

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده ژئودزی و ژئوماتیک

عنوان پایان نامه :

## آنالیز گرادیان‌های جاذبی ماهواره های GRACE برای بازیابی میدان ثقل زمین

نگارش:

مهروز خادمی

اساتید راهنما:

دکتر مهدی نجفی علمداری

دکتر محمدعلی شریفی

پایان نامه برای دریافت مدرک کارشناسی ارشد در رشته مهندسی عمران - نقشه برداری گرایش ژئودزی

تابستان 89

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

تقدیم به پدر و مادر مهربانم که همواره حامی من بوده‌اند .

## حق چاپ، نشر و مالکیت پایان نامه

1. حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می‌باشد. هرگونه کپی برداری به صورت کل پایان نامه و یا بخشی از آن تنها با موافقت نویسنده و یا کتابخانه دانشکده مهندسی ژئودزی و ژئوماتیک دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می‌باشد.
2. کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی است و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست. همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر نام مرجع مجاز نمی‌باشد.

## تقدیر و تشکر

نگارنده بر خود می‌داند که از زحمات بی‌دریغ، تلاش‌های بی‌وقفه و راهنمایی‌های ارزشمند اساتید گرامی جناب آقای دکتر نجفی علمداری و جناب آقای دکتر محمدعلی شریفی در راستای انجام این تحقیق تشکر و قدردانی نماید.

## چکیده

بازیابی میدان جاذبه زمین در مقیاس جهانی به صورت ضرایب هارمونیک کروی با استفاده از مشاهدات ماهواره-های اختصاصی ثقل‌سنجی، به روش‌های مختلفی صورت می‌گیرد. برای بازیابی از روش اندازه‌گیری شتاب و روش انتگرال انرژی استفاده شده است. در این دو روش، محاسبه بردار شتاب و سرعت ماهواره برای بازیابی میدان جاذبه با استفاده از روش‌های مشتق‌گیری عددی ضروری می‌باشد. روش‌های مشتق‌گیری نیوتن، اسپیلاین و تیلور و فوریه برای محاسبه مشتقات (بردار شتاب و سرعت) بکار گرفته شده‌اند. مشاهدات دینامیکی شبیه‌سازی شده ماهواره GRACE در میدان متأثر از مدل ژئوپتانسیلی EGM96 مورد استفاده قرار گرفته‌اند و با استفاده از روش‌های مذکور ضرایب ژئوپتانسیلی تا درجه و مرتبه 70 بازیابی شده‌اند. همچنین تأثیر white noise و colored noise و نیز مشاهدات اشتباه نیز در روش‌های مشتق‌گیری بررسی شده‌اند. در نهایت نتایج به صورت اختلاف ارتفاعات ژئوئید و degree variance نسبت به ضرایب مدل EGM96 نمایش داده شده‌اند. بهترین نتیجه در ارتباط با اختلاف ارتفاعات ژئوئید در ایران در بازیابی به روش شتاب مربوط به روش تیلور می‌باشد که ماکزیمم و مینیمم این اختلاف به ترتیب 1.3395 و -1.0319 متر می‌باشد. در روش انتگرال انرژی نیز بهترین نتیجه مربوط به روش نیوتن می‌باشد که ماکزیمم و مینیمم این اختلاف ارتفاع به ترتیب 8.180 و -7.164 سانتی-متر می‌باشد.

برای مشاهدات بدون نویز روش انتگرال انرژی نتایج دقیقتری را نسبت به روش شتاب با داشتن انحراف معیار کوچکتر داشته است. در بازیابی میدان جاذبه به روش شتاب روش اسپیلاین بیشترین دقت را نشان داد اما در روش انتگرال انرژی نتایج وابسته به نوع داده‌ها می‌باشد یعنی برای داده‌های آغشته به white noise روش نیوتن بیشترین دقت را داشته و برای داده‌های بدون نویز و نیز داده‌های آغشته به colored noise روش تیلور بیشترین دقت را داشته‌اند. اما این شرایط برای outlier ها کاملاً متفاوت می‌باشد بدین معنا که در بازیابی به روش مشاهدات شتاب، روش تیلور بیشترین دقت را داشته و در روش انتگرال انرژی روش اسپیلاین.

