بِسْمِ اللّٰهِ الرّحمٰنِ الرّحيمِ

تقدیم به:

پیشگاه مقدس امام زمان (عج)، پدر و مادر بزرگوارم، و تمام عزیزانی که
در پیشرفت اینجانب سهیم بوده‌اند

سپاسگزاری

« شکر خدا که هرچه طلب کردم از خدا   بر منتهای همت خویش کاردان شدم»
«حافظ»

خداوند را شاکرم که توفیق اتمام مرحله‌ای دیگر از دوران تحصیل را به من عطا فرمود. در اینجا بر خود فرض می‌دانم که از استاد گرامی آقای دکتر احمد فرزانه کرد که با پیشنهادها و راهنمایی‌ها پیمودن این راه را بر من آسان نمود صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم و برای ایشان و خانواده‌ی محترمشان آرزوی سلامتی و کامیابی دارم. همچنین از جناب آقای دکتر سید علی اصغر علوی به خاطر تقبل استاد مشاور و حضور در جلسه‌ی دفاعیه و آقای دکتر آزادگان مدیر گروه فیزیک سپاسگزارم.

از دوستان عزیزم خانم منیره جلالی و طیبه ابراهیمی که درانجام این کار مرا یاری داده اند کمال تشکر را دارم.

در پایان از خواهر و برادر عزیزم که در همه حال حامی و مشوق من بوده و هستند از صمیم قلب تشکر و قدردانی می‌نمایم.

چکیده

محاسبه ی توابع بتا در مدل استاندارد ابرتقارن حداقلی

بوسیله‌ی:
اسماء یزدانیان

برای انتقال پیشگویی‌های ارائه شده در یک مقیاس خاص انرژی به کمیت‌های هدفمند فیزیکی که در مقیاس الکتروضعیف توصیف می‌شوند باید از معادلات گروه بازبهنجارش استفاده شود که این معادلات توابع بتا را نیز در بر می‌گیرند.
با محاسبه‌ی توابع بتای مربوط به پارامترهای ابرپتانسیل و لاگرانژی شکست نرم ابرتقارن، می‌توان جرم ذرات اسکالر را پیش‌بینی کرد.
در ابرپتانسیل نظریه‌ی مدل استاندارد ابرتقارن حداقلی عبارتهایی وجود دارند که تحت تبدیلات لورنتس و تبدیلات پیمانه‌ای $SU(۳) \otimes SU(۲) \otimes U(۱)$ ناوردا می‌باشند، امّا در این برهم کنش ها بقای عدد لپتونی و بقای عدد باریونی را نقض می کنند. در محاسباتی که برای توابع بتا در ابرتقارن انجام شده است اغلب از پارامترهای ناقض R پاریته صرفنظر شده‌است.
در این پایان نامه روش‌های محاسبه‌ی توابع بتای مربوط به پارامترهای ابرپتانسیل و لاگرانژی شکست نرم برای نظریه ی مدل استاندارد ابرتقارن حداقلی بررسی شده و سپس تمامی توابع بتا مربوط به ثابت‌های جفت‌شدگی ابرپتانسیل و لاگرانژی شکست نرم در این مدل را تا تقریب مرتبه‌ی دوم محاسبه کرده‌ایم. در این محاسبات پارامترهای متناظر با نقض R پاریته نیز لحاظ شده، و توابع بتای متناظر با این پارامترها محاسبه شده‌است.

فهرست

عنوان صفحه

فهرست شکلها

فصل ۱

مدل استاندارد

۱ــ۱ مقدمه‌ای بر نظریه‌ی مدل استاندارد

در طبیعت چهارنوع برهم کنش وجود دارد: الکترومغناطیسی، هسته‌ای قوی، هسته‌ای ضعیف و گرانش

نظریه‌ی مدل استاندارد، سه برهم کنش از چهار برهم‌کنش شناخته شده را توصیف می کند (برهم‌کنش‌های قوی، ضعیف و الکترومغناطیسی). در این مدل برهمکنش های الکترومغناطیسی و ضعیف در انرژی های بالا باهم ادغام شده و برهم کنش الکتروضعیف را بوجود می آورند.

مدل استاندارد که یکی از دستاوردهای نظری بزرگ علم قرن بیستم محسوب می‌شود، تنها می‌تواند سرآغازی باشد برای توصیف کامل‌تر برهم کنش‌های طبیعت.

