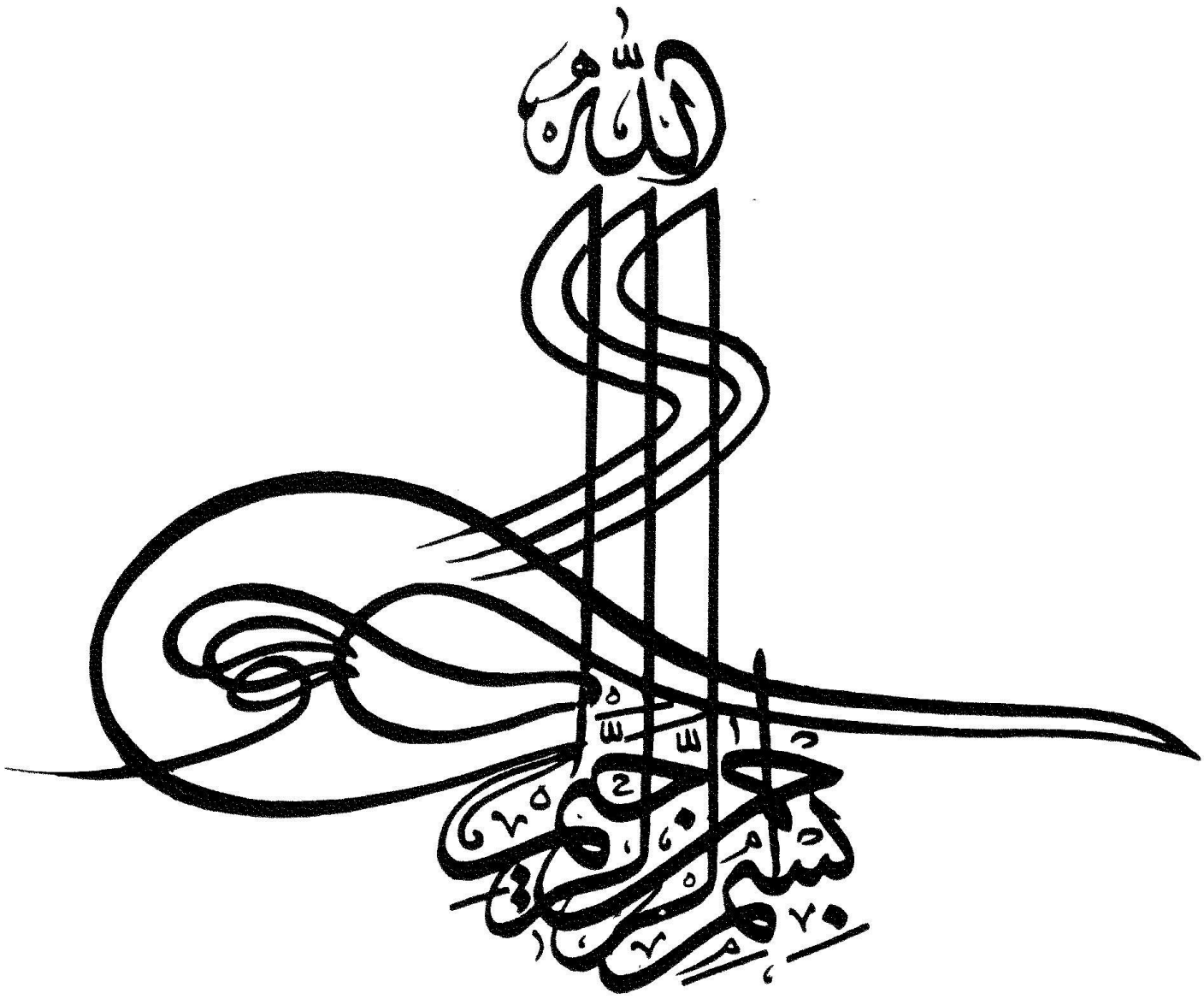
الله
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه ارومیه

دانشکده فنی و مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

گرایش طراحی کاربردی

بررسی و مطالعه اثرات میرایی ترموالاستیک در ارتعاشات طولی میکرو و نانو صفحه مستطیلی

صابر نجفی

اساتید راهنما

دکتر قادر رضازاده

دکتر رسول شعبانی

شهریور ۹۳

دانشگاه ارومیه

دانشکده فنی و مهندسی

گروه مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

گرایش طراحی کاربردی

بررسی و مطالعه اثرات میرایی ترموالاستیک در ارتعاشات طولی میکرو و نانو صفحه مستطیلی

صابر نجفی

اساتید راهنما

دکتر قادر رضازاده

دکتر رسول شعبانی

شهریور ۹۳

کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه ارومیه است.