## فهرست مطالب

### فصل اول: مقدمه

- 1-مقدمه ..... 1
- 2-1- مأموریت های اختصاصی ماهواره های ثقل سنجی ..... 2
- 3-1-هدف پایان نامه ..... 7
- 3-1-ساختار کلی پایان نامه ..... 8

### فصل دوم: بازیابی میدان جاذبه

- 1-2-روش شتاب در بازیابی میدان جاذبه ..... 10
- 2-1-1-روش شتاب جاذبه برای مشاهدات LL-SST ماهواره GRACE ..... 11
- 2-2-روش انتگرال انرژی در سیستم مختصات های اینرشیال و دورانی ..... 16
- 2-2-1-روش انتگرال انرژی برای مشاهدات LL\_SST ماهواره GRACE ..... 22
- 2-3-بازیابی میدان جاذبه زمین در مقیاس جهانی با استفاده از روش کمترین مربعات ..... 24

### فصل سوم: روش های مشتق گیری عددی

- 1-3-مقدمه ..... 30
- 2-3-تخمین مشتق با استفاده از تعریف مشتق ..... 31
- 3-2-1-روش تفاضل های محدود با استفاده از بسط سری تیلور ..... 31
- 3-3-مشتق گیری به روش نیوتن ..... 32
- 3-4-درونیابی اسپلاین ..... 35
- 3-4-1-اسپلاین مکعبی طبیعی ..... 36
- 3-5-تخمین مشتق تابع با استفاده از تبدیل فوریه گسسته ..... 39

### فصل چهارم: نتایج عددی

- 1-4-مقدمه ..... 41
- 2-4-تبدیل بردارهای موقعیت و سرعت از سیستم مختصات اینرشیال به سیستم مختصات کروی محلی ماهواره ..... 43
- 3-4-اندازه گیری های SST ماهواره GRACE ..... 44
- 4-4-برآورد ضرایب ژئوپتانسیلی تا درجه و مرتبه 70 با مشاهدات شبیه سازی شده ماهواره GRACE ..... 45
- 4-5-نتایج عددی ..... 46
- 4-5-1- نتایج روش های مشتق گیری عددی ..... 46
- 4-5-2-نتایج مربوط به روش شتاب و انتگرال انرژی با داده های بدون نویز ..... 50
- 4-5-3-نتایج مربوط به روش شتاب و انتگرال انرژی با داده های آغشته به white noise ..... 61
- 4-5-4-نتایج مربوط به روش شتاب و انتگرال انرژی با داده های آغشته به colored noise ..... 72
- 4-5-3-نتایج مربوط به روش شتاب و انتگرال انرژی با داده های آغشته به خطا ..... 83
- یشتنهادات ..... 94
- منابع ..... 96

## فهرست اشکال

- شکل 1-1- ساختارهای HL-SST و LL-SST ..... 6
- شکل 1-4: اختلاف بین سرعت و شتاب بدست آمده از مشتق گیری عددی به روش نیوتن و سرعت و شتاب شبیه سازی شده با استفاده از مدل EGM96 ..... 47
- شکل 2-4: اختلاف بین سرعت و شتاب بدست آمده از مشتق گیری عددی به روش اسپیلاین و سرعت و شتاب شبیه سازی شده با استفاده از مدل EGM96 ..... 48
- شکل 3-4: اختلاف بین سرعت و شتاب بدست آمده از مشتق گیری عددی به روش تیلور 7 نقطه‌ای و سرعت و شتاب شبیه سازی شده با استفاده از مدل EGM96 ..... 48
- شکل 4-4: اختلاف بین سرعت و شتاب بدست آمده از مشتق گیری عددی به روش تیلور 3 نقطه‌ای و سرعت و شتاب شبیه سازی شده با استفاده از مدل EGM96 ..... 49
- شکل 5-4: ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب (مشتقات با روش نیوتن محاسبه شده اند) ..... 50
- شکل 6-4: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) ..... 51
- شکل 7-4: ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب (مشتقات با روش اسپیلاین محاسبه شده اند) ..... 51
- شکل 8-4: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) ..... 52
- شکل 9-4: ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب (مشتقات با روش تیلور 7 نقطه‌ای محاسبه شده اند) ..... 52
- شکل 10-4: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) ..... 53
- شکل 11-4: ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش انتگرال انرژی (مشتقات با روش نیوتن محاسبه شده اند) ..... 54
- شکل 12-4: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) ..... 54
- شکل 13-4: ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش انتگرال انرژی (مشتقات با روش اسپیلاین محاسبه شده اند) ..... 55
- شکل 14-4: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) ..... 55
- شکل 15-4: ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش انتگرال انرژی (مشتقات با روش تیلور 7 نقطه‌ای محاسبه شده اند) ..... 56
- شکل 16-4: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) ..... 56
- شکل 17-4: ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب (مشتقات با روش نیوتن محاسبه شده اند) ..... 58
- شکل 18-4: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE ..... 58





