بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکدهٔ مهندسی مکانیک

# حل عددی جریان پتانسیل تراکم ناپذیر حول اجسام سه بعدی

پایان نامهٔ کارشناسی ارشد
" گرایش تبدیل انرژی "

توسط :

احمدسوها نکارا صفهانی

زیرنظر :

دکتر محمدسعیدسعیدی

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مدارک

مهر ۷۰

۱۳۷۲ /۷/ ۳۰

۱۹۹۵۱

" بسم الله الرحمن الرحیم"

پایان نامه آقای احمد سوهانکار اصفهانی درجلسهٔ مورخه ۷۰/۷/۲۳ کمیته پایان نامه متشکل از اساتید ذیل مورد بررسی وتائید قرارگرفت .

۱ـ آقای دکتر محمدسعید سعیدی استاد راهنمای رساله

۲ـ آقای دکتر ابراهیم شیرانی استاد کمیته تخصصی

۳ـ آقای دکتر علی اصغر رستمی استاد کمیته تخصصی

۴ـ آقای دکتر محمود سلیمی مسئول کمیتهٔ کارشناسی ارشد دانشکده

## قدردانی

به مصداق حدیث شریف (( من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق)) برخود لازم می‌دانم که از جناب آقای دکتر محمدسعیدسعیدی استاد راهنمای پروژه که از ابتدای کار همکاریها وراهنمائیهای بیدریغی مبذول فرمودندواز آقایان دکتر ابراهیم شیرانی ودکترعلی اصغررستمی که دربازخوانی پروژه وارائه نظرات سودمندخویش مرا یاری نمودند، تشکرکرده وبرای آنها درانجام وظیفه مقدس تدریس وتحقیق آرزوی موفقیت نمایم.

همچنین ازآقای مهندس بهزاد امین پورکه درویرایش رساله همکاری نموده ونیز ازکلیه مسئولان وکارکنان دانشکده مکانیک ومرکزمحاسبات دانشگاه که هرکدام به‌نحوی دربه ثمررسیدن پروژه مساعدت‌های لازم مبذول کرده‌اند، تشکرمی نمایم.

لازم به‌ذکراست‌که درطول فعالیت خویش درانجام پروژه ازهمکاریها وتسهیلات ایجادشده توسط مرکز تحقیقات مهندسی جهادسازندگی اصفهان نیز استفاده نموده‌که ازتلاش همکاران ومسئولین محترم آن مرکز نیز سپاسگزاری می گردد.

## فهرست مطالب


| عنوان | صفحه |
|---|---|
| مقدمه ..... | ۱ |
| فصل اول : شبکه سازی میدان جریان ..... | ۴ |
| ۱-۱) مقدمه ..... | ۴ |
| ۱-۲) سیستم های مختصات درشبکه بندی میدان جریان ..... | ۵ |
| ۱-۳) مزایا ومعایب دونوع شبکه ..... | ۹ |
| ۱-۴) روشهای ایجاد شبکه منطبق برمرز ..... | ۱۰ |
| ۱-۵) توابع میان یاب ..... | ۱۱ |
| ۱-۶) خطای دنباله درشبکه منطبق برمرز ..... | ۱۳ |
| ۱-۷) توابع توزیع هایپربولیک ..... | ۱۴ |
| ۱-۸) میان یابی چندجهته ..... | ۱۷ |
| فصل دوم : شبکه سازی اطراف بال وبدنه ..... | ۱۸ |
| ۲-۱) مقدمه ..... | ۱۸ |
| ۲-۲) نواحی همبند ساده ..... | ۱۸ |
| ۲-۳) نواحی همبندچندگانه ..... | ۱۹ |
| ۲-۴) نواحی سه بعدی ..... | ۲۴ |
| فصل سوم : شبکه سازی به طریق جبری ازنوع (H-O)اطراف بدنه ..... | ۲۹ |
| ۳-۱) مشخصات هندسی بدنه موردنظر ..... | ۲۹ |
| ۳-۲) شبکه بندی اطراف بدنه ..... | ۳۱ |
| فصل چهارم: حل معادله پتانسیل سه بعدی تراکم ناپذیر ..... | ۴۸ |
| ۴-۱) مقدمه ..... | ۴۸ |