در نظریه‌ی مدل استاندارد سه نوع میدان وجود دارد.

۱) **میدان‌های پیمانه‌ای(بوزونی)**، که حامل بر هم‌کنش‌ها هستند و اسپین ۱ دارند و خود شامل سه نوع میدان متفاوت می باشند:

- میدان گلوئونی ، که واسطه‌ی بر هم کنش‌های قوی بین کوارک‌ها هستند.
- بوزون‌های پیمانه‌ای ضعیف، که واسطه‌ی بر هم کنش ضعیف‌اند.
- میدان فوتونی، که واسطه‌ی برهم کنش الکترومغناطیسی می‌باشد.

میدانهای پیمانه ای(بوزونی) مدل استاندارد و اعداد کوانتومی مربوط به آنها در جدول (۱ــ۱) آورده شده‌است.

۲) **میدان‌های ماده (فرمیونی)** [۱]، که خود به دو گروه کوارک‌ها و لپتون‌ها تقسیم می‌شوند. کوارک‌ها و لپتون‌ها دست کم از سه نسل متفاوتند. در مدل استاندارد یک تقارن راست—چپ وجود دارد، از آنجائی‌که فرمیون‌های راستگرد و چپگرد عدد کوانتومی متفاوتی دارند، لپتون‌ها و کوارک‌ها به دو صورت جفت و منفرد بیان می‌شوند.

۳) **میدان هیگز** [۲]، طبق نظریه‌ی گلاشو ـسلام و واینبرگ، در مدل استاندارد حداقل یک جفت میدان اسکالر هیگز پیش‌بینی می‌شود که هنوز مشاهده نشده‌است [۱].
در فضای تهی میدان هیگز مقداری وجود دارد که همواره در تمام جهان نفوذ می‌کند واین میدان با شکست خودبخودی تقارن الکتروضعیف به لپتونها، کوارکها و بوزون‌های پیمانه‌ای ضعیف واسطه جرم می‌دهد.
در جدول (۱—۲)، اعداد کوانتومی مربوط به میدان‌های فرمیونی و بوزون هیگز آورده شده‌است.

مدل استاندارد بر اساس اصل پیمانه‌ای [۳] پایه‌گذاری شده‌است. و همه‌ی نیروهای طبیعت در مدل استاندارد حول یک اصل مرکزی موسوم به تقارن پیمانه‌ای محلی [۴]، سازماندهی می‌شوند که این گروه تقارن در مدل استاندارد به صورت زیر بیان می شود.

$$SU_{colour}(3) \otimes SU_{left}(2) \otimes U_{hypercharge}(1) \qquad (1-1)$$

بوزون‌های پیمانه‌ای متناظر با نمایش گروه (۱—۱) دارای اسپین یک می‌باشند. در بخش بعدی کمی درباره‌ی گروه‌های تقارنی صحبت خواهیم کرد.

۱ Matter field
۲ Higgs field
۳ gauge principle
۴ Local

میدان	بوزون‌ها	ثابت های جفت شدگی	$SU(۳)$	$SU(۲)$	$U(۱)$
G^k	$gluon \quad g$	g_s	۸	۱	۰
V^A	$w(w^+, w^-), z$	g	۱	۳	۰
$V^{'}$	$hypercharge \quad \beta(\gamma)$	$g^{'}$	۱	۱	۰

جدول ۱—۱: اعداد کوانتومی میدان‌های پیمانه‌ای

۱—۲ گروه تقارنی مدل استاندارد

در اینجا فاکتورهای گروه تقارنی مدل استاندارد را به طور خلاصه مرور می‌کنیم.

a) گروه $U(۱)$؛ نمایش عمومی گروه $U(۱)$ به صورت $exp(i\beta Y/۲)$ است که در آن β پارامتر گروه و Y تنها مولد ابربار این گروه می‌باشد.

اگر میدان‌های فرمیونی ویژه توابع عملگر ابربار Y باشند، ویژه مقدار Y طبق فرمول نی شی جیما [۵] به صورت زیر تعریف می‌شود [۱]:

$$Q = I_۳ + \frac{Y}{۲} \qquad (۱—۲)$$

$I_۳$ مولد قطری گروه $SU(۲)$ و Q بارالکتریکی فرمیون می‌باشد. اعضای یک دوگانه $SU(۲)$ ویژه مقدار ابربارضعیف یکسانی دارند، زیرا ماتریس Y برای دوگانه‌های $SU(۲)$ معادل ماتریس واحد است.