- شکل 4-40: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآوردشده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) (مربوط به روش انتگرال انرژی که مشتقات با روش تیلور محاسبه شده اند)..... 71
- شکل 4-41: ضرایب ژئوئیدانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب (مشتقات با روش نیوتن محاسبه شده اند)..... 72
- شکل 4-42: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآوردشده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) (مربوط به روش شتاب که مشتقات با روش نیوتن محاسبه شده اند)..... 72
- شکل 4-43: ضرایب ژئوئیدانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب (مشتقات با روش اسپیلاین محاسبه شده اند)..... 73
- شکل 4-44: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآوردشده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) (مربوط به روش شتاب که مشتقات با روش اسپیلاین محاسبه شده اند)..... 73
- شکل 4-45: ضرایب ژئوئیدانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب (مشتقات با روش تیلور محاسبه شده اند)..... 74
- شکل 4-46: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآوردشده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) (مربوط به روش شتاب که مشتقات با روش تیلور محاسبه شده اند)..... 74
- شکل 4-47: ضرایب ژئوئیدانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش انتگرال انرژی (مشتقات با روش نیوتن محاسبه شده اند)..... 75
- شکل 4-48: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآوردشده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) (مربوط به روش انتگرال انرژی که مشتقات با روش نیوتن محاسبه شده اند)..... 76
- شکل 4-49: ضرایب ژئوئیدانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش انتگرال انرژی (مشتقات با روش اسپیلاین محاسبه شده اند)..... 76
- شکل 4-50: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآوردشده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) (مربوط به روش انتگرال انرژی که مشتقات با روش اسپیلاین محاسبه شده اند)..... 77
- شکل 4-51: ضرایب ژئوئیدانسیلی برآورد شده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از شبه مشاهدات 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش انتگرال انرژی (مشتقات با روش تیلور محاسبه شده اند)..... 77
- شکل 4-52: اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 تا درجه و مرتبه 70 و ضرایب برآوردشده تا درجه و مرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه سازی شده 30 روزه ماهواره GRACE (واحد بر حسب متر) (مربوط به روش انتگرال انرژی که مشتقات با روش تیلور محاسبه شده اند)..... 78

## فهرست جداول

- جدول 4-1: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین سرعت بدست آمده از مشتق گیری عددی و سرعت شبیه سازی شده با استفاده از مدل EGM96..... 49
- جدول 4-2: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین شتاب بدست آمده از مشتق گیری عددی و شتاب شبیه سازی شده با استفاده از مدل EGM96..... 50
- جدول 4-3: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش شتاب و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 برای مشاهدات بدون نویز..... 53
- جدول 4-4: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش انتگرال انرژی و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 (برای مشاهدات بدون نویز)..... 57
- جدول 4-5: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش شتاب و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 (برای داده‌های آغشته به **white noise**)..... 61
- جدول 4-6: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش انتگرال انرژی و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 (برای داده‌های آغشته به **white noise**)..... 64
- جدول 4-7: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش شتاب و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 (با داده‌های آغشته به **colored noise**)..... 68
- جدول 4-8: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش انتگرال انرژی و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96 (با داده‌های آغشته به **colored noise**)..... 71
- جدول 4-9: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش شتاب و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96..... 75
- جدول 4-10: اطلاعات آماری مربوط به اختلاف بین ارتفاعات ژئوئید برآورد شده با روش انتگرال انرژی و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل EGM96..... 78

# فصل اول

## مقدمه

### 1-1-مقدمه

میدان جاذبه زمین را می‌توان با روش‌های اندازه‌گیری و تکنیک‌های مختلفی بازیابی نمود. به طور کلی روش‌های اندازه‌گیری را می‌توان به سه دسته تقسیم‌بندی نمود: اندازه‌گیری‌های سطحی جاذبه<sup>1</sup>، اندازه‌گیری‌های ماهواره‌ای و اندازه‌گیری‌های آلتیمتری. اندازه‌گیری‌های سطحی جاذبه، شامل اندازه‌گیری‌های زمینی و نیز داده‌های هوایی<sup>2</sup> می‌باشد که بیش از داده‌های دیگر، مستقیماً به میدان جاذبه زمین مرتبط می‌باشند [19]. اما با این حال اطلاعات یکپارچه، حتی بروی سطح زمین بدست نمی‌آید. از داده‌های آلتیمتری ماهواره‌ای، آنامولی‌های جاذبه و ژئوئید بروی اقیانوس‌ها بدست می‌آید که از طریق آن‌ها توپوگرافی سطح دریا مدل می‌شود. در آخر، اندازه‌گیری‌های مستقیم ماهواره‌ها برای اندازه‌گیری اغتشاشات نیروی ثقل که بر روی ماهواره‌ها تأثیر می‌گذارند، بکاربرده می‌شوند. داده‌های ماهواره‌ای بدست‌آمده از تعداد زیادی از ماهواره‌های غیر ژئودتیکی، که شامل مشاهدات متداول جمع‌آوری شده توسط SLR<sup>3</sup>، DORIS<sup>4</sup> و TRANET<sup>5</sup> و مشاهدات SST جمع‌آوری شده توسط TDRSS<sup>6</sup> و ماهواره‌های GPS بودند، در سال 1990 بطور گسترده برای بهبود صحت و رزولوشن مدل‌های میدان جاذبه استفاده می‌شدند.

