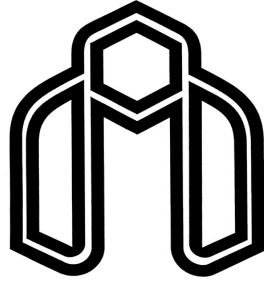


صلى الله عليه وسلم



دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد تبدیل انرژی

بررسی جریان محوری و انتقال گرما در حلقوی چرخان

نگارش :

احسان صمصامی

استاد راهنما :

دکتر علی جباری مقدم

استاد مشاور :

دکتر محمود نوروزی

بهمن ۱۳۹۰



دانشکده مهندسی مکانیک
گروه حرارت و سیالات

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای احسان صمصامی
تحت عنوان: بررسی جریان و انتقال حرارت در حلقوی چرخان

در تاریخ ۱۳۹۰ / ۱۱ / ۹ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد تبدیل انرژی
مورد ارزیابی و با درجه بسیار خوب مورد پذیرش قرار گرفت.

امضاء	اساتید مشاور	امضاء	استاد راهنما
	دکتر محمود نوروزی		دکتر علی جباری مقدم

امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء	اساتید داور
	دکتر محمد حسن کیهانی		دکتر محمد محسن شاه مردان
			دکتر محسن نظری

تقدیم به پدر و مادرم

به امید اینکه همواره سپاسگزار ایشان باشم.

تشکر و قدردانی

از آقای دکتر علی جباری مقدم که راهنمایی این پایان نامه را بر عهده داشتند، تشکر و قدردانی می‌نمایم. همچنین از آقای دکتر محمود نوروزی که به عنوان استاد مشاور اینجانب را یاری نمودند، سپاسگزارم.

تعهد نامه

اینجانب احسان صمصامی، دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک (تبدیل انرژی)، دانشکده مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی شاهرود نویسنده پایان نامه بررسی جریان و انتقال حرارت در حلقوی چرخان تحت راهنمایی دکتر علی جباری مقدم، متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه صنعتی شاهرود» و یا «Shahrood University of Technology» به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده اند در مقالات مستخرج از پایان نامه رعایت می گردد.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

امضای دانشجو

تاریخ

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده است) متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

چکیده :

جریان و انتقال حرارت در سیالات بین دو استوانه ی هم مرکز که یکی یا هر دو دارای حرکت دورانی حول محور استوانه ها هستند، همراه با تغذیه سیال عمود بر سطح مقطع استوانه ها، که رژیمی مرکب از حرکت های محوری و دورانی سیال را به وجود می آورد، از بعد علمی و فنی دارای اهمیت بسیاری است. جریان هایی به این صورت، در بسیاری از سیستم های مکانیکی، مانند یاتاقان ها، موتورهای الکتریکی با تهویه محوری (جریان هوا بین روتور و استاتور)، مبدل های حرارتی دوار، مته های چاه های نفت و ... کاربرد دارند.

در این تحقیق سعی شده است که با شبیه سازی شرایط یک سیستم صنعتی (رولیک های خنک شونده با آب مورد استفاده در صنعت فولاد)، جریان آرامی از سیال که ابتدا وارد یک لوله (استوانه داخلی) و سپس وارد یک حلقوی با دیواره خارجی داغ در حال دوران می شود، مدل سازی شده و شرایط تغییرات دمایی و نرخ انتقال حرارت در طول جریان بررسی شود. بررسی ترموفلوئید چنین سیستمی، با حداقل تغییرات نسبت به هندسه سیستم صنعتی و شرایط مرزی آن تا حد امکان، از جنبه های جدید پژوهشی این تحقیق است.

فصل های اول و دوم به مروری بر تحقیقات انجام شده پیشین و معرفی مسأله و معادلات حاکم اختصاص دارد. در فصل سوم یک روش حل تحلیلی برای حل معادلات مومنوم سه بعدی در ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی جریان و یک روش برای حل معادله انتقال حرارت در ناحیه توسعه یافته هیدرودینامیکی - در حال توسعه دمایی، ارائه شده است. بخش عمده کار که به روش عددی است، به صورت یک مدل جامع برای کل جریان می باشد که روش آن در فصل چهارم و نتایج آن در فصل پنجم ارائه شده است.