ناوردایی یک برهم‌کنش تحت گروه $U(۱)$ به معنای بقای ابربار Y است، گروه $U(۱)$ برهم‌کنش الکترومغناطیسی را توصیف می‌کند.

b) گروه $SU(۲)$؛ ماتریس‌های یکانی (۲×۲) با دترمینان واحد یک گروه را تشکیل می‌دهند که به گروه $SU(۲)$ مشهور می‌باشند. این ماتریس‌ها سه پارامتر مستقل دارند بنابراین یک ماتریس تبدیل عمومی گروه را می‌توان بر حسب سه مولد مستقل I نمایش داد.

$$U(\alpha(x)) = exp(i\alpha(x).T) \qquad (۱—۳)$$

[۵] Gell-Mann-Nishijima

چون ماتریس تبدیل U، یکانی است مولدهای T هرمیتی و پارامتر های α حقیقی انتخاب می شوند بعلاوه« رد»[۶] مولدهای T صفر می‌باشد زیرا:

$$det[exp(i\alpha(x).T)] = exp[Tr(i\alpha(x).T)] = ۱ \qquad (۴-۱)$$

مولدهای T باید در جبر گروه $SU(۲)$ صدق کنند:

$$[T_a, T_b] = i\epsilon_{abc}T_c, \qquad a,b,c = ۱,۲,۳ \qquad (۵-۱)$$

ϵ_{abc} یک تانسور پادمتقارن نسبت به جایگشت‌های a,b,c می‌باشد بطوری که اگر جایگشت زوج (فرد) از ۱,۲,۳ باشد آنگاه $\epsilon_{abc} = ۱$ ($\epsilon_{abc} = -۱$) و در صورتیکه دو اندیس آن باهم برابر باشند مقدارϵ_{abc} صفر است، ϵ_{abc} ثابت ساختار گروه$SU(۲)$ نامیده می‌شود. از این‌رو مولدهای T همان ماتریس‌های معروف پاولی σ می‌باشند.
گروه$SU(۲)$ دارای یک مولد قطریست که آن رابا $I_۳$ نشان می‌دهیم ویژه مقادیر این مولد برای مشخص کردن حالت‌های فرمیونی بکار می‌رود.
در گروه $SU(۲)$ که به گروه آیزواسپین نیز معروف است، فرمیون‌های چپگرد در دوگانه‌های $SU_L(۲)$ و فرمیون‌های راستگرد در یگانه‌های $SU_R(۲)$ قرار می‌گیرند که خود نشان از نقض پاریته در بر هم‌کنش‌های ضعیف است.

c) گروه $SU(۳)$؛ تمامی ماتریس‌های یکانی با دترمینان واحد و ابعاد (۳×۳) گروه $SU(۳)$ را تشکیل می‌دهند؛ این ماتریس‌ها هشت پارامتر مستقل دارند بنابراین تبدیلات گروه را می‌توان برحسب هشت مولد هرمیتی (۳×۳) و بدون« رد» که با λ مشخص می‌شوند به صورت $exp(i\alpha(x) . \lambda/۲)$ نشان داد. ماتریس‌های مولد باید در جبر گروه صدق کنند:

$$[\lambda^a, \lambda^b] = ۲if^{abc}\lambda^c, \qquad a,b,c = ۱,۲,...,۸ \qquad (۶-۱)$$

---
[۶] trace

میدان	بوزون‌ها	فرمیون‌ها	$SU(۳)$	$SU(۲)$	$U(۱)$
H	جفت هیگز (h°, h^-)		۱	۲	-۱
L_i		جفت لپتون $L_i = (\nu, e)_L$	۱	۲	-۱
E_i		لپتون منفرد $E_{iR} = e_R$	۱	۱	-۲
Q_i		جفت کوارک $Q_i = (u, d)_L$	۳	۲	۱/۳
U_i		کوارک منفرد $U_{iR} = u_{iR}$	۳^*	۱	۴/۳
D_i		کوارک منفرد $D_{iR} = d_{iR}$	۳^*	۱	$-۲/۳$

جدول ۱—۲: اعداد کوانتومی میدان‌های فرمیونی و بوزونی

که در آن f^{abc}؛ ثابت‌های ساختار گروه $SU(۳)$ هستند و از آنجائی‌که گروه $SU(۲)$ زیر گروه $SU(۳)$ است ماتریس‌های λی گلمن [۷]، را می‌توان ماتریس‌های تعمیم یافته‌ی پاولی در نظر گرفت.