روش‌های مختلف بازیابی میدان جاذبه باید این اطلاعات غیر یکپارچه را که با انواع روش‌ها بدست‌آمده‌اند یکپارچه نمایند تا پارامترهای میدان جاذبه، نظیر ضرایب هارمونیک کروی و نیز خطای پارامترهای برآورد شده،

---

<sup>1</sup> surface gravity measurements

<sup>2</sup> Airborne gravity datas

<sup>3</sup> Satellite Laser Ranging

<sup>4</sup> Doppler Orbitography and Radio positioning Coordinates for Tracking Network

<sup>5</sup> Tracking Station Coordinates for Tracking Network

<sup>6</sup> Tracking Data and Relay Satellite System

بدست آیند. مطمئناً ترکیب بهینه این داده‌ها، نیاز به پیشرفت فرآیندهای محاسباتی پیچیده دارد. یکی از بهترین جواب‌ها مدل ژئوپتانسیلی EGM96 می‌باشد [34]. مدل EGM96 که تا درجه 360 محاسبه شده است و از ترکیب سه نوع اندازه‌گیری‌های ذکر شده تولید شده، بهبود قابل توجهی نسبت به مدل‌های پیشین نظیر JGM-2 و JGM-3 داشته است [29, 18]. اگرچه مدل EGM96 دانش ما از میدان جاذبه زمین را بطور قابل توجهی افزایش داده، اما اطلاعاتی درباره فیزیک زمین، اقیانوس‌نگاری و ژئودزی حتی در ابعاد محدود نیز نمی‌دهد [22]. هر سه روشی که در بالا ذکر شد، با توجه به محدودیت‌های طبیعی خود در زمینه صحت و تراکم داده‌ها، میدان جاذبه زمین را بطور دقیق مدل نمی‌کنند.

محدودیت‌های این داده‌ها بدین شرح می‌باشد: نخست اینکه، این ماهواره‌ها از ایستگاه‌های زمینی فقط در مدت زمان‌های کوتاهی قابل ردیابی می‌باشند. دوم، ارتفاع بالای مدار این ماهواره‌ها که قادر به سنجش سیگنال کافی برای درجات بالای ضرایب هارمونیک کروی نمی‌باشند. سوم اینکه حرکت ماهواره تنها تحت تأثیر میدان ثقل زمین نیست و تحت عوامل غیر جاذبی دیگر نظیر اصطکاک اتمسفر و تشعشعات خورشیدی نیز قرار دارد [35]. این اختلالات باعث می‌شوند مدل‌های جاذبه بدست‌آمده، دارای دقت کافی نباشند. این سه محدودیت بنیادی منجر به توسعه و پرتاب ماهواره‌های اختصاصی ارتفاع پایین، مانند CHAMP، GRACE و GOCE شد.