دانشگاه ارومیه
دانشکده فنی و مهندسی

بررسی و مطالعه اثرات میرایی ترموالاستیک در ارتعاشات طولی میکرو و نانو صفحه مستطیلی

دانشجو:
صابر نجفی

این پایان نامه به عنوان بخشی از فعالیتهای علمی پژوهشی مقطع کارشناسی ارشد مهندسی **مکانیک** گرایش **طراحی کاربردی** در تاریخ توسط هیئت داوران ذیل مورد پذیرش قرار گرفت.

استاد راهنمای اول: دکتر قادر رضازاده

استاد راهنمای دوم: دکتر رسول شعبانی

داور خارجی: دکتر مجید عباسعلیزاده

داور داخلی: دکتر سامرند رش احمدی

نماینده تحصیلات تکمیلی:

کلیه حقوق این اثر متعلق به دانشگاه ارومیه است.

دانشگاه ارومیه
دانشکده فنی و مهندسی

تعهد نامه پژوهشی

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان نامه های تحصیلی دانشجویان دانشگاه ارومیه مبین بخشی از فعالیتهای علمی- پژوهشی دانشجو می باشد که با استفاده از اعتبارات دانشگاه انجام می شود، برای آگاهی دانشجو و رعایت حقوق دانشگاه، دانش آموختگان گرامی نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می شوند:

۱. قبل از چاپ پایان نامه خود، مراتب را بطور کتبی به مدیریت تحصیلات تکمیلی دانشگاه اطلاع و کسب اجازه نمایند.

۲. در انتشار نتایج پایان نامه در قالب مقاله، همایش، اختراع، اکتشاف و سایر موارد ذکر نام دانشگاه ارومیه الزامی است.

۳. انتشار نتایج پایان نامه باید با اطلاع و کسب اجازه از استاد راهنما صورت گیرد.

اینجانب **صابر نجفی** دانشجوی گرایش **طراحی کاربردی** مقطع **کارشناسی ارشد** تعهدات فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده و به آن ملتزم می شوم.

تاریخ و امضا دانشجو

تقدیم به خانواده خوبم

به برادر و خواهرانم

و مخصوصاً

پدر و مادر عزیزم

که در این دو سال آنها را تنها گذاشتم ولی آنها همیشه پشتیبان و مشوق من بودند.

با سپاس فراوان

از تمامی اساتید گرانمایه گروه مکانیک،

دکتر رسول شعبانی و دکتر سامرند رش احمدی

که دلسوزانه در راستای آموزش دانشجویان تلاش می کنند.

مخصوصاً سپاس از استاد گرانقدر

جناب دکتر قادر رضازاده

که با توجه به مشغولیت های بسیار و وقت کم، مشتاقانه، پیگیرانه و سختگیرانه پیگیر کار و آموزش دانشجویان بودند و هستند؛ و این کار بدون رهنمودهای ایشان به جایی نمی رسید.

چکیده:

ارتعاشات صفحه ای، ارتعاشاتی هستند که راستای حرکت و جابجایی ها در راستای انتشار موج است بر خلاف ارتعاشات عرضی که راستای حرکت و جابجایی ها عمود بر راستای انتشار موج می باشد.

