## I- پیشگفتار

«خدا در جهان تاس نمی‌اندازد.» از این جملهٔ مشهور انیشتین می‌توان دریافت که او همواره با توصیف مکانیک کوانتومی از طبیعت مشکل داشته است. در اوایل ۱۹۳۰، فون نویمن مقاله ای منتشر نمود که ادعا می‌کرد ثابت کرده است هیچ نظریهٔ کامل دیگری (از نظر میزان صحت پیش بینی‌های نتایج آزمایشگاهی) وجود ندارد که با پیش بینی‌های مکانیک کوانتومی سازگار باشد. چندی بعد، در ۱۹۳۵، انیشتین، پودولسکی و روزن مقاله ای[1] با این عنوان منتشر نمودند: «آیا شرح مکانیک کوانتومی از واقعیت را می‌توان کامل پنداشت؟» این مقاله قصد داشت نشان دهد واقعیت عینی فرای توصیف‌های آماری مکانیک کوانتومی (به صورت متعین) وجود دارد و سویه‌ای از مکانیک کوانتومی را فاش ساخت که کاملاً غیرشهودی اما حیرت انگیز می‌نمود: تفکیک ناپذیری (non-separability) دو سیستم کوانتومی که از هم جدا شده و در فاصله‌ی دوری از هم قرار گرفته‌اند، و بدون هیچ برهم‌کنشی با هم، اما در گذشته با برهم‌کنش داشته‌اند. انیشتین، پودولسکی و روزن به این نتایج رسیدند که یا (۱) تابع موج توصیف دقیقی از واقعیت فراهم نمی‌کند، یا (۲) معیار آن‌ها از رئالیسم موضعی منجر به نقض مکانیک کوانتومی می‌شود. آن‌ها ادعا کردند که این پارادوکس را می‌توان بوسیله‌ی متغیرها یا پارامترهایی که مکانیک کوانتومی فاقد آنان است، توجیه کرد. بنا به دلایلی که ذکر خواهد شد این متغیرها را متغیرهای پنهان نامیدند.

در سال ۱۹۶۴، جان بل نظریه ای به شکل یک نامعادله منتشر نمود[2] که متغیرهای پنهان در آن صدق می‌کردند اما با مکانیک کوانتومی ناسازگار بود. در آزمایش‌های تجربی این نامعادله با استفاده از بررسی ذرات در حالت درهم تنیده این اصل موضعی بودن (locality) بود که به تناقض می‌رسید نه پیش بینی‌های مکانیک کوانتومی، در واقع آزمایش‌ها، تاکنون ناقض شرط‌هایی بوده‌اند که تمام نظریه های متغیرهای پنهان با آن‌ها سازگار هستند.

در اینجا دو قضیهٔ کاملاً مجزا از هم وجود دارد:

۱) چه حالت‌هایی در هم تنیده‌اند؟

۲) چه حالت‌هایی خصوصیت «غیر موضعی» دارند؟

سؤال اول در مورد ساختار ریاضیاتی مکانیک کوانتومی است. هر حالتی که بتوان به صورت حاصل‌ضرب مستقیم یا چند حاصل‌ضرب غیرمستقیم [از حالت خاص (pure)] نوشت، درهم تنیده است. تعاریف مشکلی ایجاد نمی‌کنند تنها مشکلات کاربردی وجود دارد: مشخص کردن اینکه آیا یک حالت ناشناخته را می‌توان به صورت چند حاصل‌ضرب مستقیم تعریف کرد یا خیر بسیار دشوار است. پرسش دوم در ارتباط با ساختار فیزیکی نظریه‌ی متغیرهای پنهان است. نکتهٔ مهم این است که کاملاً مشخص نیست که «موضعی بودن» دقیقاً شامل چیست و کاملاً آشکار نیست که آیا تمام حالت‌های درهم تنیده خصوصیت «غیرموضعی» دارند یا خیر؟

برای جواب دادن به سؤال اول نیاز به تحلیل فضای حالت در مکانیک کوانتومی است و سؤال دوم به یک تحلیل قابل شبیه سازی به نظریه‌ی متغیرهای پنهان نیاز دارد.

در این پایان نامه سعی شده است که از خلال مرور مهم‌ترین نظریه‌ها در این مبحث این سؤالات و پاسخ‌ها را تحلیل نمود، همچنین سعی شده است با دیدی شفاف‌تر مسائل کلیدی مرتبط با این نظریات را تشریح کرد.