عنـــوان | صفحـــه


۴–۲) چندتعریف ریاضی برای دستگاه مختصات منحنی الخط ..... ۴۸

۴–۳) تانسور تبدیل دو قلمرو ..... ۴۹

۴–۴) ارتباط بین مولفه‌های سرعت دردودستگاه ..... ۵۱

۴–۵) شکل قلمرومحاسباتی ..... ۵۲

۴–۶) معادله بقاء جرم دردودستگاه ..... ۵۴

۴–۷) نحوه اختلاف محدود مشتقات ..... ۵۴

۴–۸) فرم اختلاف محدود معادلهٔ بقاء جرم دردستگاه موضعی .... ۵۷

۴–۹) معادلهٔ بقاء جرم درسلول های مرزی ..... ۶۱

۴–۱۰)محاسبه میدان سرعت ومیدان فشار..... ۷۲

فصل پنجم :شرح برنامه کامپیوتری وبررسی نتایج ..... ۷۴

۵–۱) تشریح برنامه کامپیوتری ..... ۷۴

۵–۲) بررسی نتایج ..... ۷۸

۵–۲–۱) بررسی نتایج جسم تقارن محوری ..... ۸۱

۵–۲–۲) بررسی نتایج جسم اصلی ..... ۸۳

مراجع : ..... ۱۰۷

ضمیمه A: ..... ۱۰۸

ضمیمه B: ..... ۱۱۵

چکیـــــده :

هدف این پایان نامه حل عددی جریان پتانسیل غیرقابل تراکم حول اجســـــام سه بعدی با مقاطع بیضوی تحت زاویهٔ حمله صفرمی باشد.

ابتدا شبکه‌ای منطبق بربدنهٔ جسم ازنوع (H-O) به روش جبری ایجادشد. به دلیـــل تقارن این شبکه یک چهارم جسم رادربرگرفته وبدین ترتیب حجم عملیات وحافظـــــه مورد نیاز به یک چهارتعلیل داده شد. سلول های این شبکه غیریکنواخت وسطـــــوح آن لزوما " متعامد نبوده لذا بااستفاده از تانسورانتقال بصورت مکعبی بـــــــه ابعاد واحد درقلمرومحاسباتی تبدیل می شوند. سپس معادلهٔ بقاء جرم رادرقلمرو جدید استخراج نموده وبااستفاده از فرم اختلاف محدود مرکزی معادلات بصـــــورت معادلات جبری تبدیل می شوند.

برحسب نوع سطوح مرزی، یازده نوع سلول مرزی ویک نوع سلول داخلی تشخیـــــص داده شدوبرای هرکدام معادله اختلاف محدود مربوط به خود استخراج وسپس ایـــــن مجموعه معادلات جبری به کمک روش تکراری گاوس سایدل حل شدندونهایتا " مقادیـــر فشاروسرعت درمیدان جریان تعیین گردیدندبرای اطمینان ازدقت نتایج عددی،میدان جریان حول یک جسم تقارن محوری که از ترکیب یک چشمه وجریان یکنواخت بدســـــت می آیدبه این روش حل شدوباحل تحلیلی آن مقایسه گردید. مقایسه نشان دادکـــــه بین نتایج تحلیلی وعددی درضریب فشارکمترازپنج درصد ودرمولفه Vx کمترازســـــه درصد شدعوامل موثر درمقدار این اختلاف عدم تعامد کامل شبکهٔ ایجادشده ومحـــــدود بودن وسعت آن است. نتایج محاسبات همچنین نشان دادند تاثیروسعت شبکـــــه روی توزیع فشارروی بدنه کم است. بطوریکه چنانچه تنها مقادیر جریان روی بدنـــــه مورد نظر باشدمی توان ازشبکه‌ای باوسعتی حدود دوبرابر قطر سطح مقطع نتایـــــج مطلوب را بدست آورد.

نتایج حل جریان روی جسم مطلوب که جسمی با مقطع بیضوی است بدست آمد. تغییـــرات فشارحاصل ازمحاسبات روند مورد انتظار را نشان می دهندوبررسی میدان سرعـــــت حاصل نشان می دهدکه دراین حالت جریان کاملا" سه بعدی است.