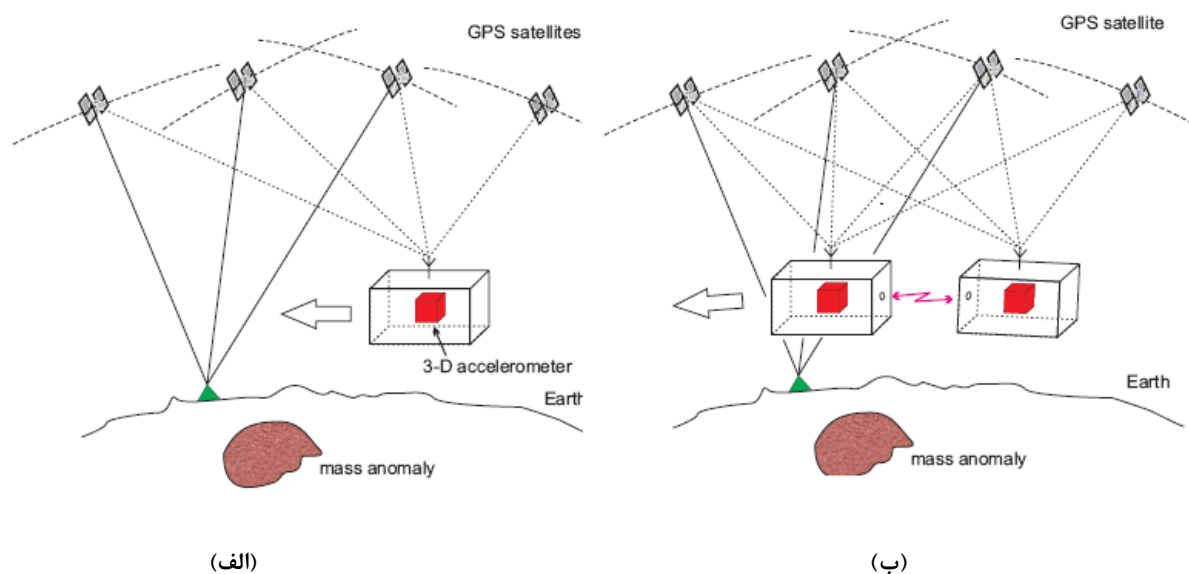
## 1-2- مأموریت‌های اختصاصی ماهواره‌های ثقل سنجی

تکنیک‌های قدیمی تعیین میدان ثقل دارای محدودیت‌هایی هستند که برای پیشرفت باید از تکنیک‌های فضایی استفاده نماییم زیرا این روش‌ها داده‌ها را به صورت جهانی و منظم و متراکم با کیفیت بالا و بدون بایاس جمع‌آوری می‌کنند. مشاهدات تقریباً همگن و همچنین پوشش جهانی مشاهدات، مزیت‌های اصلی روش‌های ماهواره‌ای می‌باشند. در نتیجه از زمان پرتاب اولین ماهواره‌ها، جزئیات زیادی از زمین هم از لحاظ هندسی و هم از لحاظ فیزیکی جمع‌آوری شده است.

در تکنیک‌های ماهواره‌ای معمولاً از روش‌های دقیق زیر استفاده می‌شود:

High-Low Satellite to Satellite Tracking :HL-SST

در این روش یک ماهواره LEO (low earth orbiting) به وسیله یک ماهواره دیگر با ارتفاع زیاد نظیر- GPS، GLONASS یا GALILEO نسبت به شبکه‌ای از ایستگاه‌های زمینی ردیابی می‌شوند. در این روش شتاب‌های غیر جاذبی که روی ماهواره اثر می‌گذارند، به وسیله شتاب‌سنج‌ها اندازه‌گیری می‌شوند. در واقع در این روش ماهواره LEO به عنوان یک کاوشگر در میدان ثقل زمین حرکت می‌کند و بدون هیچ وقفه‌ای به طور دقیق ردیابی می‌گردد. در مأموریت CHAMP از این ساختار استفاده شده است. مأموریت CHAMP<sup>1</sup>، مأموریتی است که به طور بی‌وقفه در سه جهت به صورت تکنیک HL-SST ردیابی می‌شود و با اندازه‌گیری‌های یک شتاب‌سنج درون ماهواره ترکیب می‌شود. این مأموریت نمی‌تواند مدل‌های ثقل با دقت خیلی زیاد یا قدرت تفکیک مکانی بالا ارائه دهد. (شکل 1-1-الف).



شکل 1-1- ساختارهای HL-SST و LL-SST [34].

<sup>1</sup> Challenging Minisatellite Payload

## Low-Low Satellite to Satellite Tracking :LL-SST

در این روش دو ماهواره LEO که هم‌مدار می‌باشند، به فاصله چند صد کیلومتری از یکدیگر قرار دارند و فاصله بین این دو ماهواره و نرخ تغییرات این فاصله با دقت بسیار بالا توسط یک فاصله یاب بین ماهواره‌ای اندازه‌گیری می‌شود. در نتیجه فاصله‌ی دو ماهواره ( $\rho$ ) و تغییرات فاصله ( $\dot{\rho}$ ) بین دو ماهواره LEO اندازه‌گیری می‌شود. در این روش نیز باید شتاب‌های غیرجاذبی اندازه‌گیری شود. در مأموریت GRACE از هر دو نوع ساختار استفاده شده است بدین شکل که وقتی هر دو ماهواره GRACE در ارتفاع 500 کیلومتری از سطح زمین در مدار خود حرکت می‌کنند. به محض اینکه ماهواره پیشرو به منطقه‌ای می‌رسد که میدان ثقل در آنجا قوی‌تر است به سرعت آن افزوده می‌شود و به سمت آن منطقه کشیده می‌شود، در نتیجه فاصله بین دو ماهواره افزایش می‌یابد. وقتی که منطقه با میدان ثقل قوی‌تر بین دو ماهواره قرار می‌گیرد، از سرعت ماهواره پیشرو کاسته می‌شود و بر سرعت ماهواره پیرو افزوده می‌شود. به این ترتیب دو ماهواره GRACE با اندازه‌گیری فاصله و نرخ تغییرات این فاصله قادر به اندازه‌گیری میدان ثقل و تغییرات آن در اطراف کره زمین می‌باشند (شکل 1-1-ب).