نتایج این تحقیق نشان می دهد که در سرعت های دورانی پایین، چرخش دیواره حلقوی تاثیر ناچیزی روی نرخ انتقال حرارت دارد. همچنین تاثیر این چرخش روی پروفیل جریان محوری نیز کم است که این تاثیر در نواحی ورودی جریان نسبت به ناحیه توسعه یافته چشم گیرتر می باشد.

کلمات کلیدی :

جریان آرام، حلقوی ، دوار، جابجایی، انتقال حرارت، جریان محوری، حل عددی

مقالات استخراج شده از پایان نامه:

- 1- Jabbari Moghadam A., Norouzi M., Samsami E., (2012), “ Numerical Investigation Of Laminar Flow In An Annulus With Rotating Outer Wall & Axial Water Inlet”, ISME2012, Shiraz.
- 2- Jabbari Moghadam A., Samsami E., (2012), “ Numerical Investigation Of Forced Convective Heat Transfer In An Annulus With Rotating Outer Wall With Axial Water Inlet ”, ISME2012, Shiraz.

فهرست مطالب

فصل اول : مقدمه	۱
۱ - ۱: دیباچه	۲
۲ - ۱: مروری بر تحقیقات انجام شده پیشین	۳
۱ - ۲ - ۱: روش های حل عددی معادله ناویر استوکس	۳
۲ - ۲ - ۱: روش های حل عددی معادلات ناویر استوکس بر حسب متغیرهای اولیه	۵
۳ - ۲ - ۱: انتقال حرارت در داخل استوانه های افقی	۷
۱ - ۲ - ۳ - ۱: ضریب انتقال حرارت در داخل استوانه های افقی ثابت	۷
۲ - ۳ - ۲ - ۱: جریان و انتقال حرارت در لوله های دوار	۸
۴ - ۲ - ۱: جریان سیال و انتقال حرارت در یک استوانه ی دوار با جریان هوای ورودی	۹
۵ - ۲ - ۱: جریان و انتقال حرارت بین دو استوانه ی دارای حرکت دورانی نسبت به یکدیگر	۱۰
۳ - ۱: معرفی مسأله و اهداف تحقیق حاضر	۱۲
فصل دوم : معرفی مسأله و معادلات حاکم	۱۴
۱ - ۲: انتقال حرارت جابجایی	۱۵
۲ - ۲: قانون پایستگی جرم	۱۵
۳ - ۲: معادلات اندازه حرکت	۱۶
۴ - ۲: قانون اول ترمودینامیک	۱۸

فصل سوم : مروری بر نتایج موجود حل های تحلیلی قبلی و حل بخشی از مسأله به روش تحلیلی ۲۱

۳ - ۱ : معادلات دیفرانسیل انرژی برای جریان درون کانالهای مدور متقارن ۲۲

۳ - ۲ : انتقال گرما در جریان توسعه یافته ۲۳

۳ - ۳ : لوله دایروی با پروفیل های کاملاً توسعه یافته سرعت و درجه حرارت ۲۵

۳ - ۴ : معرفی چند مورد از حل های تحلیلی موجود برای برخی شرایط خاص ۲۶

۳ - ۴ - ۱ : اثر تغییرات شار حرارتی روی محیط ۲۶

۳ - ۴ - ۲ : حلقوی با پروفیل سرعت و درجه حرارت کاملاً توسعه یافته و گرمایش غیرمتقارن ۲۷