فهرست مطالب

# فصل اول

# مفاهیم بنیادی مکانیک کوانتومی

## ۱,۱ مقدمه

مکانیک کوانتومی اولیه، برای شرح جهان اتم‌ها و به خصوص برای توضیح خطوط طیفی مشاهده شده در اسپکترومترها توسعه داده شد. در طی گسترش مکانیک کوانتومی، از اولین تئوری‌های نیلز بوهر تا هنگامی‌که توسط هایزنبرگ و شرودینگر به اوج کمال خود رسید، روشن شد که مکانیک کوانتومی نظریه ای است که با اصول ریاضیاتی نتایج اندازه گیری‌های بدست آمده از فرآیندهای بنیادی فیزیک را توضیح می‌دهد.

در این فصل من سعی کرده‌ام آنچه را که تقریباً در میان تمام فیزیکدانان پذیرفته شده است، در رابطه با اصول ساختار مکانیک کوانتومی، برای آشنایی با اصطلاحات و مفاهیم اصلی که مورد نیاز برای بقیه‌ی این رساله است ارائه کنم.

مفاهیم فیزیکی حالت، مشاهده پذیر و نتیجه‌ی اندازه گیری توسط فرضیات فون نویمن و نشانه گذاری‌ها، نشانه گذاری‌های رایج بر طبق نماد گذاری دیراک است.

## ۱,۲ اصول موضوع کوانتومی[۳]

- **اصل موضوع اول:** متغیرهای دینامیکی

می‌دانیم که وضعیت یک سیستم فیزیکی مشخص با مجموعه ای از متغیرهای دینامیکی مستقل، مشخص می‌شوند که در فیزیک کلاسیک همان مختصه های فضای فاز هستند. در مکانیک کوانتومی به هر متغیر دینامیکی و به طور کلی به هر مشاهده پذیر (هر تابعی از متغیرهای دینامیکی) یک عملگر هرمیتی نسبت داده می‌شود. اصلی را که برای نسبت دادن این عملگرها به کار می‌بریم، به قاعدهٔ تناظر دیراک مشهور است.

بر طبق این قاعده اگر متغیرهای دینامیکی $A$ و $B$ و $C$ دارای رابطه‌ی کروشه ای پواسون زیر باشند:

$$\{B,A\}=C \qquad (۱,۱)$$

می‌بایست عملگرهای مربوط به آن‌ها روابط جابجایی زیر را برآورده کنند:

$$[\hat{A},\hat{B}] = i\hbar \quad \hat{C} \tag{۱,۲}$$

همچنین برای مؤلفه های تکانه‌ی زاویه‌ای روابط زیر درست است:

$$[\hat{S}_i,\hat{S}_j] = i\,\hbar\,\varepsilon_{ijk}\,\hat{S}_k \tag{۱,۳}$$

- **اصل دوم:** فضای هیلبرت و حالت‌های فیزیکی

به هر سیستم فیزیکی یک فضای هیلبرت نسبت داده می‌شود، که با $\mathcal{H}$ نشان می‌دهیم.

i) هر مشاهده پذیر $\mathcal{A}$، با عملگری خودالحاق[1] در فضای هیلبرت متناظر است. عملگر خطی A ، خودالحاق نامیده می‌شود اگر:

$$<\phi, A\psi> = <A\phi, \psi> \quad \text{(ضرب داخلی شان)} \tag{۱,۴}$$

باشد، که $\phi$ و$\psi$ بردار و عناصر فضای هیلبرت هستند.

ii) به هر حالت فیزیکی از هر سیستم فیزیکی نیز یک بردار در فضای هیلبرت نسبت داده می‌شود.

- **اصل موضوع سوم:** اندازه گیری

وقتی که یک سیستم فیزیکی در حالت$|\psi>$ است اگر مشاهده پذیری مثل $\mathcal{A}$ را اندازه بگیریم، به طور تصادفی یکی از ویژه مقادیر عملگر $\hat{A}$ مثل a بدست می‌آید و حالت سیستم نیز به ویژه بردار متناظر با a تقلیل پیدا می‌کند.