گروه $SU(۳)$ دارای دو مولد قطری است، ویژه مقادیر این مولدها در واقع بیانگر عدد کوانتومی رنگ میدان‌هاست. این گروه توصیف کننده برهم کنش‌های قوی می‌باشد.

۱—۳ لاگرانژی مدل استاندارد

تمام سیستم‌ها و نیروها در چند معادله‌ی ساده خلاصه می‌شوند که از یک تابع (لاگرانژی سیستم) استخراج و حول یک اصل مرکزی ، موسوم به تقارن پیمانه‌ای موضعی سازماندهی می‌شوند.
لاگرانژی مدل استاندارد مجموعه‌ای از پارامترهای آزاد زیر را دربر می‌گیرد:

- سه ثابت جفت‌شدگی پیمانه‌ای g_s, g' و g،
- سه ثابت جفت‌شدگی یوکاوا (ماتریس‌های یوکاوا)$y_{\alpha\beta}$،
- ثابت جفت شدگی هیگز λ،

[۷] the Gell- mann λ matrices

• پارامتر جرم هیگز $m^۲$ و...

در چارچوب نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی، لاگرانژین مدل استاندارد بصورت زیر بیان می‌شود:

$$\pounds = \pounds_{Gauge} + \pounds_{Yukawa} + \pounds_{Higgs} \qquad (۷-۱)$$

$$\begin{aligned} \pounds_{Gauge} &= -\frac{۱}{۴}G^a_{\mu\nu}G^a_{\mu\nu} - \frac{۱}{۴}W^i_{\mu\nu}W^i_{\mu\nu} - \frac{۱}{۴}B_{\mu\nu}B_{\mu\nu} \\ &+ i\bar{L_\alpha}\gamma^\mu D_\mu L_\alpha + i\bar{Q_\alpha}\gamma^\mu D_\mu Q_\alpha + i\bar{E_\alpha}\gamma^\mu D_\mu E_\alpha \\ &+ i\bar{U_\alpha}\gamma^\mu D_\mu U_\alpha + i\bar{D_\alpha}\gamma^\mu D_\mu D_\alpha + (D_\mu H)^\dagger (D_\mu H) \qquad (۸-۱) \end{aligned}$$

که در اینجامیدان‌های H، L_i، E_i، Q_i، U_iو D_i در جدول(۲-۱) معرفی شده‌اند.

$$\begin{aligned} &G^a_{\mu\nu} = \partial_\mu G^a_\nu - \partial_\nu G^a_\mu + g_s f^{abc} G^b_\mu G^c_\nu, \\ &W^i_{\mu\nu} = \partial_\mu W^i_\nu - \partial_\nu W^i_\mu + g\epsilon^{ijk} W^j_\mu W^k_\nu, \\ &B_{\mu\nu} = \partial_\mu B_\nu - \partial_\nu B_\mu, \\ &D_\mu L_\alpha = (\partial_\mu - i\frac{۱}{۲}g\tau^i W^i_\mu + i\frac{۱}{۲}g' B_\mu)L_\alpha, \\ &D_\mu E_\alpha = (\partial_\mu + ig' B_\mu)E_\alpha, \\ &D_\mu Q_\alpha = (\partial_\mu - i\frac{۱}{۲}g\tau^i W^i_\mu - i\frac{۱}{۶}g' B_\mu - i\frac{۱}{۲}g_s \lambda^a G^a_\mu)Q_\alpha, \\ &D_\mu U_\alpha = (\partial_\mu - i\frac{۲}{۳}g' B_\mu - i\frac{۱}{۲}g_s \lambda^a G^a_\mu)U_\alpha, \\ &D_\mu D_\alpha = (\partial_\mu + i\frac{۱}{۳}g' B_\mu - i\frac{۱}{۲}g_s \lambda^a G^a_\mu)D_\alpha. \end{aligned}$$

$$\pounds_{Yukawa} = y^{\alpha\beta}_L \bar{L^\alpha} E^\beta H + y^{\alpha\beta}_D \bar{Q^\alpha} D^\beta H + y^{\alpha\beta}_U \bar{Q^\alpha} U^\beta \tilde{H} + h.c. \qquad (۹-۱)$$

که $\tilde{H} = i\tau_2 H^\dagger$.