۳ - ۴ - ۳ : جریان در حال توسعه گرمایی در کانال دایروی ۲۹

۳ - ۴ - ۴ : جریان در حال توسعه گرمایی و هیدرولیکی ۳۳

۳ - ۵ : معرفی شرایط در نظر گرفته شده برای حل تحلیلی مساله حاضر ۳۳

۳ - ۶ : حل تحلیلی معادلات مومنوم ۳۴

۳ - ۷ : حل تحلیلی معادله انتقال حرارت ۳۶

فصل چهارم : حل مسأله به روش عددی ۴۱

۴ - ۱ : حل عددی معادلات مومنوم ۴۲

۴ - ۱ - ۱ : مقدمه ۴۲

۴ - ۱ - ۲ : الگوریتم های عددی ۴۲

۴ - ۱ - ۳ : تراکم پذیری مصنوعی ۴۳

۴ - ۱ - ۴ : شبکه جا به جا شده ۴۵

۴ - ۱ - ۵ : روش علامتگذاری و سلول ۴۷

- ۴ - ۲ : حل عددی معادله انتقال حرارت ۵۰.....
- ۴ - ۲ - ۱ : گسسته سازی ۵۱.....
- ۴ - ۲ - ۲ : روش تکراری گاوس - سایدل نقطه به نقطه..... ۵۳.....
- فصل پنجم : نتایج و بحث روی آن ۵۴.....
- ۵ - ۱ : نتایج به دست آمده از بخش حل تحلیلی ۵۵.....
- ۵ - ۱ - ۱ : محدودیت های موجود ۵۵.....
- ۵ - ۱ - ۲ : یک نمونه حل سری برای شرایط خاص جریانی و شرایط خاص مرزی ۵۶.....
- ۵ - ۲ : نتایج به دست آمده از حل عددی معادلات مومنتوم ۵۷.....
- ۵ - ۲ - ۱ : بررسی اعتبار حل عددی ۶۰.....
- ۵ - ۲ - ۲ : بررسی وابستگی حل عددی به شبکه ۶۱.....
- ۵ - ۳ : نتایج به دست آمده از حل عددی معادله انتقال حرارت ۶۲.....
- ۵ - ۳ - ۱ : نتایج حالت اول (جابجایی هوا - شار حرارتی ثابت - جابجایی هوا) ۶۳.....
- ۵ - ۳ - ۲ : نتایج حالت دوم (جابجایی هوا - دما ثابت - جابجایی هوا) ۷۰.....
- ۵ - ۴ : بحث و نتیجه گیری ۷۶.....
- ۵ - ۵ : پیشنهاداتی برای تحقیقات آینده ۷۷.....
- پیوست..... ۷۸.....
- مراجع ۷۹.....

فهرست شکل ها

- شکل (۱ - ۱) : هندسه جریان و شرایط مرزی ۱۲
- شکل (۱ - ۲) : قانون اول ترمودینامیک برای حجم کنترل ۱۸
- شکل (۱ - ۳) : انتقال حرارت در ناحیه ورودی یک لوله با دیواره های دما ثابت ۳۱
- شکل (۲ - ۳) : انتقال حرارت در ناحیه ورودی یک لوله با شار گرمایی یکنواخت در دیواره ها ۳۲
- شکل (۳ - ۳) : هندسه جریان و شرایط مرزی ۳۴
- شکل (۱ - ۴) : شبکه های اولیه و ثانویه در یک مختصات دو بعدی ۴۶
- شکل (۲ - ۴) : شبکه های اولیه و ثانویه در یک مختصات دو بعدی ۴۹
- شکل (۳ - ۴) : نقاط مربوط به شبکه ۵ نقطه ای ۵۱
- شکل (۴ - ۴) : نقاط مربوط به شبکه ۹ نقطه ای ۵۲
- شکل (۱ - ۵) : تغییرات دما در حلقوی با فاصله شعاعی از محور در $z/Dh=32.2$ و $Re_a = 300, Re_r = 105$ ۵۷
- شکل (۲ - ۵) : کانتورهای سرعت محوری در $Re_a = 300, Re_r = 105$ ۵۸
- شکل (۳ - ۵) : کانتورهای سرعت محوری در $Re_a = 300, Re_r = 1600$ ۵۸
- شکل (۴ - ۵) : کانتورهای سرعت محوری برای $Re_a = 300, Re_r = 105$ ۵۹
- شکل (۵ - ۵) : کانتورهای سرعت دورانی برای $Re_a = 300, Re_r = 1600$ ۵۹
- شکل (۶ - ۵) : منحنی های سرعت محوری در مقاطع مختلف حلقوی برای $Re_a = 300, Re_r = 105$ ۶۰
- شکل (۷ - ۵) : مقایسه پاسخ های تحلیلی و عددی برای سرعت محوری در ناحیه توسعه یافته برای $Re_a = 300, Re_r = 105$ ۶۱
- شکل (۸ - ۵) : شکل شماتیک هندسه مسأله به همراه شرایط مرزی ۶۳
- شکل (۹ - ۵) : پروفیل دما در استوانه داخلی و حلقوی برای شرط مرزی (جابجایی هوا - شار حرارتی ثابت - جابجایی هوا) ۶۴
- شکل (۱۰ - ۵) : منحنی های تغییرات دمای بالک جریان در طول حلقوی ۶۵
- شکل (۱۱ - ۵) : منحنی های تغییرات دمای بالک جریان در طول استوانه داخلی ۶۵
- شکل (۱۲ - ۵) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت در طول استوانه داخلی ۶۶

