون شبکه هستند. از مزایای دیگر این روش‌ها می‌توان به داشتن الگوریتم ساده برای برنامه‌نویسی و به صرفه بودن از لحاظ هزینه محاسباتی بدلیل عدم وجود انتگرال گیری اشاره کرد. در مقابل این روش‌ها دارای معایبی از قبیل ناپایداری و دقت پایین جواب‌ها، مشکل بودن اعمال شرایط مرزی و غیر متقارن بودن ماتریس ضرایب می‌باشند.

در این فصل ابتدا به تاریخچه روش های بدون شبکه ، مزایا و معایب این روش ها و برخی از روش های بدون شبکه به طور مختصر پرداخته شده است. همچنین در انتهای این فصل، راهکارهای ساختن توابع شکل و توابع شکل حداقل مربعات متحرک آمده است.

۲-۲. مروری بر تاریخچۀ روش های بدون شبکه

در گسترۀ حل معادلات دیفرانسیل، روش های بدون شبکه به آن دسته از روش هایی اطلاق می شود که در آنها تقریب مناسبی از پاسخ سیستم بدون نیاز به المان بندی و تنها بر پایه نقاطی[1] دلخواه از دامنه به دست می آید. اگرچه آغاز و تکوین روش های بدون شبکه[2] به دو دهه قبل از سال های شکوفایی و کاربرد این روش ها باز می گردد، اما تا دهۀ ۹۰ میلادی، این روش ها مورد توجه جدی قرار نگرفته و کار زیادی بر روی آنها انجام نشده بود. اولین روش بدون شبکه که SPH[3] نام دارد، نخستین بار در سال ۱۹۷۷ توسط لوسی[4] معرفی شد[۴۶]. نخستین کاربرد این روش در مدل سازی پدیده های اختر فیزیکی بود. فرض دامنۀ نامحدود از جمله مسائلی بود که بعدها تلاش در جهت تصحیح آن منجر به پدید آمدن روش های دیگری شد. در ادامه موناقان[5] و گینگولد[6] این روش را در زمینه های مشابه به کار گرفتند [۲و۴۷]. در روش SPH پاسخ سیستم به کمک تابعی که به تابع کرنل [7] معروف است، بازتولید می شود. تابع کرنل و یا هسته، به گروهی از عملگرها اطلاق می گردد که طی فرایند انتگرال گیری بر دامنه تابع مورد نظر، آن را بازتولید می کنند. روش SPH بر روی مرزها و یا به هنگامی که نقاط اندکی در دامنه درنظر گرفته می شوند، قادر به ارائه پاسخی دقیق

1- Nodes/Particles
2- Meshfree Methods
3- Smooth Particle Hydrodynamic
4- Lucy
5-Monaghan
6-Gingold
7-Kernel function

نیست. پس از این بازه زمانی، برای مدتی نسبتاً طولانی، روش های بدون شبکه از مرکز توجه محققین خارج شدند؛ دلیل این امر را میتوان ریاضیات نسبتا پیچیده و حجم عملیات بالای این روش ها در مقایسه با روش های عددی هم عصر خود دانست، که بعدها توسعه و پیشرفت رایانه ها و سهولت کاربرد آنها، این مانع را از میان برد. در سال های اخیر روش های بدون شبکه مجددا در کانون توجه محققان ودانشمندان قرار گرفته و پیشرفت های شگرفی در آنها رخ داده است.

در سال۱۹۹۲ ، نیرلز[۱] و همکارانش[۴۸] ، تنها بر پایه یک سری نقاط پخش شده در دامنه و مشخصات مرزی محیط مورد نظر، روابط گالرکین را برای اولین بار به کمک روش حداقل مربعات متحرک[۲] (MLS) برای مسالهٔ مورد نظر به دست آوردند و روش خود را DEM [۳] نامیدند. شایان ذکر است که روش MLS پیشتر توسط سلکاسکاس[۴] و لنکستر[۵] [۴۹] و چندین محقق دیگر مورد بررسی قرار گرفته بود. سپس بلیچکو[۶] و همکارانش با بررسی این ایده نوین و افزودن برخی جملات به فرمولاسیون روش DEM موفق به تدوین روشی بسیار دقیق تر و کاراتر به نام EFG [۷] شدند [۴۴] .مطالعات انجام شده توسط این روش و گزارشات موجود، بیانگر آنست که این روش در حل مسائل مکانیک شکست[۸]، از جمله مسائل ترک، بسیار کاراتر و نرخ همگرایی این روش در مقایسه با روش اجزاء محدود به مراتب بهتر می باشد [۴۴]. از آنجا که توابع درونیاب به کار رفته در این روش برخلاف روش اجزاء محدود فاقد خاصیت دلتای کرونکر بودند، اعمال شرایط مرزی ضروری [۹] و بارهای نقطه ای با مشکلات بیشتری همراه بود. از این رو بلیچکو و همکارانش جهت رفع این نقایص از روش های تکمیلی، نظیر روش ضرایب لاگرانژ [۱۰] بهره جستند. این روش از سایر روش های فاقد المان بندی دقیقتر و البته پرهزینه تر بود.

پس از آن لیو[۱۱] و همکارانش نخستین بار روش RKPM را با دیدگاهی متفاوت مطرح کردند [۴و۵۰]. آنها با مشاهدهٔ نقصان و خطا در امتداد مرزها به هنگام به کارگیری روش SPH، درصدد برآمدند تا با اضافه نمودن یک تابع تصحیح [۱۲] به تابع کرنل اشکالات روش یادشده را مرتفع سازند. روش حاصل به مراتب از روش SPH دقیقتر بود. از آنجا که این روش یک فرمول کلی را جهت ساختن توابع شکل در محاسبات فراهم می آورد، با استفاده از گسسته سازی ویژه ای در معادلهٔ

1-Nayroles
2- Moving Least Squares
3-Diffuse Element Method
4- Salkauskas
5- Lancaster
6- Belytschko
7-Element Free Galerkin Method
8-Fracture Mechanics
9- Essential Boundary Conditions
10-Lagrange Multipliers
11- Liu
12-Correction Function