هر دو مفهوم HL-SST و LL-SST در سال‌های اولیه‌ی قرن اخیر توسط دو مأموریت ماهواره‌ای CHAMP و GRACE تبدیل به واقعیت شده‌اند. در مأموریت GRACE از مشاهدات LL-SST استفاده شده است. البته از روش HL-SST در ماهواره‌ی GRACE نیز می‌توان استفاده کرد، بدین‌صورت که مشاهدات حاصل از HL-SST را با مشاهدات LL-SST یعنی  $\rho$  و  $\dot{\rho}$  برای رسیدن به حساسیت بالاتر می‌توان ترکیب کرد.

Wolf در سال 1969 [34]، به این نکته اشاره کرده بود که سیگنال‌های بین ماهواره‌هایی که در یک مدار با فاصله کم حرکت می‌کنند، می‌تواند اطلاعات مهمی را درباره طول موج‌های بلند و میانه میدان ثقل زمین در بر-داشته باشد و اگر حرکت نسبی بین آنها با دقت خوبی اندازه‌گیری شود، می‌تواند باعث پیشرفت چشمگیری در مدل کردن میدان ثقل زمین گردد. بر اساس نظریه Wolf و تحقیقاتی که در دو کشور آلمان و آمریکا درباره درستی این نظریه انجام شد، محققین به این نتیجه رسیدند که می‌توان مأموریت ماهواره‌ای جدیدی را تحت عنوان GRACE تعریف نمود [33].

مأموریت GOCE<sup>1</sup>، نیز یک مأموریت ماهواره‌ای ثقل سنجی می‌باشد که در سال 2006 به فضا پرتاب شده است. هدف این مأموریت رسیدن به مدل‌هایی با درستی و رزولوشن بیشتر از بخش استاتیک میدان جاذبه زمین می‌باشد. این ماهواره در ارتفاع پایین‌تری نسبت به ماهواره‌های قبلی قرار دارد، بنابراین طول موج‌های کوتاه‌تری از میدان جاذبه‌ی زمین را اندازه‌گیری می‌کند. مدار این ماهواره تقریباً دایروی می‌باشد و ارتفاع متوسط آن نسبت به استوا 250 الی 270 کیلومتر می‌باشد [5].

مأموریت GRACE<sup>2</sup>، یک مأموریت ثقل سنجی ماهواره‌ای می‌باشد که هدف آن تعیین میدان ثقل جهانی با قدرت تفکیک مکانی 400 کیلومتر تا 40/000 کیلومتر در هر 30 روز می‌باشد که به کمک این اطلاعات می‌توان تغییرات میدان ثقل زمین را بررسی نمود. دو ماهواره GRACE A و GRACE B در 17 مارس سال 2002 هر دو بر روی یک راکت از ایستگاه plesetsk روسیه به فضا پرتاب شدند. ماهواره GRACE شامل دو ماهواره شبیه به هم است که در یک مدار مشابه به دنبال هم با فاصله  $220 \pm 50$  کیلومتر، در حال گردش به دور زمین می‌باشند [23]. فاصله نسبی میان این دو ماهواره ( $\rho$ ) و تغییرات این فاصله ( $\dot{\rho}$ ) به صورت پیوسته با دقت بالایی توسط سیستم KBR<sup>3</sup> که در ماهواره تعبیه شده است، اندازه‌گیری می‌شود. علاوه بر مشاهدات KBR، هر کدام از ماهواره‌های GRACE مجهز به یک شتاب سنج سه محوری<sup>4</sup> در مرکز جرم خود هستند که شتاب‌های غیرجاذبه‌ی<sup>5</sup> وارد بر ماهواره را اندازه‌گیری می‌نمایند. سری زمانی حاصل از مشاهدات سیستم تعیین موقعیت جهانی و مشاهدات KBR اطلاعات بسیار ارزشمندی از موقعیت، سرعت و شتاب نسبی دو ماهواره به دست می‌دهند. برای رسیدن به دقت و حساسیت بیشتر در بازیابی میدان جاذبه زمین در مقیاس جهانی با استفاده از مشاهدات ماهواره GRACE می‌توان مشاهدات روش HL-SST را با روش LL-SST ترکیب کرد. اختلاف شتاب در راستای خط دید دو ماهواره GRACE ساده‌ترین کمیت مشاهداتی می‌باشد که در آن از مشاهدات هر دو ساختار HL و LL استفاده شده است [14]. از این نوع مشاهده ماهواره GRACE به‌طور گسترده‌ای در بازیابی میدان جاذبه زمین استفاده شده است. علاوه بر این مشاهده ترکیبی، با استفاده از مشاهده

