



دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

عنوان:

طراحی مدار نمونه برداری غیر یکنواخت تطبیقی

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

رشته مهندسی برق گرایش میکروالکترونیک

استاد راهنما:

دکتر غلامرضا اردشیر

نگارش:

حسام لطفعلی نژاد

بهمن ماه ۱۳۹۲

چکیده

در سالهای گذشته با توجه به محدودیتهای نمونه برداری یکنواخت تحقیقات زیادی در خصوص نمونه برداری غیریکنواخت انجام شده است، از جمله آنها می توان به روشهای نمونه برداری عبور از سطح، نمونه برداری مبتنی بر پهنای باند محلی سیگنال و نمونه برداری غیر یکنواخت وفقی بدون در نظر گرفتن فاصله بین نمونه ها اشاره نمود ، هرکدام از روشهای بالا دارای نقاط ضعف و قوت می باشند که در این رساله بررسی می شوند.

ما در این پایان نامه یک روش نمونه برداری غیر یکنواخت تطبیقی ارائه می کنیم که طبق آن، نمونه برداری بر مبنای تغییرات مشتق و فاصله بین نمونه ها انجام می شود و بدلیل اینکه با استفاده از یک تابع نمونه برداری انجام می شود ، ذخیره کردن و ارسال زمان های نمونه برداری (مهرهای زمانی) برای استفاده در فرایند بازسازی ضروری نیست. همانگونه که می دانیم در نمونه برداری یکنواخت فاصله بین نمونه ها ثابت است اما در روش پیشنهادی ضرب تفاوت مشتق بین دو نمونه در فاصله آنها عددی ثابت است. سادگی و قابل ساخت بودن روش پیشنهادی یکی دیگر از نقاط برجسته این روش است.

جهت ارزیابی روش پیشنهادی نسبت به سایر روشها، نمونه برداری از توابع دلخواه با روشهای دیگر و روش پیشنهادی انجام می شود و سپس با استفاده از معیار مجذور میانگین خطا (MSE) ، خطای حاصل از تابع بازسازی شده از نمونه ها و تابع اصلی محاسبه شده و بدین وسیله روشهای یاد شده با یکدیگر مقایسه می گردند. نتایج شبیه سازی نشان می دهد روش پیشنهادی دارای خطای بازسازی کمتری نسبت به سایر روشها است.

فهرست مطالب

فصل اول	۱
مقدمه	۱
۱-۱ پیشگفتار	۲
۲-۱ تعریف مساله و تقسیم بندی روش ها	۲
۳-۱ نوآوری تحقیق	۲
۴-۱ ساختار پایان نامه	۳
فصل دوم	۴
روشهای مختلف نمونه برداری غیر یکنواخت	۴
۱-۲ نمونه برداری غیر یکنواخت مبتنی بر پهنای باند محلی	۵
۱-۱-۲ معرفی نظریه سیستمهای خطی تغییر پذیر با زمان	۷
۲-۱-۲ فیلتر پایین گذر متغیر با زمان	۷
۳-۱-۲ نمونه برداری از سیگنالهای باند محدود تغییر پذیر با زمان	۷
۲-۲ نمونه برداری و فیلترینگ با نرخ وقتی مبتنی بر سیگنال عبور از سطح (level – crossing)	۱۰
۲-۲-۲ تبدیل آسنکرون	۱۲
۲-۲-۲ جریان طراحی یک A-ADC	۱۳
۳-۲-۲ محاسبه M وضعیت بازسازی	۱۳
۴-۲-۲ محاسبه δ و q in شرط ردیابی	۱۳
۵-۲-۲ محاسبه TC رابطه SNR	۱۴
۶-۲-۲ جریان طراحی	۱۴
۷-۲-۲ فیلترینگ	۱۴
۸-۲-۲ ASA + AADC	۱۵
۹-۲-۲ نمونه برداری با نرخ وقتی (تطبیقی)	۱۶
۱۰-۲-۲ فیلترینگ با نرخ وقتی (تطبیقی)	۱۶
۱-۱۰-۲ فیلترینگ حالت ۱	۱۷
۲-۱۰-۲ فیلترینگ حالت ۲	۱۸
۱۱-۲-۲ مثال تشریحی	۱۹
۳-۲ نمونه برداری غیر یکنواخت وقتی بدون مهر زمانی برای سیگنال های تصادفی	۲۳
۲-۳-۲ چارچوب TANS	۲۳
۳-۳-۲ حریصانه TANS	۲۸
۴-۳-۲ مبتنی بر برنامه ریزی پویا TANS	۳۲
۵-۳-۲ نتایج شبیه سازی	۳۵
فصل سوم	۴۱
روش پیشنهادی نمونه برداری غیر یکنواخت مبتنی بر تغییرات مشتق	۴۱
۱-۳ مقدمه	۴۲