در این پایان نامه، ترموالاستیک دمپینگ ارتعاشات صفحه ای یک صفحه مستطیلی که از اطراف کاملاً گیردار شده، بررسی شده است و از روش گلرکین برای حل سه معادله کاپل شده گرما و جابجایی استفاده کرده ایم. برای این کار ابتدا ارتعاشات آزاد بدون اثر میرایی ترموالاستیک را بررسی کرده ایم و دو معادله کاپل شده جابجایی را از روش گلرکین حل کرده ایم و با مقایسه فرکانس بدست آمده با مقالات مشابه، تأئید خوبی بر نتایج بررسی خود بدست آوردیم، سپس به بررسی میرایی ترموالاستیک پرداخته ایم. برای بررسی ضریب کیفیت ترموالاستیک دمپینگ، از مواد رایج در MEMS استفاده شد و نحوه تغییرات ضریب کیفیت با تغییرات ابعاد میکرو صفحه ها و دمای محیط بررسی شده است. نتایج بدست آمده نشان می دهد به کارگیری ارتعاشات صفحه ای، این امکان را به ما می دهد که به خاطر بالا بودن ضریب کیفیت این ارتعاشات، بتوان از رزوناتورهای با مصرف انرژی کم استفاده کرد.

کلید واژه: ارتعاشات صفحه ای، میرایی ترموالاستیک، ضریب کیفیت، معادلات کاپل شده، روش گلرکین

فهرست مطالب

فهرست جداول..... V

فهرست شکل ها..... V

۱ فصل اول: شرح موضوع پایان نامه، مراحل آن و مروری بر تحقیقات گذشته.....۱

۱-۱ مقدمه ۱

۱-۲ تعریف مسئله و اهمیت موضوع ۲

۱-۳ مروری بر تحقیقات گذشته ۴

۱-۴ مراحل پایان نامه..... ۷

۲ فصل دوم: مفاهیم پایه..... ۸

۲-۱ مقدمه ۸

۲-۲ امواج رادیویی..... ۹

۲-۳ کشف و بکارگیری ۱۱

۲-۴ پخش موج‌های رادیویی ۱۲

۲-۵ کاربرد در پزشکی ۱۲

۳ فصل سوم: سیستم های میکروالکترومکانیکی..... ۱۳

۳-۱ مقدمه ای بر تکنولوژی سیستم های میکرو الکترومکانیکی(MEMS)..... ۱۳

۳-۲ سوئیچ ها..... ۱۷

۳-۲-۱ الکترواستاتیک..... ۲۰

۳-۲-۲ انتقال مغناطیسی ۲۴

۳-۲-۳ پیزوالکتریک ۲۶

۳-۲-۴ الکتروترمال ۲۶
۳-۳ ضریب کیفیت ۲۷
۳-۳-۱ مکانیزم های میرایی ۳۱
۳-۳-۱-۱ تلفات هوا ۳۱
۳-۳-۱-۲ تلفات پایه (anchor) ۳۲
۳-۳-۱-۳ تلفات ترموالاستیک ۳۲
۳-۳-۱-۴ تلفات سطحی ۳۲
۳-۴ بازار سیستمهای میکروالکترومکانیکی در دنیا..... ۳۳
۳-۵ نگاهی به سیستمهای خدمات انتقال فناوری سیستمهای میکروالکترومکانیکی در کشورهای مختلف ۳۴
۳-۵-۱ ایالات متحده آمریکا ۳۴
۳-۵-۲ ژاپن ۳۷
۳-۵-۳ کره ۳۸
۳-۵-۴ تایوان ۳۹
۳-۵-۵ چین ۴۰
۳-۵-۶ دیگر کشورها..... ۴۰
۴ فصل چهارم: مطالعه اثر میرایی ترموالاستیک بر ارتعاشات صفحه ای آزاد میکرو صفحات مستطیلی..... ۴۲
۴-۱ مقدمه ۴۲
۴-۲ مدل سازی و استخراج معادلات ۴۲
۴-۲-۱ معادلات تنش و کرنش..... ۴۳

۴-۲-۲ معادلات حرکت ۴۴
۴-۲-۳ معادلات گرما ۴۴
۴-۲-۴ ساده سازی معادلات ۴۵
۴-۲-۵ حل معادلات بدست آمده ۴۶
۴-۳ نتایج عددی ۴۹
۴-۴ نتیجه گیری ۵۴
۵ فصل پنجم: جمع بندی نتایج و پیشنهاد برای کارهای آینده..... ۵۶
۵-۱ نتیجه گیری ۵۶
۵-۲ پیشنهادات ۵۷
منابع و مراجع ۵۸