- شکل (۵ - ۱۳) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح داخلی) در طول حلقوی (ناحیه اول).....۶۷
- شکل (۵ - ۱۴) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح خارجی) در طول حلقوی (ناحیه اول).....۶۷
- شکل (۵ - ۱۵) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح داخلی) در طول حلقوی (ناحیه دوم).....۶۸
- شکل (۵ - ۱۶) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح خارجی) در طول حلقوی (ناحیه دوم).....۶۸
- شکل (۵ - ۱۷) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح داخلی) در طول حلقوی (ناحیه سوم).....۶۹
- شکل (۵ - ۱۸) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح خارجی) در طول حلقوی (ناحیه سوم).....۶۹
- شکل (۵ - ۱۹) : پروفیل دما در استوانه داخلی و حلقوی برای شرط مرزی (جابجایی هوا - دما ثابت - جابجایی هوا)۷۰
- شکل (۵ - ۲۰) : منحنی های تغییرات دمای بالک جریان در طول حلقوی۷۱
- شکل (۵ - ۲۱) : منحنی های تغییرات دمای بالک جریان در طول استوانه داخلی۷۱
- شکل (۵ - ۲۲) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت در طول استوانه داخلی۷۲
- شکل (۵ - ۲۳) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح داخلی) در طول حلقوی (ناحیه اول)۷۳
- شکل (۵ - ۲۴) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح خارجی) در طول حلقوی (ناحیه اول)۷۳
- شکل (۵ - ۲۵) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح داخلی) در طول حلقوی (ناحیه دوم)۷۴
- شکل (۵ - ۲۶) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح خارجی) در طول حلقوی (ناحیه دوم)۷۴
- شکل (۵ - ۲۷) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح داخلی) در طول حلقوی (ناحیه سوم).....۷۵
- شکل (۵ - ۲۸) : منحنی های تغییرات عدد ناسلت جریان (متناظر سطح خارجی) در طول حلقوی (ناحیه سوم).....۷۵
- شکل (۵ - ۲۹) : منحنی های دمای بالک جریان داخلی و خارجی۷۶

فهرست جداول

- جدول (۱ - ۱) : روابط مربوط به ضرایب انتقال حرارت در استوانه های دوار [۲۲] ۹
- جدول (۱ - ۳) : حل شار ثابت حلقوی در شرایط سرعت و دمای کاملا توسعه یافته [۲۸] ۲۹
- جدول (۲ - ۳) : مقادیر ویژه و ثابت های حل گراتز (لوله با دیواره دما ثابت) [۲۸] ۳۱
- جدول (۱ - ۵) : درصد اختلاف مقدار مولفه سرعت محوری در گره های مشترک دو شبکه ۶۲

فهرست علائم

علائم یونانی		سطح مقطع حلقوی	A
ضریب نفوذ حرارتی	α	ضریب گرمایی ویژه	C_p
ضریب انبساط گرمایی	β	قطر هیدرولیکی	D_h
مولفه زاویه ای	θ	قطر داخلی حلقوی	D_i
ویسکوزیته	μ	قطر خارجی حلقوی	D_o
چگالی	ρ	عدد اکرت	Ec
تراکم‌پذیری مصنوعی	τ	نبروهای خارجی	F
ویسکوزیته سینماتیک	ν	طول حلقوی	L
تابع عمومی لزجت	φ	جرم موجود در حجم کنترل	m_{cv}
سرعت زاویه ای	Ω	دبی جرمی	\dot{m}
		عدد ناسلت	Nu
		فشار	p
		عدد پکلت	Pe
		عدد پرائتل	Pr
		فاصله شعاعی	r
		عدد رینولدز	Re
		رینولدز محوری	Re_a
		رینولدز دورانی	Re_r
		زمان	t
		دما	T
		دمای بالک	T_b
		دمای دیواره درونی	T_{inner}
		دمای دیواره بیرونی	T_{outer}
		دمای دیواره درونی	T_{w1}
		دمای دیواره بیرونی	T_{w2}
		سرعت متوسط	U
		سرعت شعاعی	v_r
		سرعت دورانی	v_θ
		سرعت محوری	v_z
		فاصله محوری از ورودی	z

فصل اول :