دامنۀ احتمال اینکه مقدار a بدست آید برابر است با $<a|\psi>$ و خود احتمال برابر است با

$$p(a) = |<a|\psi>|^2$$

درصورتیکه ویژه مقادیر$\hat{A}$ پیوسته باشند $|<a|\psi>|^2$ چگالی احتمال را بدست می‌دهد به این معنی که $|<a|\psi>|^2 da$ احتمال این را بدست می‌دهد که مقداری بین$a$ و $a + da$ بدست آید. در اینجا فرض

1. selfadjoint

بر این بوده که طیف $\mathcal{A}$ واگنی ندارد. در حالت کلی به طوری که عملگرهای با طیف واگن را نیز دربرگیرد به صورت زیر جمع‌بندی می‌شود:

به ازای هر ویژه مقدار α ، یک عملگر A تصویرگر مثل $P_\alpha$ وجود دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$P := \sum_i |\alpha^i >< \alpha^i | \tag{۱,۵}$$

که در آن $|\alpha^{(i)} >$ ها ویژه بردارهای متعامد و متناظر با ویژه مقدار α هستند. پس:

$$\widehat{A} = \sum_\alpha \alpha P_\alpha \tag{۱,۶}$$

اگر روی حالت $|\psi>$، مشاهده پذیر $\mathcal{A}$ را اندازه بگیریم آنگاه احتمال بدست آوردن مقدارα برابر است با:

$$P(\alpha) = |< \psi|P_\alpha| \psi >|^2 \tag{۱,۷}$$

- **اصل موضوع چهارم:** دینامیک

تحول حالت سیستم فیزیکی با معادله‌ی زیر که معادله شرودینگر نام دارد تعیین می‌شود:

$$i\hbar \frac{d}{dt}|\psi > = H|\psi > \tag{۱,۸}$$

که $H$ هامیلتونی است و $\hbar$ ثابت پلانک بر$2\pi$ است.

### ۱,۳ اسپین و مفاهیم مورد نیاز مرتبط با آن

در این بخش سعی کرده‌ام که روابط و مفاهیمی را که مرتبط با اسپین‌اند و برای درک نامعادله‌ی بل ضروری‌اند شرح دهم. به خصوص سیستم‌های اسپین $\frac{1}{2}$ که ساده و جذاب‌اند.

### ۱,۳,۱ کوانتیزه بودن اسپین: آزمایش اشترن-گرلاخ [۴]

در سال ۱۹۲۲، اشترن و گرلاخ باریکه ای از اتم‌های نقره را (یک دستگاه اسپین $\frac{1}{2}$) از یک میدان مغناطیسی ناهمگن در راستای محور z عبور دادند، از آنجاییکه اتم‌های نقره یک تکانه‌ی زاویه ای ذاتی (اسپین) دارند باید در میدان مغناطیسی ناهمگن، بسته به جهت گیریشان در میدان مغناطیسی در راستای z منحرف شوند. هنگامی‌که اشترن و گرلاخ آزمایش را انجام دادند، انتظار داشتند که نتیجه پهنه‌ی یکنواختی از باریکه در راستای z باشد، اما آن‌ها مشاهده کردند که میدان مغناطیسی باریکه را به دو بخش تفکیک کرده (تجزیه کرده) است. این نتیجه نشان دهنده‌ی کوانتیزه بودن اسپین بود به این دلیل که آزمایش نشان می‌داد مؤلفه‌ی اسپین در راستای خاص تنها می‌تواند دو مقدار باشد. چیزی که ما اسپین بالا و پایین می‌نامیم ($\pm\frac{\hbar}{2}$).

### ۱,۳,۲ عملگرهای اسپین و ماتریس‌های پاولی

اسپین یک ذره، گشتاور مغناطیسی ذاتی آن ذره است. بر خلاف گشتاور زاویه ای ($l=0,1,2,\ldots$) اسپین هم می‌تواند مقدارهای صحیح داشته باشد هم نیم صحیح. ذرات با اسپین نیم صحیح را فرمیون (تابع آمار فرمی- دیراک) و ذرات با اسپین صحیح را بوزون (تابع آماری بوز- انیشتین) می‌نامند. این چهار عملگر اسپین را می‌توان با ماتریس‌هایی نشان داد. این نمایش به ماتریس‌های پاولی مشهور است:

$$\sigma_x = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \qquad \sigma_y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ -i & 0 \end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} = \sigma_z \qquad (۱,۹)$$

و $\hat{S}_i = \frac{\hbar}{2}\hat{\sigma}_i$ است.

$$S^2 = \frac{h^2}{4}\ (\sigma_x{}^2 + \sigma_y{}^2 + \sigma_z{}^2) = \frac{3}{4}\hbar^2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (۱,۱۰)$$