فهرست جداول

جدول ۲- ۱: مقایسه طول موج و فرکانس انواع موج های رادیویی ۱۱

جدول ۳- ۱: میزان بازار جهانی سیستمهای میکروالکترومکانیکی در سالهای ۱۹۹۶ و ۲۰۰۲ برای محصولات (Wechsung and NEXUS, ۱۹۹۸) ۳۴

جدول ۳- ۲: بازار جهانی محصولات سیستمهای میکروالکترومکانیکی در سالهای ۲۰۰۰ و ۲۰۰۴ به تفکیک ناحیه کاربردشان (بر حسب میلیون دلار) (Wechsung and NEXUS, ۱۹۹۸)..... ۳۵

جدول ۴-۱: مشخصات مواد میکرو صفحات..... ۴۹

جدول ۴-۲: مقایسه فرکانس بی بعد کار حاضر (ω) با فرکانس بی بعدی که توسط برخی از محققان بدست آمده است..... ۵۰

جدول ۴-۳: تفاوت ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک در ارتعاشات صفحه ای با ارتعاشات عرضی برای میکرو صفحه مربعی سیلیکونی کاملاً گیردار با طول، عرض و دمای محیط مشابه. ۵۴

فهرست شکل ها

فصل دوم

شکل ۲- ۱: نحوه پوشش دهی زمین با امواج رادیویی..... ۱۰

فصل سوم

شکل ۳- ۱: (a) ریچارد فاینمن در حال تماشای میکروموتور ساخته شده توسط ویلیام مک‌لیلان(اولین موتور کوچکتر از۱/۶۴ اینچ) ۱۴

شکل ۳- ۲: مداری که شکل موج مورد نظر را ایجاد می کند (Varadan et al., ۲۰۰۳). ۱۹

شکل ۳- ۳: شماتیک برخی از روشهای تحریک سوئیچ میکروالکترومکانیکی ۲۰

شکل ۳- ۴: تحریک الکترواستاتیکی یک ساختار خازنی ۲۱

شکل ۳- ۵: ستون متحرک بین دو الکترود در حالت ارتعاش ارتعاش در فرکانس تشدید پایه (تصویر بالا) و فرکانس تشدید مد دوم (تصویر پایین) ۲۲

شکل ۳- ۶: ولتاژ به کار رفته در یک سوئیچ بر حسب فاصله بین پایه و الکترود پایینی (Varadan et al., ۲۰۰۳). ۲۳

شکل ۳- ۷: یک دیوایس که از سه قسمت تشکیل شده است:Source ، drain وgate..... ۲۳

شکل ۳- ۸: سوئیچ در حالت باز و بسته (Muldavin and Rebeiz, ۲۰۰۰). ۲۴

شکل ۳- ۹: ترنسدوسر ممزی ساخته شده با یک ماده فرومغناطیس ۲۵

شکل ۳- ۱۰: مکانیزم رزوناتور الکتروترمال ۲۶

شکل ۳- ۱۱: پهنای باند حول فرکانس تشدید ۳۰

شکل ۳- ۱۲: نمودار پاسخ هارمونیک که پهنای باند و نقاط با توان نصف را نشان می دهد (Rao and Yap, ۱۹۹۵). ۳۰

فصل چهارم

شکل ۴- ۱: نمای شماتیک میکرو صفحه کاملاً گیردار ۴۳

شکل ۴- ۲: تغییرات ضریب کیفیت ترموالاستیک دمپینگ (QTED) نسبت به طول میکرو صفحه مربعی کاملاً گیردار در دمای محیط ثابت $T_0 = 300\ k$ سیلیکن-کارباید، سیلیکن، نیکل، پلی سیلیکن و طلا. ۵۰

شکل ۴- ۳: اثر تغییرات دمای محیط بر QTED برای میکرو صفحات مربعی کاملاً گیردار ($L = b = 200\ \mu m$) برای سیلیکن کارباید، سیلیکن، نیکل، پلی سیلیکن و طلا..... ۵۱

شکل ۴- ۴: ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک بر حسب عرض میکرو صفحات مربعی در دمای محیط ثابت ($T_0 = 300\ k$) برای سیلیکن کارباید، سیلیکن، نیکل، پلی سیلیکن و طلا. ۵۲