مقـــــدمه :

درک پدیده‌های سیالاتی ، عموما " ساده ترازیافتن مدلهای ریاضی مناسـب و همچنین حل آنها می باشد . بشر درزندگی روزمره با این گونه پدیده‌ها برخورداردوتا حدودی آنها رادرک می کند اما یافتن مدلهای مناسبی برای توصیف وتعیین مشخصات آنها ، ساده نیست وحتی بعدازیافتن آنها ، حل آنها به راحتی میسر نمی باشد .برای درک پدیده‌های سیالاتی ازروشهای تجربی وحل های تحلیلی وعددی بطور گسترده‌ای استفاده می شود .معادلات حاکم بر جریان سیالات ( معادلات ـ ناویر ـ استوکس ) پیچیده وغیرخطی می باشندوبرای آنها حل تحلیلی وجودندارد . لذا باید از حلهای عددی بطور وسیعی استفاده نمودکه لازمهٔ آن کامپیوترهائی با سرعت وحافظه بسیارزیاد و همچنین یافتن مدلهای مناسبی برای توصیف اغتشاش جریان ( خصوصا " درزوایای حمله زیاد ) می باشد . به دلیل عدم دسترسی ووجود مشکلات خاص ، عموما " استفاده ازآنها درطراحی اولیه بصرفه نیست ودرطراحی نهائی ازآنها برای موارد خاصی استفاده می شود ، لذا ازمدلهای دیگری استفاده می گردد .

درحال حاضرعمدتا " از معادلات پتانسیل ونهایتا " اویلر برای حل میدان جریان استفاده می شود. البته ازحدود دو دهه گذشته روشهای انتگرال مرزی(روش پانل) وروشهای اغتشاش کوچک دو ابزار عمده طراحی اولیه ودقیق بوده اما بهلحاظ پیشرفت سریع کامپیوترها وتوسعه کدهای حل میدان جریان ، هم اکنون بطورموثری ازمعادلات اویلر وپتانسیل استفاده می شودواینگونه حل ها هنگامی که با حل های لایه مرزی تلفیق شوند می توانندمدل مناسبی ازجریان واقعی راتولیدکنندکه عمدتا " برای زوایای حملهکم درتمام محدودههای سرعتمادون تاماوراء صوت استفاده می شوند. اما نقاط ضعف عمده آنها درمحدوده زوایای حمله زیادمی باشد که مدلهای مناسبی برای توصیف اغتشاش ناشیاز جریان جدا شده وجودندارد.

مدل جریان پتانسیل که با فرض جریان غیرلزج وغیرچرخشی حاصل شده است ، برای توصیف بسیاری ازپدیدههای سیالاتی درمحدوده جریان زیرصوت تاماوراء صوت و درزوایای حمله کم معتبراست وبطوروسیعی ازآن استفاده می شود. برای این مدل جریان ، حل های تحلیلی محدودی آن هم برای هندسههای ساده وشرایط مرزی خاص وجوددارد ولذا عمدتا " بایدازحلهای عددی کمک گرفت. استفاده از مدل جریان پتانسیل درجریان تراکم ناپذیرمنطقی می باشد. البته درجریان پتانسیل با اعمال شرط فیزیکی کوتا میتوان جریان غیرچرخشی باسیرکولیشن نیز داشت ، لذا امکان ایجاد میدان جریان همراه با لیفت درنواحی غیرهمبند ساده وجوددارد.

مسئلهموردنظر ما ، حل میدان جریان اطراف اجسام سه بعدی درسرعتهای کم ودر زاویه حمله صفر می باشد.چون سرعتها کم می باشد( $M_\infty < 0.3$ ) لذا شرط تراکم ناپذیری فرض مناسبی است واستفاده ازمدل جریان پتانسیل کاملا" منطقی می باشد. هدف اصلیاینپایان نامه تعیین مشخصات میدان جریان با استفاده از مدل جریان پتانسیل می باشد، البته درادامه کار می توان با حل لایه مرزی روی جسم مورد نظر وتلفیق آن با جریان پتانسیل مقادیرنیروی دراگ اصطکاکی رانیز محاسبه نمود.

این پایان نامه مشتمل برپنج فصل ودوضمیمه به شرح ذیل می باشد:

فصل اول مطالبی عمومی دررابطه باشبکه سازی یکنواخت وغیریکنواخت وانواع روشهای ایجاد شبکه منطبق برمرز وانواع توابع میان یاب وتوزیع می باشد.