<sup>1</sup> Gravity Field and Steady-State Ocean Circulation Explorer

<sup>2</sup> Gravity Recovery and Climate Experience

<sup>3</sup> K-Band Ranging System

<sup>4</sup> Three-axis accelerometer

<sup>5</sup> Non-gravitational accelerations



ρ سیستم KBR و مشاهدات سیستم تعیین موقعیت جهانی و از طریق روش انتگرال انرژی می توان آنامولی پتانسیل<sup>1</sup> را به دست آورد. دقت بسیار بالای اندازه گیری های GRACE و قدرت تفکیک مکانی بالای میدان ثقل متوسط ارائه شده توسط این ماهواره، آن را از دیگر مأموریت ها متفاوت می کند. همین طور برای اولین بار توسط GRACE نقشه های ماهیانه تغییرات میدان جهانی ثقل زمین ارائه شده است. GRACE برخلاف سایر ماهواره ها نظیر LAGEOS, GFZ-1, STARLETTE و CHAMP که فقط طول موجهای خیلی بلند میدان ثقل را اندازه گیری می کردند، قابلیت اندازه گیری طول موجهایی به بزرگی 400 کیلومتر را دارد. مشخصات مدار این ماهواره به شرح زیر می باشند:

- 1) وزن هر ماهواره 487 کیلوگرم می باشد.
- 2) طول عمر این دو ماهواره 5 سال می باشد.
- 3) این دو ماهواره هم مدار هستند و فاصله آنها به علت اختلاف در نیروی اصطکاکی که به این دو ماهواره وارد می شود، بین 170-270 کیلومتر تغییر می کند.
- 4) میل صفحه مداری این دو ماهواره تقریباً 89/5 درجه می باشد.
- 5) در اوایل مأموریت ارتفاع هر دو ماهواره حدود 500 کیلومتر می باشد. ولی به علت کشش اتمسفر ارتفاع آنها به حدود 300 کیلومتر در انتهای مأموریت کاهش می یابد.
- 6) ارتفاع هر دو ماهواره تقریباً هر روز 30 متر کاهش پیدا می کند.
- 7) هر دو ماهواره تقریباً هر 95 دقیقه یکبار مدار خود را به طور کامل طی می کنند.
- 8) به استثناء k-band ranging system طراحی این ماهواره به شکل قابل ملاحظه ای شبیه ماهواره CHAMP می باشد، [1].

---

<sup>1</sup> Disturbing potential

### 1-3-هدف پایان نامه

روش رایج بازیابی میدان جاذبه از داده‌های مداری، انتگرال‌گیری عددی از معادلات حرکت می‌باشد که به عنوان Variational equation، نیز شناخته می‌شوند [33]. پارامترهای مدار و میدان جاذبه به صورت ترکیبی و به همراه هم مدل می‌شوند بنابراین سیستم معادلات نرمال بسیار بزرگ و پر<sup>1</sup> می‌باشد که باید وارون شود [21]. این روش بسیار پرهزینه و وقتگیر می‌باشد و نیاز به کامپیوترهای بسیار کارآمد دارند. ردیابی پیوسته ماهواره‌های GRACE و CHAMP توسط GPS، بسیار پیچیده می‌باشد و اطلاعات عظیمی تولید می‌نمایند که نیاز به پردازش دارند. این روش‌ها در ترکیب با اندازه‌گیری شتاب سنج‌ها، کاربرد روش‌های جدید مانند روش انتگرال انرژی و روش شتاب را میسر می‌سازند.