شکل ۴- ۵: QTED بر حسب طول برای میکرو تیرهای مربعی کاملاً گیردار در دمای محیط ثابت $T_0 = 300\ k$ برای پلی سیلیکن و طلا. ۵۲

شکل ۴- ۶: اثر تغییرات دما بر QTED در میکرو صفحات مربعی کاملاً گیردار
($L = b = 200\ \mu m$) برای پلی سیلیکن و طلا. ۵۳

شکل ۴- ۷: ضریب کیفیت میرایی ترموالاستیک بر حسب عرض در میکرو صفحات مربعی کاملاً گیردار در دمای محیط ثابت $T_0 = 300\ k$ برای پلی سیلیکن و طلا. ۵۳

شکل ۴- ۸: مد اول جابجایی ها در میکرو صفحه مربعی کاملاً گیردار ۵۴

۱ فصل اول

شرح موضوع پایان نامه، مراحل آن و مروری بر تحقیقات گذشته

۱-۱ مقدمه

ارتعاشات عرضی صفحات در مقالات بسیاری مورد توجه قرار گرفته است و فرکانس طبیعی ارتعاشات عرضی در شکل ها و شرایط مرزی گوناگونی بررسی شده است.

در این هیچ شکی نیست که ارتعاشات عرضی از اهمیت کاربردی بسیاری برخوردارند و منابع خارجی می توانند سبب ارتعاشات و حرکات عرضی گردند و این حرکات به شدت با محیط اطراف در ارتباطند ولی چون مدهای داخلی صفحه نسبتاً در فرکانس های بالا رخ می دهد، از این لحاظ از دید طراحی مهم می باشند.

در ارتعاشات عرضی راستای انتشار موج عمود بر راستای جابجایی ها است ولی در ارتعاشات طولی و صفحه ای راستای انتشار موج در راستای جابجایی ها است و نشان داده شده (Langley and Bercin , ۱۹۹۴ ; Lyon ,۱۹۸۶) که ارتعاشات صفحه ای در انتقال ارتعاشات با فرکانس بالا نقش مهمی را بازی می کنند و تحلیل های فنی معتبری باید در این زمینه انجام گردد.

امروزه یکی از چالش های موجود در طراحی تشدیدگرهای میکروالکترومکانیکی، دستیابی به تشدیدگرهایی با ضریب کیفیت بالا برای کاربردهای مخابراتی و حسگری است؛ زیرا افزایش ضریب کیفیت

تاثیر مستقیمی بر بهبود عملکرد قطعاتی نظیر فیلترها و نوسان سازها[1] (Lin ; ۲۰۰۰, Bannon et al. ۲۰۰۴, et al.) دارد.

مکانیزم های میرایی متفاوتی در میرا کردن نوسانات نقش دارند که میرایی ترموالاستیک یکی از مهم ترین مکانیزم های شناخته شده است و مدلسازی و پیش بینی دقیق این مکانیزم برای دستیابی به ضریب کیفیت بالا، از اهمیت بسیاری برخوردار است. اولین تحلیل در مورد میرایی ترموالاستیک توسط زنر در سال ۱۹۳۰ بر مبنای روابط پایه ترمودینامیک انجام شد. متعاقب آن در دهه های اخیر، تحقیقات تئوری (Duwel et al. ۲۰۰۶; Lifshitz and Roukes ۲۰۰۰, ; Sun et al. ۲۰۰۶,) و تجربی (Candler et al. ۲۰۰۶; Roszhart ۱۹۹۰, ; Yasumura et al. ۲۰۰۰,) فراوانی بر اساس تئوری زنر و حل دقیق رابطه های ترموالاستیسیته کوپل شده حاکم بر تشدیدگرهای تیر برای ارتعاشات عرضی انجام شده است.

با توجه به دلایل ذکر شده و اهمیت موضوع در این پایان نامه به بررسی اثر میرایی ترموالاستیک بر ارتعاشات صفحه ای[2] آزاد میکرو صفحات مستطیلی با شرایط مرزی کاملاً گیر دار[3] پرداخته ایم.