عملگرهای اسپین از روابط جابجایی زیر نیز پیروی می‌کنند:

$$[\hat{S}_i, \hat{S}_j] = i\mathcal{E}_{ijk}\ \hat{S}_k \qquad (۱,۱۱)$$

**ویژه بردارها و ویژه مقدارهای $\hat{S}_z$ :**

از آنجاییکه مؤلفه‌ی اسپین در جهت z تنها می‌تواند دو مقدار $\frac{\hbar}{2}$ یا $-\frac{\hbar}{2}$ بگیرد (عدد کوانتومی $m = \pm\frac{1}{2}$) دو ویژه حالت$\hat{S}_z$ را به صورت بردارهای ستونی دو مؤلفه ای می‌توان نشان داد:

$$|\frac{1}{2},\frac{1}{2}>=|z+>=|\uparrow>=\binom{1}{0} \qquad (۱,۱۲)$$

$$|\frac{1}{2},-\frac{1}{2}>=|z->=|\downarrow>=\binom{0}{1} \qquad (۱,۱۳)$$

ویژه حالت‌های $\hat{S}_x$ و $\hat{S}_y$ را می‌توان در پایهٔ z نوشت:

$$|x+>=\frac{1}{\sqrt{2}}\ [|z+> +z->]$$

$$|x->=\frac{1}{\sqrt{2}}\ [|z+> -|z->] \qquad (۱,۱۴)$$

$$|y\pm>=\frac{1}{\sqrt{2}}\ [|z+> \pm i|z->]$$

فرم ویژه حالت‌ها نشان می‌دهد که ویژه حالت‌های یک مؤلفه‌ی اسپین، نمی‌تواند ویژه حالت‌های مؤلفه‌ی دیگری از اسپین باشد.

## ۱,۴ ماتریس چگالی

ماتریس چگالی (عملگر چگالی) در مکانیک کوانتومی برای توصیف حالت آماری یک سیستم نیز به کار می‌رود. طرز تلقی ما از ماتریس چگالی، در اینجا، کم و بیش از ساکورایی پیروی می‌کند که با یک آزمایش ذهنی اشترن- گرلاخ شروع می‌کند. ما در اینجا از باریکه‌ی اشترن- گرلاخ به عنوان مثالی از مجموعه‌ی بزرگی از سیستم‌های کوانتومی (اتم‌ها) استفاده می‌کنیم تنها برای اینکه روشن کنیم این قبیل مجموعه‌ها

که آنسامبل نامیده می‌شوند چگونه توصیف و تشریح می‌شوند. برای خودداری از پیچیدگی‌های غیرضروری، ما تنها درجه آزادی اسپین را در نظر می‌گیریم. ما با آزمایش[۵] دو باریکه‌ی متفاوت شروع می‌کنیم:

فرض می‌کنیم آزمایشگر A، باریکه‌ای از اتم‌های نقره را که هر اتم در حالت اسپین $\psi_A$ است برای آزمایش آماده کرده است.

در همان زمان آزمایشگر B، باریکه‌ای از اتم‌های نقره را در نظر گرفته است که نیمی در حالت $|\uparrow>$ و نیمی دیگر در حالت $|\downarrow>$ هستند (ترکیبی هستند)؛ این را ترکیب B (mix B) می‌نامیم.

سؤال: آیا می‌توان باریکه‌ی A را از باریکه‌ی B تمییز داد؟

مشخصاً نه با اندازه‌گیری در جهت Z، چون هر دو در ۵۰٪ از تعداد دفعات اسپین بالا و در ۵۰ ٪ دیگر اسپین پایین دارند. اما می‌توانیم آن‌ها را با اندازه‌گیری در جهت x از هم تمییز دهیم:

حالت کوانتومی $\psi_A$ در حقیقت فقط اسپین در جهت x اش در حالت بالا است، پس در همه‌ی حالت‌ها اسپین بالا را نشان می‌دهد و از این به بعد ما آن را $|\uparrow x>$ می‌نامیم. درحالی‌که در حالت $|\uparrow>$ (اسپین بالا در جهت Z) نتیجه‌ی اسپین بالا را در جهت x در نیمی از تعداد دفعات نشان خواهد داد و به همان شکل $|\downarrow>$.

حالت $\psi_A = |\uparrow x>$ حالت محض نامیده می‌شود.