مقدمه

۱ - ۱ : دیباچه

عملکرد مطلوب بسترهای داغ مورد استفاده در صنایع در شرایط کارکردی، وابسته به عملکرد بهینه و رعایت حداقل توقفات خط تولید است. یکی از پارامترهای مهم عملکردی، حداکثر دمای مجاز یاتاقان یا بلبرینگ موجود در سیستم می باشد. در بسیاری از این سیستمها از جریان آب به عنوان سیال خنک کننده برای کنترل دما استفاده می شود. یک نمونه، رولر های خنک شونده با آب مورد استفاده در ایستگاههای ریخته گری فولاد می باشد. جریان سیال در این رولرها را می توان با جریان توسعه یافته ی درون یک استوانه و سپس جریان در حال توسعه در یک حلقوی با دیواره خارجی در حال دوران مدل کرد. برای این مدل سازی، با یک مساله جریان داخلی سه بعدی روبرو هستیم و معادلات مومنوم و معادله انرژی را در مختصات استوانه ای پیش روی خواهیم داشت.

مسلماً دینامیک و انتقال حرارت جریان های داخلی، به ویژه در هندسه های استوانه ای با شرایط متفاوت، موضوع تحقیقات بسیاری بوده اند. در این فصل به صورت خلاصه به برخی از تحقیقات انجام شده قبلی در این زمینه به صورت تجربی یا عددی، خصوصاً در کانالهای با حرکت دورانی حول محور، همچنین روش های عددی حل معادلات ناویر استوکس در مختصات مختلف اشاره می شود. در فصل سوم برخی از حل های تحلیلی برای شرایط خاص هم معرفی خواهند شد.

۱ - ۲: مروری بر تحقیقات انجام شده پیشین

۱ - ۲ - ۱: روش های حل عددی معادله ناویر استوکس

مطالعات گسترده عددی صورت گرفته با استفاده از معادلات ناویر استوکس، برای حل مسائل جریان را می توان به فراهم شدن امکان عمومی استفاده از کامپیوتر دیجیتال از دهه ۶۰ میلادی نسبت داد. با این حال روش های عددی اولیه به کار برده شده در مورد سیالات لزج تراکم ناپذیر، عمدتاً بر پایه فرمولاسیون دو بعدی تابع جریان - ورتیسیته بودند. این روند در سال ۱۹۶۳ به وسیله فرام^۱ و هارلو^۲ آغاز شد که یک روش تفاضل پیشروی صریح بر پایه فرمولاسیون تابع جریان - ورتیسیته ی مسائل جریان لزج، طراحی کردند [۱]. کاواگوچی^۳ با استفاده از تفاضل مرکزی، یک سری حل عددی برای مساله جریان در حفره مربعی با درپوش متحرک در محدوده رینولدز ۰ تا ۶۴ به دست آورد [۲]. بارگراف^۴ در سال ۱۹۶۶، با تغییر دادن روند تکرار کاواگوچی به حل های همگرا در رینولدزهای بالاتر دست یافت [۳]. ذیب^۵ و همکارانش در ۱۹۸۵، معادله انتقال ورتیسیته را برای جریان های با عدد مارانگونی^۶ بالا در حفره مربعی دوبعدی حل کردند. آنها جریان سیال را برای اعداد پرانتل مختلف و اعداد رینولدز تا ۵۰۰۰۰ مورد بررسی قرار دادند [۴]. بعدها رمنان^۷ و کرپلا^۸ با استفاده از روش چند شبکه ای، جابجایی طبیعی در یک کانال عمودی را مطالعه و بررسی کردند [۵].

محدودیت اصلی فرمولاسیون تابع جریان - ورتیسیته این است که فقط در مختصات دوبعدی قابل استفاده است. برای جریان های سه بعدی تابع جریان به صورت پتانسیل برداری عمومیت داده می شود.