فصل دوم دررابطه باشبکه سازی اطراف انواع نواحی همبند ساده ، مرکب ، سهبعدی

وشبکه‌های مناسب اطراف بال وبدنه مطالبی بیان شده است .

فصل سوم مطالبی درمورد شبکه سازی به طریق چبری وازنوع ( H-O ) اطراف بدنه‌ای که مشخصات آن نیز ارائه شده ، مطرح شده است .

فصل چهارم مطالبی دررابطه با حل معادله پتانسیل سه بعدی، نحوه اختلاف محدود کردن آن ، شرایط مرزی ، انواع سلول های مرزی وتبدیلات دوقلمرو فیزیکی و محاسباتی بیان شده است .

فصل پنجم مطالبی درمورد برنامه کامپیوتری بررسی نتایج ونقش پارامترهای اصلی درآنها ارائه شده است .

ضمیمه A . دررابطه باجسم تقارن محوری که ازترکیب چشمه نقطه‌ای وجریان یکنواخت حاصل شده وروش شبکه سازی میدان اطراف آن مطالبی ارائه شده است و هدف ازآن مقایسه نتایج عددی وتحلیلی موجود برای این بدنه می باشد تا نسبت به روند برنامه کامپیوتری اطمینان کافی حاصل شود .

درضمیمه B لیست برنامه کامپیوتری ارائه شده است .

## فصـــــل اول : شبکه سازی میـــــدان جریـــان

### ۱-۱) مقدمـــــه

برای تعیین مشخصات میدان جریان ( داخلی یا خارجی) لازم است که معـــادلات دیفرانسیل حاکم برجریان به نحوی دراین فضا حل شود. امروزه ازشبکه ســـــازی[1] به عنوان یک ابزار عمومی برای حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره‌ای ( داخـــل یـــا خارج نواحی با اشکال دلخواه ) بطوروسیعی استفاده می گردد.معادلات دیفرانسیـــــل حاکم بر جریان سیال ( معادلات ناویرواستوکس) معادلاتی پیچیده وغیرخطی می باشند، حتی درمدل های ساده تر مانند معادلات اویلر، معادلات پتانسیل وپتانسیل خطـــــی شـــده[2] که معادلات نسبتا " پیچیده‌ای هستند، عمدتا " برای آنها حل تحلیلی وجـــود ندارد. لذا برای تعیین مشخصات جریان بایستی ازروشهای عددی حل معادلات ویـــا روشهای تجربی استفاده شـــود. البته هیچکدام از دوروش اخیـــربه تنهائی برای مشخص کردن یک میدان جریان واقعی کافی نیست ، بلکه این دو مکمل یکدیگرهستنـد. به هرحال هدف ما روشهای عددی است ودراینجاازپرداختن به جزئیات بیشتردرمـــورد مزایا ومعایب روشهای تجربی وعددی صرف نظر می نمائیـــم .با پیشرفت روشهای عددی، شاخه‌ای از مکانیک سیالات به نام دینامیک سیالات محاسباتی ، CFD[3] ، امروزه بطـور گسترده‌ای‌جهت‌حل معادلات میدانهای جریان به کار گرفته می شوند.درحال حاضر طیـف گسترده‌ای از روشهای عددی با پیچیدگی های مختلف جهت حل مسائل عملی جریان سیال وجوددارد. دریک طرف روشهای انتگرال مرزی[4] یا روشهای پانل که معادلات پتانسیـــل خطی شده راحل می کند، وجوددارد. عیب عمده این روشها این است که نمی توانـــد مدل خوبی برای پدیده‌های غیر خطی باشند.به هرحال با اینکه روشهای پانل یکـــی

---

1- Grid Generation
2- Prandtl Glauert
3- Computational Fluid Dynamic
4- Boundary Integral Methods

ازروشهای موفق می باشد ولی با پیشرفت کامپیوترها نیاز به روشهای دقیق تری مطرح شد که میدان جریان را به نحوبهتری مدل کند، لذا روشهای میدانی مورد توجه قرار گرفت.