۱-۲ تعریف مسئله و اهمیت موضوع

بسیاری از دانشمندان، عصر کنونی را عصر ارتباطات نام گذاشته اند. در جهان ارتباطات دیوارها یکی پس از دیگری فرو می ریزند و امواج ماهواره های کوچک و بزرگ، سراسر گیتی را درمی نوردند. افراد با سرعت و کیفیتی ما فوق تصور، در هر گوشه ای از دنیا به جدیدترین اطلاعات از طریق اینترنت و شبکه های تصویری و ماهواره ای دسترسی می یابند. نظام تولید ثروت در اثر کارکرد اقتصادی رسانه ها و تجارت اطلاعات، دیگر نه بر کار یدی، بلکه بر فعالیت ذهنی استوار گشته است و این دلایل دانشمندان را بر آن داشته است تا در راه شناخت بهتر این وسایل بکوشند و از ابزار دقیق تحقیقی در این راه سود جویند.

---

[1] Resonators

[2] In plane vibration

[3] Fully clamped

امروزه سیستم های الکترو مکانیکی در ابعاد میکرو و نانو (MEMS and NEMS) نقش مهمی رو در این زمینه و مسائل علمی و مهندسی ایفا می کنند. مزایای بسیار زیاد MEMS and NEMS آن ها را تبدیل به یکی از جذاب ترین کالاهای تجاری کرده است. میکرو پمپ ها، شتاب سنج های airbag ، میکرو سنسورها فقط تعدادی از کاربردهای MEMS and NEMS در صنعت امروز است (Lepage , ۲۰۰۷).

رزوناتورهای در ابعاد میکرو مثل میکرو تیرها و میکرو صفحه ها از کاربردهای مهم MEMS می باشند و امروزه به عنوان سنسورها، ژیرومترها، شارژرها و فیلتر فرکانس های رادیویی بسیار استفاده می شوند.

در بسیاری از کاربردها، مانند سنسورهای رزوناتور و فیلتر های RF-MEMS که افزایش حساسیت و کیفیت وسایل ضروری است، ساخت سازه های میکرو با ضریب کیفیت بالا یک موضوع بسیار مهم است.

مطالعات اخیر نشان داده است میرایی ترموالاستیک (TED)، یکی از منابع مهم میرایی در MEMS می باشد.

در بسیاری از مکانیزم ها و سیستم ها پدیده ارتعاشات صفحه ای رخ می دهد و این مسئله موضوعی است که باید در طراحی ها مورد توجه قرار گیرد. کسانی چون (Bardell et al. ,۱۹۹۶)، (Gorman ,۲۰۰۴)، (Murmu and Pradhan ,۲۰۰۹) در زمینه ارتعاشات طولی و صفحه ای کارهای خوبی را انجام داده اند؛ ولی تا کنون ارتعاشات عرضی بیشتر مورد توجه بوده است و مقالات بیشتری در این حوزه به چاپ رسیده است. مکانیزم های میرایی نیز بیشتر برای ارتعاشات عرضی بررسی شده است.

در حالیکه امروزه میل رسیدن به ضریب کیفیت Quality factor (Q) بالاتر ما را به بررسی ارتعاشات طولی سوق می دهد، اما این مسئله کمتر مورد مطالعه قرار گرفته و اثر (TED) میرایی ترموالاستیک، که از مهم ترین مکانیزم های میرایی است برای ارتعاشات صفحه ای در صفحه ها بررسی نشده است؛ و این از آن جهت است که دامنه ارتعاشات طولی و صفحه ای بسیار کوچک است و اندازه گیری آن بسیار دشوار می باشد ولی امروزه می توان این ارتعاشات را اندازه گیری و حس کرد.

بنابراین در این تحقیق با استفاده از روش گلرکین به بررسی ارتعاشات صفحه ای آزاد میکرو صفحات مستطیلی تحت اثر گرما پرداخته ایم.

۱-۳ مروری بر تحقیقات گذشته

بررسی انتشار موج در جسم الاستیک سابقه تاریخی طولانی دارد. کارهای اولیه در این زمینه به قرن ۱۹ میلادی بر می گردد و ریاضی دانان بزرگی چون کاچی[۱] و پویسن[۲] ودر این زمینه کارهای زیادی انجام داده اند که امروزه به عنوان تئوری الاستیسیته شناخته شده هستند.