باریکه‌ی B برخلاف باریکه‌ی A حالت ترکیبی دارد. برای یک حالت ترکیبی که سیستم در حالت $|\psi_i\rangle$ است واحتمال $w_i$ که $\sum w_i = 1$ مقدار چشمداشتی عملگر $\hat{A}$ برابر است با:

$$\langle \hat{A} \rangle = \sum w_i \langle \psi_i | \hat{A} | \psi_i \rangle \qquad (۱,۱۵)$$

$\hat{\rho}$ ماتریس چگالی نامیده می‌شود که در فرم آن $|\psi_i\rangle$ ها را در یک فضای برداری N- بعدی در نظر می‌گیریم (همانند اسپین‌ها و اندازه حرکت زاویه‌ای)

$$|\psi_i\rangle = \sum_j (v_i)_j |j\rangle \qquad (۱,۱۶)$$

در جائیکه $|j\rangle$، بردارهای پایه‌ای متعامد هستند و $(v_i)_j$، j امین مؤلفه‌ی بردار نرمال $v_i$ است. اگر بخواهیم $\hat{\rho}$ را با عبارت‌های براکت‌های متعلق به پایه‌های متعامد بیان کنیم:

$$\hat{\rho} = \sum w_i |\psi_i >< \psi_i| = \sum_{i,j,k} w_i (v_i)_j (v_i^t)_k |j >< k| = \qquad (۱,۱۷)$$

$$\sum_{j,k} \rho_{jk} |j >< k|$$

پس

$$\langle \hat{A} \rangle = Trac\left(\hat{\rho}\hat{A}\right) = \sum_{n,j,k} \langle n|p_{jk}|j\rangle\langle k|\hat{A}|n\rangle = \sum_{j,k} \rho_{jk} \langle k|\hat{A}|j\rangle = \qquad (۱,۱۸)$$

$$\sum_{j,k} \rho_{jk} A_{kj}$$

(چون $\rho_{jk}$ تنها یک عدد است پس $\langle n|\rho_{jk}|j\rangle = \rho_{jk}\langle n|j\rangle = \rho_{jk}\delta_{nj}$)

$Tr\left(\hat{\rho}\hat{A}\right)$ از پایه‌ها مستقل است و $TrU^tAU = TrAU^tU = TrA$ (چون $TrABC = TrBCA$)

و چون $v_i$ ها، نرمال هستند $\sum_j (v_i)_j (v_i^t)_j = 1$ و $\sum w_i = 1$ پس $Tr\hat{\rho} = 1$

(همچنین با جایگذاری A=1 در معادله برای $\langle \hat{A} \rangle$)

برای سیستم‌هایی در حالت کوانتومی محض $|\psi\rangle$ , $\hat{\rho} = |\psi\rangle\langle\psi|$، تنها اپراتور افکنش است بر روی حالت و $\hat{\rho}^2 = \hat{\rho}$ به شکلی که برای تمام عملگرهای افکنش صادق است.

برای حالت‌های ترکیبی $\hat{\rho}^2 \neq \hat{\rho}$ پس

$$\hat{\rho}^2 = \begin{cases} 1 & \text{برای حالت‌های محض} \\ < 1 & \text{برای حالت‌های ترکیبی} \\ > 0 & \end{cases}$$

### ۱,۵ مسئله اندازه‌گیری

قبل از وارد شدن به بحث مکانیک کوانتومی و نظریه‌هایی بدون متغیرهای پنهان، باید مسئله اندازه گیری را که بسیار ظریف است و به همان اندازه مهم، مورد بحث قرار داد. چه چیزی دقیقاً اندازه گیری نامیده می‌شود؟ احتمالاً تعریفی که در زیر از اندازه گیری ارائه می‌شود کاملاً رضایت‌بخش نیست اما می‌توان آن را قابل قبول پنداشت: اندازه گیری در آن لحظه ای اتفاق میفتد که یک سیستم میکروسکوپیک (توصیف شده بوسیله‌ی مکانیک کوانتومی)، با یک سیستم ماکروسکوپیک (توصیف شده بوسیله‌ی مکانیک کلاسیک) به شکلی برهم کنش داشته باشد که یک ردپای (اثر) نسبت داده شده از خود برجای بگذارد. با کمی دقت در اصول موضوع سوم و چهارم در می‌یابیم که این دو اصل موضوع به کلی با هم تفاوت دارند. اصل موضوع سوم غیرمتعین است؛ و به عنوان مثال وقتی اندازه گیری مشاهده پذیر B در حالت $|\psi>= \sum a_i \, |b_i >$ انجام می‌پذیرد، حالت بوسیله ویژه بردارهای پایهٔ B، یعنی $|b_i >$ها بسط داده می‌شود، پس $|\psi>$ با احتمال $|a_i|^2$ به $|b_i >$ تقلیل (collapse) پیدا می‌کند. این تقلیل آنا اتفاق می‌افتد.اصل موضوع چهارم کاملاً متعین است. برای هر حالت پایه‌ی $|\psi(t_1)>$ دقیقاً یک حالت نهایی $|\psi(t_2)>$ داریم.