درروش پانل سطح جسم به المانهائی( پانل ) تقسیم بندی شده وسپس روی آنها برحسب هدف مورد انتظار توزیع تکایی[1] هائی مانند چشمه[2]، دوگان[3]، گردابه[4] ویا ترکیبی از آنها قرار داده میشود و نهایتا " مسئله به حل مجموعه‌ای از معادلات جبری منتهی میشود. درروش میدانی ، لازم است میدان جریان را به یک مجموعه المانهای سطحی ( مسئله دوبعدی) ویا المانهای حجمی ( مسئله سه بعدی ) تقسیم نموده و قوانین بقاء را درموردآنها اعمال کرد. برای اعمال قوانین بقاء درهرالمان لازم است معادلات را به فرم اختلاف محدود[5] که روش معمول درCFD است درآورده ونهایتا" به یک مجموعه معادلات جبری خواهیم رسید که با حل آنها میتوانیم مشخصات میدان جریان ازجمله توزیع سرعت وفشار را تعیین نمود. این تقسیم بندی میدان جریان ( درروشهای میدانی ) شبکه بندی نام دارد.

### ۱-۲) سیستم های مختصات درشبکه بندی میدان جریان

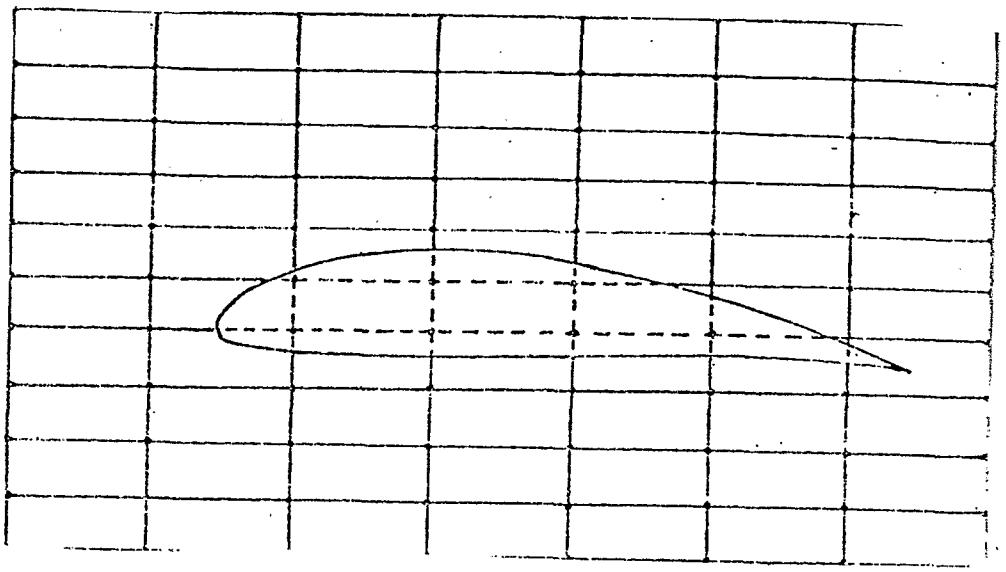
سیستم مختصات معمول درشبکه بندی میدان جریان ، دستگاه مختصات کارتزین می باشدکه شبکه ایجاد شده درآن بصورت یکنواخت ومستطیلی می باشد. درمورد اشکال ساده ، استفاده ازاین نوع دستگاه مختصات وشبکه ایجادشده درآن ، روش اقتصادی می باشد. اما اگر شکل هندسی جسم پیچیده باشد استفاده از این نوع دستگاه اشکالات عدیده‌ای را بوجودخواهدآورد، لذا ازدستگاه مختصات منطبق برمرز استفاده میشود. دراین نوع دستگاه سلول های شبکه بصورت غیریکنواخت وغیر مستطیلی می باشد. براساس ایده دستگاه مختصات منطبق برمرز روش جدیدی به نام شبکه سازی عددی[6] بنا شد که امکان ایجاد شبکه‌های غیریکنواخت وغیرمستطیلی را درمیدان جریان میسر ساخت ، جزئیات این دونوع سیستم مختصات که بیانگر دو نوع شبکه یکنواخت وغیریکنواخت می باشددرزیرتوضیح داده شده است.