کسانی چون استروگراداسکی[۳]، گرین[۴]، لامه[۵]، استوکس[۶]، کلپچ[۷] و کریستفل[۸] تحقیقات اولیه در زمینه انتشار موج را انجام داده اند. به دلیل کاربرد این پدیده در ژئوفیزیک دوباره پدیده انتشار موج در اواخر قرن ۱۹ مورد توجه قرار گرفت و در سال های ۱۸۸۰ تا ۱۹۱۰ کارهای مهمی توسط کسانی چون رایلی[۹]، لام[۱۰] و لاو[۱۱] انجام گرفت. در آن زمان به خاطر بدست آوردن اطلاعات دقیق از زلزله و انفجارهای هسته ای، بسیاری از کارهای تحقیقی به این موضوع معطوف شد.

فرکانس طبیعی ارتعاشات طولی و صفحه ای در مقایسه با ارتعاشات عرضی بسیار بیشتر است اما مطالعات کمی در این زمینه انجام گرفته است. به عنوان مثال ارتعاشات صفحه ای (طولی) باید در طراحی بدنه ی کشتی ها مدنظر قرار گیرد (Gorman, ۲۰۰۵)؛ همچنین در لایه های خارجی ساندویچ پنل ها، وقتی که تحت ارتعاشات عرضی بگیرند، ارتعاشات طولی رخ می دهد (Wang and Wereley, ۲۰۰۲)؛ و یا با به کارگیری مواد پیزوالکتریک و مگنتواستریکتیو، ارتعاشات طولی و صفحه ای می تواند رخ دهد. در

---

[۱] Cauchy

[۲] Poisson

[۳] Ostrogradsky

[۴] Green

[۵] Lame

[۶] Stokes

[۷] Clebsch

[۸] Christoffel

[۹] Rayleigh

[۱۰] Lamb

[۱۱] Love

این دسته از مواد هنگامیکه تحت اثر میدان های الکتریکی و مغناطیسی قرار بگیرند کرنش رخ می دهد و با تغییر میدان های الکتریکی و مغناطیسی ارتعاش می کنند (Hagood and von Flotow, ۱۹۹۱ ; Wang and Yuan, ۲۰۰۸).

بردل و همکارانش (Bardell et al., ۱۹۹۶) ارتعاشات صفحه ای صفحه با شرایط مرزی آزاد، گیردار و ساده را بررسی کرده اند و فرکانس های آن را با استفاده از روش رایلی – ریتز بدست آورده اند. سی اوک و همکارانش (Seok et al., ۲۰۰۴) ارتعاشات صفحه مستطیلی نازک یک سرگیردار با در نظر گرفتن اینرسی و اعمال تنش صفحه بودن ارائه کرده اند. گرمن (Gorman, ۲۰۰۴) حل تحلیلی دقیقی را برای فرکانس ارتعاشات صفحه ای آزاد صفحه مستطیلی کاملاً گیردار، با استفاده از سوپرپوزیشن[۱] بدست آورده است. در کار دیگری گرمن (Gorman, ۲۰۰۵) روش سوپرپوزیشن را برای تحلیل اثر تکیه گاه لبه الاستیک روی ارتعاشات صفحه ای آزاد صفحه مستطیلی به کار برده است. او همچنین حل تحلیلی دقیقی برای بررسی مقادیر ویژه و مد شکل های ارتعاشات صفحه ای آزاد یک صفحه مستطیلی ارتوتروپیک[۲] کاملاً گیردار، بدست آورده است (Gorman, ۲۰۰۹). گرمن (Gorman, ۲۰۰۶) حل دقیقی نیز برای ارتعاشات صفحه ای آزاد صفحه مستطیلی با شرایط مرزی دو لبه مخالف با تکیه گاه ساده ارائه کرده است. لیو و خینگ (Liu and Xing, ۲۰۱۱) تمامی حل های دقیق برای ارتعاشات صفحه ای آزاد یک صفحه مستطیلی ارتوتروپیک، وقتی که لبه مخالف آن (عمود بر هم) با تکیه گاه ساده باشند و دیگر لبه ها تحت هر شرایط کلاسیک دیگری باشند بدست آورده اند. آندریانوف و همکارانش (Andrianov et al., ۲۰۰۶) ارتعاشات صفحه ای طبیعی یک صفحه مستطیلی با استفاده از روش پرتربیشن هموتپی[۳] را بررسی کرده اند. هایدی و همکارانش (Hyde et al., ۲۰۰۱) از طریق روش مجزا ریتز خارج قسمت رایلی[۴]، ارتعاشات صفحه ای آزاد صفحات مستطیلی تحت تغییر شکل تنش صفحه ای را مطالعه کرده اند. دوزیو (Dozio, ۲۰۱۰) مدل دقیقی برای ارتعاشات صفحه ای صفحات مستطیلی با کمک روش ریتز[۵] ارائه کرده است که در آن لبه الاستیک به طور دلخواه و غیر یکنواخت مقید شده است. مورمو و پارادان