### ۱,۶ تفسیرهای اولیه و روابط عدم قطعیت در مکانیک کوانتومی

یکی از نخستین نظریه‌های سازگار پدیده های کوانتومی، مکانیک ماتریسی هایزنبرگ است که در آن کمیت‌های فیزیکی بوسیله‌ی مجموعه‌هایی از متغیرهای مختلط وابسته به زمان نمایش داده می‌شدند. چند ماه بعد، شرودینگر مکانیک موجی خود را ارائه کرد که شامل معادلهٔ موج وابسته به زمان و مستقل از زمان مشهور او نیز بود. شرودینگر دریافت که هم فرمول بندی او و هم جبر ماتریسی هایزنبرگ، بر خلاف تفاوت‌های ظاهری بسیارشان، به یک جواب می‌رسند.

شرودینگر تابع $\psi$ را طوری تعریف کرد که در معادله‌ی موج صدق کند:

$$4\frac{\pi m}{ih}\frac{\partial \psi}{\partial t} = \frac{8\pi^2\, mv}{h^2}\psi - \widehat{\nabla}^2\psi \qquad (۱,۱۹)$$

که $\psi=\psi(x,y,z,t)$ برای یک سیستم تک ذره ای و $\psi=\psi(x_i, \dots, z_n, t)$ برای یک سیستم$n$ ذره ای باشد. او نظریه‌ی کوانتومی را همانند یک نظریه کلاسیک موج‌ها تعبیر می‌کرد. از دیدگاه او، واقعیت فیزیکی تنها شامل موج بود، فقط موج او وجود ترازهای گسسته انرژی را رد کرد. بر این اساس که در مکانیک موجی، ویژه مقادیر گسسته، ویژه فرکانس‌های امواج هستند نه بسته های انرژی گسسته، او در نامه ای به تاریخ ۳۱ می ۱۹۲۶ به ماکس پلانک چنین نوشته است:

«مفهوم انرژی چیزی است که ما از تجربه در دنیای ماکروسکوپیک وام گرفته‌ایم، براستی تنها از تجربه در دنیای ماکروسکوپیک و من عقیده دارم که نمی‌توان آن را در دنیای میکرو- فیزیکی وارد کرد، ممکن است کسی صحبت از انرژی ارتعاشی یک تک ذره را مثال بزند، این خصلت انرژی گونه تک ذره همان فرکانس اوست». ما بیشتر از این به تفسیرها و فرمول بندی‌های اولیه مکانیک کوانتومی نمی‌پردازیم و اکنون قصد داریم به صورت اجمالی نگاهی به روابط عدم قطعیت که در تفسیرهای مکانیک کوانتومی بسیار مبهم اند، می‌اندازیم.

برای هایزنبرگ پاسخگویی به چند مسئله مهم بود.

(۱) آیا ساختار (فرمول‌بندی مکانیک کوانتومی) نظریه این حقیقت را که در یک زمان مفروض هم سرعت و هم مکان یک ذره را می‌توان با درجه‌ی محدودی از دقت تعیین کرد، مجاز می‌دارد؟

(۲) آیا چنین «محدودیتی در دقت اندازه گیری» اگر در نظریه مجاز می‌بود، با مقدار مطلوب وقت در اندازه گیری‌های آزمایشگاهی سازگار است؟

هایزنبرگ، سؤال (۱) را با یافتن جواب یک تابع گاوسی پاسخ گفت و دید که نظریه با حقیقت بیان شده سازگار است.جواب تابع گاوسی به شکل زیر بود:

$$\Delta p \Delta q \geq \frac{h}{4\pi} \qquad (۱,۲۰)$$

که در آن $q$ مختصه‌ی  مکان، $p$ اندازه حرکت و $\Delta$ نشان دهنده‌ی اختلاف است. برای پاسخ گفتن به سؤال دوم، هایزنبرگ آزمایشی به نام «آزمایش میکروسکوپ اشعه‌ی گاما» را تحلیل کرد. بدون وارد شدن به جزئیات باید توجه نمود که هایزنبرگ این دیدگاه را داشت که باید به آزمایش مشخصی که در آن «مکان» قابل تعیین شدن است ارجاع داد؛ در غیراینصورت «این مفهوم» معنایی ندارد. او عدم قطعیت را به مثابه‌ی محدودیت کارایی مفاهیم کلاسیک همچون مکان و اندازه حرکت در پدیده های میکرو- فیزیکی می‌دانست.