میدان هیگز H باعث جرم دار شدن کوارک پایین [8] و لپتون‌ها می شود و میدان $\tilde{H}$ به کوارک بالا[9] جرم می‌دهد.

$$\pounds_{Higgs} = -V = m^2 H^\dagger H - \frac{\lambda}{2}(H^\dagger H)^2. \qquad (1-10)$$

در رابطه‌ی (1-9) y، ثابت جفت‌شدگی یوکاوا و در رابطه‌ی (1-10) λ، ثابت جفت‌شدگی هیگز هر دو بدون بعد هستند اما m بعد جرم دارد.

با شکست خودبخودی تقارن تصور می شود که یک میدان اسکالر مختلط در هر نقطه از فضا وجود دارد و همه‌ی ذرات جرمشان را با برهم کنش این میدان (هیگز) در شکست خودبخودی تقارن گروه $SU_L(2)$ بدست می آورند.

$$SU_{colour}(3) \otimes SU_{left}(2) \otimes U_{hypercharge}(1) \Rightarrow SU_{colour}(3) \otimes U_{EM}(1)$$

مقدار چشمداشتی میدان هیگز بصورت زیر است.

$$< H >= \begin{pmatrix} v \\ 0 \end{pmatrix}, \qquad v = m/\sqrt{\lambda} \qquad (1-11)$$

بوزون‌های واسطه‌ای ضعیف ترکیب خطی از بوزون‌های پیمانه‌ای هستند:

$$W_\mu^\pm = \frac{W_\mu^1 \mp iW_\mu^2}{\sqrt{2}}, Z_\mu = -sin\vartheta_W B_\mu + cos\vartheta_W W_\mu^3 \qquad (1-12)$$

با جرم‌های

$$m_W = \frac{1}{\sqrt{2}} gv, \qquad m_Z = m_W / cos\vartheta_W, \qquad (1-13)$$

ϑ_W زاویه‌ی واینبرگ می باشد که:

$$tan\vartheta_W = g'/g$$

[8] down quark
[9] up quark

میدان‌های فرمیونی، جرمی متناسب با ثابت‌های جفت‌شدگی یوکاوا دارند:

$$M^u_{\alpha\beta} = y^u_{\alpha\beta} v, \quad M^d_{\alpha\beta} = y^d_{\alpha\beta} v, \quad M^l_{\alpha\beta} = y^l_{\alpha\beta} v, \quad m_H = \sqrt{۲} m. \quad (۱۴-۱)$$

در حالی که میدان فوتون بدون جرم باقی می‌ماند.

$$\gamma_\mu = cos\vartheta_W B_\mu + sin\vartheta_W W^۳_\mu \qquad (۱۵-۱)$$

جملات صریح جرم در لاگرانژی وجود ندارد زیرا این جملات تقارن $SU_L(۲)$ ندارند و قابلیت باز بهنجارش مدل استاندارد را از بین می‌برند.

نظریه‌ی مدل استاندارد براساس نتایج کوشش‌های زیاد نظری و تجربی بنا نهاده شده‌است و تاکنون موفقیت های فوق العاده‌ای داشته است، در واقع همه‌ی ذرات بجز بوزون هیگز به طور تجربی کشف شده‌اند؛ ولی علی رغم موفقیت‌های مدل استاندارد، این مدل با مسائل حل نشده زیادی روبرو می‌باشد که از جمله می توان به چند مورد زیر اشاره کرد:

- در مدل استاندارد پارامترهای آزاد زیادی وجود دارد که شکل لاگرانژی را پیچیده‌تر می‌کند.

- وحدت برهم کنش‌های قوی و الکتروضعیف را در انرژی‌های بالا به خوبی توصیف نمی‌کند.

- هنوز بوزون هیگز مشاهده نشده است و معلوم نیست که ترکیبی از ذرات دیگر باشد یا خیر.

- توصیفی که مدل استاندارد برای پدیده شکست خودبخودی تقارن الکتروضعیف ارائه می دهد قانع کننده نیست.

- نیروی گرانش را توصیف نمی‌کند زیرا بوزون واسطه‌ی نیروی گرانش که گراویتون [۱۰] نامیده می‌شود اسپین ۲ دارد در حالیکه دیگر بوزون‌های واسطه اسپین ۱ دارند و بنابراین اتحاد این نیرو با دیگر نیروها با جبر گروه مدل استاندارد قابل توصیف نیست.