---

[۱] Superposition

[۲] Orthotropic

[۳] Homotopy perturbation

[۴] Ritz discrimination of the Rayleigh quotient

[۵] Ritz method

(Murmu and Pradhan, ۲۰۰۹) اثرات مقیاس کوچک را در ارتعاشات صفحه ای آزاد نانو صفحات با استفاده از تئوری مکانیک پیوسته نانلوکال[۱]، مطالعه کرده اند. خینگ ولیو (Xing and Liu, ۲۰۰۹) تمامی شرایط مرزی کلاسیک را با احتساب دو نوع شرط مرزی تکیه گاه ساده فرمول بندی کرده اند و این کار را با کمک اصل خارج قسمت متغیر رایلی برای ارتعاشات صفحه ای آزاد صفحات مستطیلی انجام داده اند. منابع (Farag and Pan, ۱۹۹۸; Singh and Muhammad, ۲۰۰۴; Woodcock et al., ۲۰۰۸) روش انرژی ریتز را به کار برده اند تا ارتعاشات صفحه ای صفحات را مطالعه کنند. دو و همکارانش (Du et al., ۲۰۰۷) با ارتقا روش تحلیلی سری فوریه ارتعاشات صفحه ای صفحات با شرایط مرزی کلاسیک و لبه مقید شده الاستیک یکنواخت را بررسی کرده اند. کوبایاشی و همکارانش (Kobayashi et al., ۱۹۸۸) ارتعاشات صفحه ای صفحه مستطیلی با تکیه گاه نقطه ای را بررسی کرده است و برای حل آن از روش ریتز استفاده کرده است. گوتیرز و لاورا (Gutierrez and Laura, ۱۹۸۹) ارتعاشات آزاد درونی صفحات مستطیلی با تکیه گاه الاستیک طولی و کاملاً آزاد را بررسی کرده اند، آنها از روشی که میخلین[۲] استفاده کرده بود استفاده کردند و آن را بسط دادند تا کمترین فرکانس را بدست آورند.

یکی از مهم ترین منابع ایجاد میرایی درونی در MEMS ترموالاستیک دمپینگ می باشد(Nayfeh and Younis, ۲۰۰۴). زنر (Zener, ۱۹۳۷, ۱۹۳۸) برای اولین بار متوجه شد که TED نقش مهمی را در تلفات رزوناتورها بازی می کند. منابع (Duwel et al., ۲۰۰۳; Evoy et al., ۲۰۰۰) به طور تجربی نشان می دهند که TED نقش مهمی در میرایی MEMS و NEMS بازی می کند. نایفه و یونس (Nayfeh and Younis, ۲۰۰۴) و دی و الورو (De and Aluru, ۲۰۰۶) مدل یک بعدی سهمی گون انتقال حرارت هدایت را بررسی کرده اند و معادلات آن ها از یک سو کاپل[۳] شد چون راستای طولی را در نظر نگرفته بودند. رضازاده و همکارانش (Rezazadeh et al., ۲۰۰۹) اثرات اعمال مدل دو بعدی سهمی گون انتقال حرارت هدایت و یک بعدی هذلولی انتقال حرارت هدایت با یک زمان استراحت را روی QTED برای رزوناتور میکروتیر به طور جداگانه مطالعه کرده اند.

---

[۱] Nonlocal

[۲] Mikhlin

[۳] Couple