هدف پایان نامه رسیدن به دقت بالا برای ضرایب پتانسیل میدان جاذبه زمین با استفاده از تفکیک مراحل تعیین مدار و بازیابی میدان جاذبه می‌باشد. در مرحله اول، موقعیت‌ها و سرعت‌ها از مشاهدات GPS به دست می‌آیند [33]. در مرحله دوم، موقعیت‌ها و سرعت‌ها به پارامترهای میدان جاذبه مرتبط می‌شوند. این روش‌ها، روش‌های تناوبی بازیابی ضرایب هارمونیک کروی می‌باشند که بر پایه مسئله مقدار مرزی بنا شده‌اند (مانند روش انتگرال انرژی) [12]. مقادیر اختلاف شتاب و اختلاف پتانسیل بین دو ماهواره در مدار، با ترکیب داده‌های موقعیت، سرعت، شتاب و اختلاف فاصله دو ماهواره بدست می‌آیند [13]. اختلاف شتاب و اختلاف پتانسیل محاسبه شده، به عنوان مقادیر مرزی بروی مرز مشخص (همان مدار) به شمار می‌روند. در نظر گرفتن این روش برای بازیابی میدان جاذبه از آغاز دوره ماهواره‌ها صورت گرفت [20]. کاربرد این روش برای مأموریت‌های GRACE و CHAMP نشان داده شده‌اند [14]. همچنین نشان دادند که روش انتگرال انرژی بسیار به خطای سرعت حساس می‌باشد [14]. این روش‌ها توسط گروه‌های زیادی بکار برده شده‌اند. در این زمینه می‌توان به تحقیقات صورت گرفته توسط [6, 8, 9, 10, 13, 14, 20, 22, 27] اشاره نمود.

برای بازیابی میدان ثقل به دو روش شتاب و روش انتگرال انرژی به ترتیب نیاز به شتاب و سرعت ماهواره می‌باشد. جهت محاسبه بردار سرعت و شتاب از بردارهای موقعیت ماهواره از روش‌های مشتق‌گیری عددی استفاده می‌شود. در زمینه روش‌های مشتق‌گیری عددی می‌توان به تحقیقات صورت گرفته توسط [3, 13, 20]

---

<sup>1</sup> Full

[26,32, 33, 34] مراجعه نمود. بررسی تأثیر روش‌های مختلف مشتق‌گیری عددی در بازیابی میدان ثقل هدف اصلی این پایان‌نامه می‌باشد.

### 1-3-1- ساختار کلی پایان‌نامه

این پایان‌نامه در 4 فصل تدوین شده است:

فصل اول شامل مقدمه‌ای بر موضوع می‌باشد که به معرفی میدان ثقل و فواید بازیابی میدان ثقل و تعیین ژئوئید پرداخته شده است، همچنین به روش‌های کلاسیک و روش‌های جدید بازیابی میدان ثقل که با پرتاب اولین ماهواره‌ها آغاز شد، پرداخته شده است و در همین راستا تکنیک‌های اندازه‌گیری مانند LL-SST و HL-SST بیان شده است.

فصل دوم شامل روش‌های بکاربرده‌شده در بازیابی میدان ثقل برای مشاهدات LL-SST ماهواره GRACE می‌باشند که در بخش 1-2 به کلیاتی درباره روش شتاب و در بخش 1-1-2 به حالت خاص روش شتاب برای مشاهدات LL-SST اشاره شده است. سپس در بخش 2-2 به روش انتگرال انرژی در چارچوب‌های اینرشیال و دورانی و در بخش 2-2-1 به حالت خاص روش انتگرال انرژی برای مشاهدات LL-SST پرداخته شده است. و در نهایت در بخش 2-3 روش کمترین مربعات برای بازیابی میدان جاذبه در مقیاس جهانی بیان شده است.

فصل سوم روش‌های مشتق‌گیری عددی بیان شده‌اند که در بخش 1-3 به روش تفاضل‌های محدود با استفاده از بسط سری تیلور، در بخش 2-3 به مشتق‌گیری به روش نیوتن و در بخش 3-3 به روش درونیابی اسپیلاین پرداخته شده است و در نهایت در بخش 3-4 نتایج عددی به دست‌آمده با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

فصل چهارم شامل نتایج عددی بدست آمده در قالب ضرایب ژئوپتانسیلی برآورد شده و ضرایب بدست آمده از مدل EGM96 و نیز اختلاف میان ارتفاعات ژئوئید برآورد شده و ارتفاعات ژئوئید بدست آمده از مدل

EGM96 تا درجه ومرتبه 70 با استفاده از مشاهدات شبیه‌سازی‌شده 30 روزه ماهواره GRACE با استفاده از روش شتاب و روش انتگرال انرژی می‌باشد و مقایسه نتایج به صورت جداول آماری ارائه شده‌اند.