[۱۰] graviton

- این مدل جرمی برای نوترینو در نظر نمی گیرد در حالیکه شواهد بسیاری بر جرم‌دار بودن نوترینو وجود دارد.

- مدل استاندارد برای ماده‌ی تاریک هیچ نظریه‌ای ندارد.

- مسئله‌ی دیگری که وجود دارد مشکل سلسله مراتب است که از تصحیح تابشی جرم هیگز از مرتبه دوم بوجود می آید.

جواب به این مسائل ورای مدل استاندارد قرار می‌گیرد. روش ها و نظریه‌های متعددی برای رفع این مسائل مطرح شده‌است، که یکی از آنها نظریه‌ی **ابرتقارن** [۱۱] می باشد.
همانطور که از لاگرانژی مدل استاندارد نیز پیداست رابطه‌ی (۱−۹)، در مدل استاندارد به دلیل عدم تقارن، جفت شدگی یوکاوا y، فقط به برهم‌کنش بوزون هیگز و دو فرمیون مربوط می‌شود. برای مثال اگر ذره هیگز با دو فرمیون F و $\bar{F}$، برهم‌کنش داشته باشد آنگاه عبارت $y_t\bar{F}F$ در لاگرانژی ظاهر می‌شود.
و در نمودار فاینمن تصحیح مربعی زیر ناشی از برهم کنش یوکاوا برای ذره هیگز بوجود می آید.

$$\delta m_H^۲ = \frac{y_t^۲}{۸\pi^۲}\Lambda_{uv}^۲$$

در مقیاس الکتروضعیف مقدار $m_H^۲$ باید ازمرتبه‌ی $(۱۰۰Gev)^۲$− باشد از آنجائیکه مقدار Λ_{uv} از مرتبه‌ی $M_P = ۲.۴ \times ۱۰^{۱۸}Gev$ می‌باشد تصحیح تابشی $m_H^۲$، خیلی خیلی بزرگتر از مقدار آن در مقیاس الکتروضعیف خواهد بود.
در ابرتقارن به علت برهم کنش ذره هیگز با بوزون‌ها، تصحیحات تابشی معادل این تصحیحات بوجود می آیند که اثر هم را خنثی می کنند و از اینرو مقدار $m_H^۲$ در مقیاس الکتروضعیف حفظ می‌شود.

---
[۱۱] Supersymmetry

همچنین نظریه ابرتقارن کاندیدهای خوبی را برای ماده‌ی تاریک معرفی می‌کند. و از طرفی اتحاد نیروها را به خوبی توصیف می کند.

مطالب این فصل اغلب از مراجع [۱۱] و [۱] گرفته شده است.

فصل ۲

ابرتقارن

مفاهیم نظریه‌ی میدان‌های کوانتومی بدون هیچ فرض اضافی برای نظریه‌ی ابرتقارن کفایت می‌کند.

بنا به تعریف « ابرتقارن یک تقارن بین فرمیون‌ها و بوزون‌هاست». تبدیلات ابر تقارن توسط عملگرهای Q حاصل می‌شوند که حالت فرمیونی را به حالت بوزونی و برعکس تبدیل می کند.

$$Q|fermion>=|boson>$$
$$Q|boson>=|fermion> \qquad (۱-۲)$$

بوزون‌ها و فرمیون‌ها از طریق Q ها به‌هم مربوط می‌شوند. Q عملگری است که فقط اسپین ذرات را تغییر می‌دهد اما انرژی و تکانه را بدون تغییر می‌گذارد، یعنی برای مثال اگرعملگر Q روی یک حالت بوزونی اثر کند، حالت نهایی یک فرمیون است که انرژی و تکانه فرمیون با حالت بوزونی برابر است. بنابراین همه‌ی حالت‌ها در یک چندتایی [۱] ابر تقارنی جرم یکسانی دارند. یک ابرچندتایی [۲] عبارت است حالت‌های کوانتومی که در آن یک حالت از طریق یک تبدیل ابرتقارنی به حالت دیگر تبدیل می‌شود.

در ابرتقارن حالت با پایین‌ترین انرژی با کت $|0>$، یعنی خلاء، نمایش داده می‌شود:

$$H|0>=|0>$$

اگر و تنها اگر

$$Q|0>=|0>, \qquad \bar{Q}|0>=|0> \qquad (۲-۲)$$

$\bar{Q}$ مزدوج همیوغ Q است.

[۱] multiplet

[۲] supermultiplet