---

1- Singularity
2- Source
3- Doublet
4- Vortex
5- Finite Difference
6- Numerical Grid Generation

### ۱-۲-۱) سیستم شبکه یکنواخت و مستطیلی منطبق بر دستگاه مختصات

در این سیستم مختصات میدان جریان اطراف جسم توسط خطوطی موازی محورهای مختصات تقسیم بندی می شود، لذا شبکه یکنواخت و مستطیلی ایجاد می شود که معادلات حاکم برجریان با استفاده از روشهای معمولی اختلاف محدود، قابل حل خواهند شد. درمورد اشکال پیچیده، مثلا" جریان اطراف یک ایرفویل استفاده از این نوع شبکه باعث می شودکه بعضی از نقاط شبکه داخل ایرفویل قرارگیردولذا انواع متنوعی از نقاط مرزی بدست می آیدکه اعمال شرایط مرزی را مشکل نموده ونهایتا" مرز جسم به خوبی توسط جریان احساس نخواهدشد. البته استفاده از این نوع شبکه محاسبات راکم وساده می کندولی قوانین بقاء به خوبی اعمال نخواهد شدو خطای زیادی از این ناحیه وارد محاسبات میشود. شکل (۱) این نوع شبکه را برای یک ایرفویل نشان میدهد.



شکل(۱)- شبکه یکنواخت و مستطیلی اطراف ایرفویل

### ۱-۲-۲) شبکه منطبق برمرز دردستگاه موضعی

برای رفع اشکالات ناشی از شبکه یکنواخت و مستطیلی درمورد اشکال پیچیده، روش شبکه سازی عددی به کار میرود دراین روش علاوه برایجاد شبکه بندی میدان جریان (قلمروفیزیکی) با تبدیلات مناسب، شبکه از قلمروفیزیکی که غیریکنواخت وغیرمستطیلی است به قلمروجدیدی که شبکه درآن مستطیلی ویکنواخت باشد (قلمرو

محاسباتی[1] ) تبدیل می شود. دراین نوع شبکه از دستگاه مختصات منحنی الخط منطبق بر مرز جسم استفاده میشود. دراین نوع شبکه یک سری از خطوط مختصه دستگاه موضعی را منطبق بر مرز جسم درنظر گرفته وسری دیگر خطوط شبکه حتی الامکان عمود برسری اول انتخاب می شوند. شبکه‌ای که بدین ترتیب ساخته میشود غیرمستطیلی وغیریکنواخت است، لذا معادلات به فرم اختلاف محدودشکسل ساده‌ای نخواهند داشت. برای رفع این مشکل از تبدیل مناسبی استفاده میشودتا این شبکه غیریکنواخت وغیرمستطیلی به شبکه یکنواخت تبدیل شود. این تبدیل باید:

اولا" ، بصورت یک به یک باشد ، یعنی هرنقطه از فضای فیزیکی به نقطه متناظرش درفضای محاسباتی تبدیل شود ثانیا"، تبدیل به صورت پیوسته انجام شود. اشکال ۲و۳ شبکه درقلمرو فیزیکی ومحاسباتی را نشان میدهد، صرفنظر از نوع شبکه بهتر است درکاربرد آن نکات زیر مورد توجه واقع شوند:

الف ) درشبکه بندی میدان جریان احتیاج به نظم وترتیب خاصی می باشد، بطوریکه حل معادلات واعمال شرایط مرزی به راحتی وسادگی قابل انجام بوده ودرضمن تغییرات میدان را به خوبی بیان نماید.

ب ) درشبکه بندی میدان جریان جهت نیل به دقت بیشتر درمحاسبات ، نحوه توزیع نقاط باید به صورتی باشد که تمرکز نقاط درنواحی دارای تغییرات شدید جریان نسبت به نواحی دارای تغییرات ملایم ، بیشتر باشد.