-
- 1- Fromm
 - 2 - Harlow
 - 3 -Kawaguti
 - 4 - Burggraf
 - 5 - Zebib
 - 6 - Marangoni
 - 7 - Ramanan
 - 8 - Korpella

عزیز^۱ و هلامس^۲ در ۱۹۶۷ فرمولاسیون ورتیسیتته - پتانسیل برداری سه بعدی را با تبدیل کردن معادلات ناویر استوکس به معادلات ورتیسیتته و پتانسیل برداری معرفی کردند. با استفاده از این روش، آنها جوابی برای جابجایی طبیعی سه بعدی در کانال با حل ۳ معادله انتقال ورتیسیتته به وسیله روش ای - دی - آی^۳، و حل سه معادله پواسون به وسیله روش های تکرار برای سه مولفه پتانسیل برداری، پیدا کردند [۶]. در ۱۹۷۳ مالینسون^۴ حلی برای جابجایی طبیعی سه بعدی در کانال با استفاده از فرمولاسیون ورتیسیتته - پتانسیل جریان و یک روش گذرای مجازی^۵ مشابه روش تراکم پذیری مصنوعی چورین ارائه کرد [۷].

دنیس^۶ و همکارانش در سال ۱۹۷۹ جریان در حفره با درپوش متحرک را با فرموله کردن مساله مساله بر حسب سرعت و ورتیسیتته مطالعه کردند و برای مقادیر رینولدز تا ۱۰۰، حل هایی ارائه دادند. در سال ۱۹۸۷ اسوالد^۷ و همکارانش همین مساله را با همین فرمول بندی، با الگوریتم حذفی گاوس، به منظور حل معادلات پواسون برای به دست آوردن مولفه های سرعت، بررسی کردند. همچنین از یک روش ای - دی - آی اصلاح شده برای حل معادلات انتقال ورتیسیتته استفاده کردند [۸]. در روش های سرعت و ورتیسیتته، همانند روش های ورتیسیتته - پتانسیل، نیاز به حل ۶ معادله برای دستیابی به ۶ مجهول است (سه مولفه سرعت و سه مولفه ورتیسیتته).

1 - Aziz
2 - Hellums
3 - ADI
4 - Mallinson
5 - False Transient
6 - Dennis
7 - Osswald

۱ - ۲ - ۲ : روش های حل عددی معادلات ناویر استوکس بر حسب متغیرهای اولیه

توسعه روش های عددی بر حسب متغیرهای اولیه^۱ را نیز می توان به بعد از دهه ۶۰ میلادی نسبت داد. کارهای هارلو^۲ و ولش^۳ در سال ۱۹۶۵، پیشگام تحقیقات با استفاده از این روش ها بود که معادله پواسون فشار را برای به دست آوردن فشار بسط داد و بعد از آن برای به دست آوردن میدان سرعت حل نمود [۹]. چورین^۴ در سال ۱۹۶۷ روش تراکم پذیری مصنوعی^۵ را با اضافه کردن کردن یک مشتق زمانی فشار تقسیم بر یک ثابت بزرگ، به معادله پیوستگی تراکم ناپذیر پیشنهاد کرد تا بدین وسیله امکان استفاده از روش های استاندارد تراکم پذیر مهیا شود. با استفاده از این روش، چورین مساله انتقال حرارت جابجایی پایدار سه بعدی در یک لایه مایع که از زیر تحت حرارت است را بررسی نمود [۱۰]. سال بعد چورین یک روش پروجکشن برای حل مساله جابجایی سه بعدی در متغیرهای اولیه پیشنهاد کرد. پاتانکار^۶ و اسپالدینگ^۷، با پذیرفتن برخی مفاهیم پیشنهاد شده در مطالعات یاد شده، یک فرمولاسیون ضمنی بر حسب متغیرهای اولیه پیشنهاد کردند [۱۱]. بابو^۸ و کرپلا^۹، یک روش مستقیم سریع در حوزه های مستطیلی غیر یکنواخت، برای حل معادله پواسون فشار در مختصات کارتیزین، ابداع کردند و سپس سرعت و دما را بر حسب متغیرهای اولیه در حفره مکعبی محاسبه نمودند [۱۲].

مزیت فرمولاسیون متغیرهای اولیه، سر راست بودن آن و این واقعیت است که تنها به محاسبه چهار متغیر نیاز است (سه مولفه سرعت و فشار). با این حال مشکل عمده در این فرمولاسیون، همگرایی ضعیف مساله نیومن در معادله پواسون فشار است. برایلی^{۱۰} دلیل این مشکل را تشخیص داد؛ ممکن است میدان فشار به صورت گسسته سازی شده، شرط اضافی انتگرال کلی از قضیه گرین

1- primitive variables

2 - Harlow

3 - Welch

4 - Chorin

5 - Artificial Compressibility

6 - Patankar

7 - Spalding

8 - Babu

9 - Korpela

10 - Briley