ثابت شد که ضرب$\Delta$ دو عملگر$\hat{A}$ و$\hat{B}$ هیچ‌گاه کمتر از نصف قدر مطلق جابجاگر آن‌ها نیست به بیان دیگر اگر  $i[\hat{A},\hat{B}]=\hat{C}$ پس

$$\Delta A \Delta B \geq \frac{1}{2} |< AB - BA >| \qquad (۱,۲۱)$$

تعبیر (مفهوم) فلسفی جالبی که هایزنبرگ از این روابط به دست داد، این بود که داشتن دانشی عینی و کامل از زمان حال ممکن نیست، بنابراین یکی دانستن قانون علیت با این عبارت که: «داشتن دانش دقیق از زمان حال، آینده را محاسبه پذیر می‌سازد.» در مکانیک کوانتومی بی معنا شد. باید توجه داشت که این به معنای از اعتبار ساقط شدن قانون علیت نیست.

### ۱,۷ پارادوکس انیشتین، پودولسکی، روزن (EPR)

پارادوکس EPR (این مسئله پارادوکس نامیده می‌شود چرا که با شهود کلاسیک و به طور مشخص با اصل موضعیت، ناسازگار بود) پدیده‌ی در هم تنیدگی را در مکانیک کوانتومی زیر سؤال می‌برد. در این پدیده اندازه گیری بر روی سیستم‌های کوانتومی که دارای فاصله‌ی مکانی هستند اما در گذشته با هم برهم کنش داشته‌اند به طور همزمان همدیگر را تحت تأثیر قرار می‌دهند، به بیان دیگر اندازه گیری بر روی یکی، دیگری را متأثر می‌سازد. اصل «موضعیت» بسیار قابل قبول به نظر می‌رسد، هم به دلایل شهودی و هم چون که در نگاه اول یک نتیجه‌ی طبیعی از نظریه نسبیت خاص می‌رسد. بر طبق نظریه‌ی  نسبیت خاص اطلاعات هرگز با بیشتر از سرعت نور منتقل نمی‌شود در غیراینصورت علیت نقض می‌شود.

اما اکنون نکته اینست که مکانیک کوانتومی بدون نقض علیت، موضعیت را نقض می‌کند؛ چرا که هیچ اطلاعاتی بوسیله‌ی درهم تنیدگی قابل انتقال نیست.

انیشتین، پودولسکی، روزن تمایلی به رها کردن «اصل موضعیت» نداشتند و ادعا کردند که مکانیک کوانتومی یک نظریه‌ی کامل نیست بلکه صرفاً یک تخمین آماری (مسلما موفق) از برخی از توصیف‌های هنوز نامعلوم طبیعت است.

مشکلات از این حقیقت ناشی می‌شدند که مکانیک کوانتومی دو ذره ای که در گذشته با هم بر هم کنش داشته‌اند (سپس در هم تنیده شده‌اند) اما از هم جدا شده و در فاصله ای قرار گرفته‌اند، را هنوز به عنوان یک جسم تلقی می‌کند. وقتی یکی از ذرات تغییر داده شود دیگری نیز، آنا، تأثیر می‌پذیرد انیشتین چنین رفتاری را «حرکتی شبح گونه در فاصله» می‌نامید و آن را غیر قابل قبول می‌دانست.

قبل از طرح پارادوکس EPR، بیشتر فیزیک‌دانان در هم تنیدگی را به عنوان واقعیت گریزناپذیر پذیرفته بودند، کسی می‌بایست این راه گریز را که، احتمال وجود «متغیرهای پنهان» بود می‌بست.

جان بل کسی بود که این کار را کرد.

### ۱,۷,۱ بررسی دقیق‌تر

من ابتدا با خلاصه ای کوتاه از مقاله‌ی EPR شروع می‌کنم که انیشتین، پودولسکی و روزن در ۱۹۳۵ منتشر نمودند و احتمالاً بیشتر از آنکه پاسخ‌هایی بدست دهد، سؤالاتی مطرح خواهد کرد.

باید در نظر داشت که تأکید بر اصل «موضعیت» است نه «المان‌ها و عنصرهای واقعیت»

از سخنان انیشتین، پودولسکی و روزن:

«یک نظریه‌ی کامل متناظر با هر عنصری در واقعیت، یک عنصر دارد. شرط کافی برای موجودیت یک کمیت فیزیکی در واقعیت امکان پیش بینی آن با قطعیت و بدون اختلال در سیستم است.» آنچه ما از

مکانیک کوانتومی، در مورد دو کمیت ناجابجاگر می‌دانیم این است که آگاه شدن به یکی مانع از آگاه شدن به دیگری می‌شود.