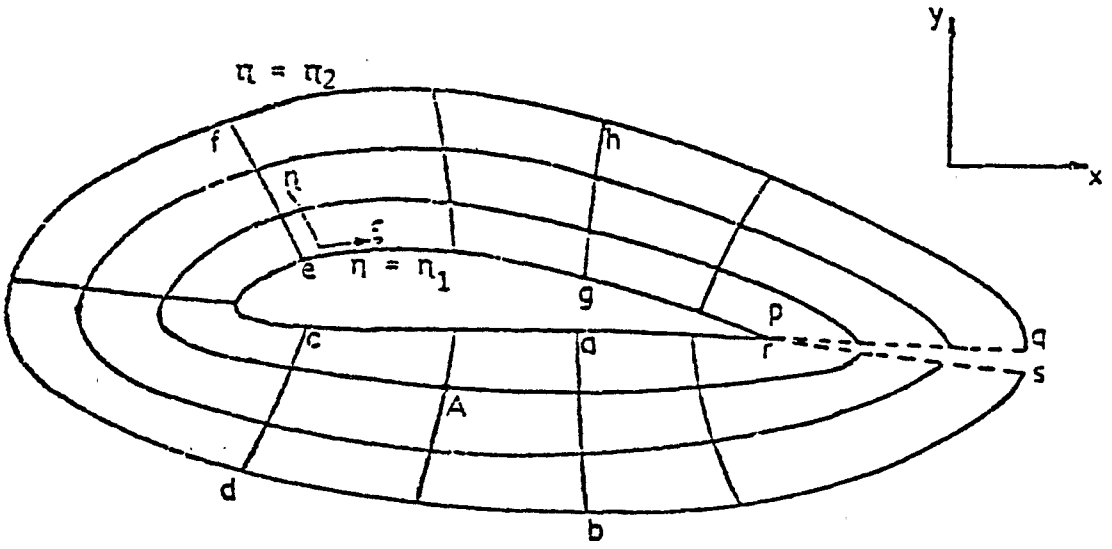
ج ) فواصل نقاط شبکه بایستی به اندازه کافی کم باشد تا علاوه برکاهش خطاهای عددی ، جریان سیال هندسه جسم را بهتر احساس کند واعمال شرایط مرزی دقیق تر صورت گیرد.

د ) خطوط شبکه باید حتی المقدور متعامد باشد تا خطاهای دنباله[2] به حداقل برسد وتبدیلات پیوسته باشد.

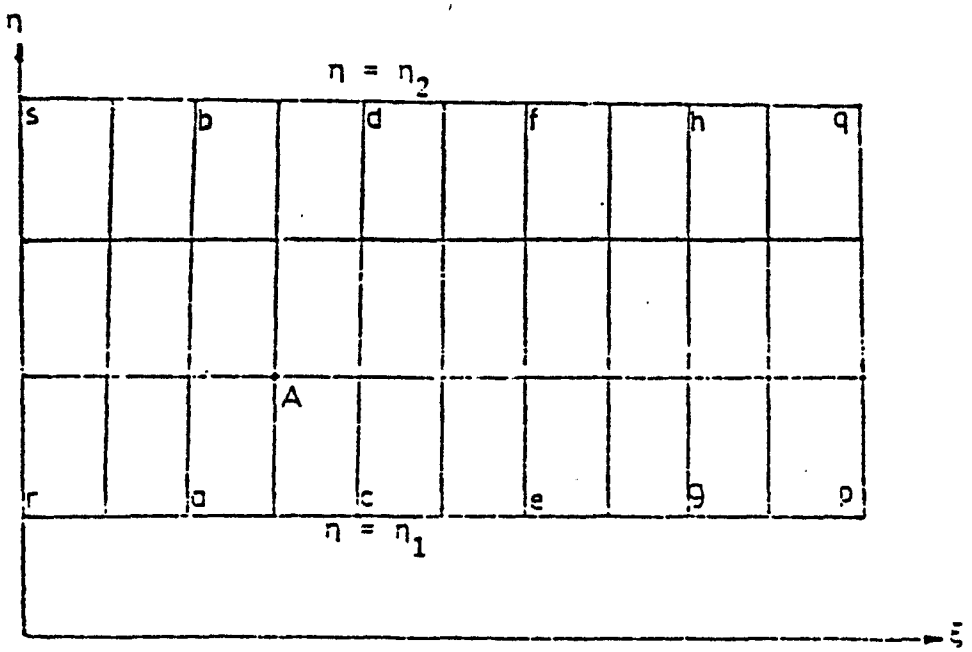
---

1- Curvilinear

2- Truncation Error




شکل(۲) ـ شبکه غیریکنواخت منطبق برمرز ( قلمروفیزیکـــی)




شکل(۳)ـ شبکه یکنواخـــت دردستگاه منحنی الخط( قلمرومحاسباتی)