انیشتین، پودولسکی و روزن ادعا کردند که هم (۱) توصیف تابع موجی مکانیک کوانتومی از واقعیت ناکامل است و هم (۲) دو کمیت ناجابجاگر در آن واحد نمی‌توانند واقعیت داشته باشند، این دو عبارت هر دو می‌توانند درست باشند اما همزمان نمی‌توانند غلط باشند. اما انیشتین، پودولسکی و روزن نشان دادند اگر(۱) اشتباه باشد (۲) هم اشتباه است پس چون دومی اشتباه نیست اولی هم نمی تواند اشتباه باشد. «پس به این نتیجه رهنمون می‌شویم که توصیف واقعیت به شکلی که تابع موج ارائه می‌دهد کامل نیست.»

باید توجه داشت که مقاله ی EPR، تنها مسئله‌ی تمامیت و کامل بودن مکانیک کوانتومی را مورد تردید قرار داده بود نه صحت و درستی آن را در مقاله‌ی EPR مثالی شرح داده می‌شود به منظور نشان دادن اینکه مکانیک کوانتومی یک نظریه‌ی ناتمام است.

انیشتین، پودولسکی و روزن تعریف دقیق معنای «تمامیت» هر نظریه را آغاز کرده بودند. آن‌ها شرط لازمی برای تمامیت و کامل بودن یک نظریه‌ی فیزیکی تعیین کردند:

هر عنصر در واقعیت (فیزیکی) باید همتا و متناظری در نظریه داشته باشد. پس هرگاه ما دریافتیم که این «عناصر واقعیت» چه هستند، آنگاه در می‌یابیم که آیا نظریه‌ی ما کامل است یا نه؟

انیشتین، پودولسکی و روزن یک شرط کافی برای «عنصر واقعیت» بودن تعیین کردند:

اگر بدون ایجاد هیچ اختلالی در سیستم، ما بتوانیم با قطعیت مقدار کمیت فیزیکی را تعیین کنیم، آنگاه «عنصری» از واقعیت فیزیکی متناظر با این کمیت وجود دارد.

من اکنون به مسئله‌ی «موضعیت»، منشأ و مسائل مطرح شده در مورد آن در مقاله‌ی EPR می‌پردازم. دو سیستم جداگانه‌ی ۱و۲ را که از زمان $t=0$ تا $t=\tau$ با هم بر هم کنش داشته‌اند در نظر بگیریم. با معادله‌ی

شرودینگر (اگر حالت سیستم را در مکان و زمانی مفروض بدانیم)،ما می‌توانیم حالت ترکیبی دو سیستم را برای تمام $t>0$ (و به خصوص برای $t>\tau$) محاسبه کنیم.

انیشتین، پودولسکی و روزن با این انگاره که معیارشان از «واقعیت» بسیار عقلانی و مستدل است، آن را به عنوان فرضی اولیه برای استنتاجاتشان قرار دادند.

با اندازه گیری کمیت‌های مشخصی در سیستم ۱، ما قادر هستیم با قطعیت، مقدار آن کمیت‌ها را در سیستم ۲- بدون ایجاد اختلالی در سیستم ۲- بدست آوریم.این شرط هم یک فرض محسوب می‌شد که فرض «موضعیت» نامیده می‌شد.

این دو فرض‌های اولیه‌ی «عنصری از واقعیت (فیزیکی) بودن» و «موضعیت» ما را به این نتایج می‌رساند که: (۱) درست است چرا که (۲) غلط است و با فرض‌های اولیه ی  ذکر شده در تناقض است. کمیت‌های ما به شکلی تعریف شدند که در آن واحد واقعیت دارند.

این مبحث را می‌توان به این گونه جمع بندی کرد:

انیشتین، پودولسکی و روزن سعی داشتند نشان دهند که پذیرش واقع گرایی (رئالیسم) موضعی منتج به ناتمام بودن مکانیک کوانتومی می‌شود. اکنون پس از گذشت دهه‌ها، از انتشار مقالهٔ EPR، مسلم شده است که به واقع این مکانیک کوانتومی است که نظریهٔ کامل و سازگار است. بنابراین ترکیب «واقعیت» + «موضعیت» پنداشتی معتبر و قابل قبول نیست چرا که به تناقض می‌رسد.

# فصل دوم

# نامعادلات بل