۴۳	۲-۳ روش پیشنهادی
۴۵	۳-۳ روش بازسازی و شرط بازسازی کامل
۴۵	۴-۳ روش محاسبه k
۴۷	۵-۳ فاصله زمانی بین نمونه ها جهت فرآیند بازسازی
۴۸	۶-۳ الگوریتم و بیان ریاضی روش پیشنهادی
۵۱	فصل چهارم
۵۱	نتایج و آزمایش ها
۵۲	۱-۴ مقدمه
۵۲	۲-۴ مثال ۱
۵۴	۳-۴ مثال ۲
۵۸	۴-۴ مثال ۳
۶۱	۵-۴ مثال ۴
۶۳	۶-۴ مثال ۵
۶۸	فصل پنجم
۶۸	نتیجه گیری و پیشنهادها
۶۹	نتیجه گیری
۶۹	پیشنهاد برای کارهای آتی
۷۰	مراجع

فهرست شکل ها

- شکل ۲-۱: مثالی از سیگنال FM خطی که بطور یکنواخت نمونه برداری شده (قسمت بالا) و نمونه برداری غیر یکنواخت بر مبنای پهنای باند محلی (قسمت پایین). تعداد نمونه هادر هر دو مورد یکی است [۲]. ۵
- شکل ۲-۲: شماتیک فیلتر پایین گذر متغیر با زمان [۲] ۶
- شکل ۲-۳: مثالی از سیگنال باند محدود (قسمت بالا) و سیگنال پیچیده مرتبط با آن (قسمت پایین) [۲] ۷
- شکل ۲-۴: شبکه نمونه برداری [۲] ۹
- شکل ۲-۵: تصویری از $w(t)t$ که نشان دهنده وابستگی نرخ نمونه برداری را به $w(t)$ نشان می دهد [۲] ۹
- شکل ۲-۶: الف-نمونه برداری یکنواخت ، ب-نمونه برداری غیر یکنواخت [۴] ۱۰
- شکل ۲-۷: بلوک دیاگرام مبدل ACD آسنکرون [۴] ۱۲
- شکل ۲-۸: بلوک دیاگرام فیلترینگ پیشنهادی '____' بلوکهای معمولی و جریان سیگنال استفاده شده در هر دو نوع فیلترینگ را نشان می دهد، '.....' جریان سیگنال تنها استفاده شده در مورد ۱ را نشان می دهد، '----' جریان سیگنال تنها استفاده شده در مورد ۲ را نشان می دهد [۵] ۱۵
- شکل ۲-۹: ترکیب فلوجارت هر دو مورد فیلترینگ '____' بلوکهای معمولی استفاده شده در هر دو مورد را نشان می دهد، '.....' بلوک و جریان سیگنال تنها استفاده شده در مورد ۱ را نشان می دهد، '----' بلوکها و جریان سیگنال تنها استفاده شده در مورد ۲ را نشان می دهد [۵] ۱۷
- شکل ۲-۱۰: سیگنال ورودی (چپ) و سیگنال انتخاب شده (راست) [۵] ۲۰
- شکل ۲-۱۱: طیف های سیگنال های فیلتر شده و زوم های آنها در تکنیک های مطرح شده و کلاسیک بترتیب در بخش های سمت چپ و راست [۵] ۲۲
- شکل ۲-۱۲: نمای شماتیک از چارچوب TANS زمانهای نمونه برداری بوسیله تابعی از تعدادی از نمونه های اخیرا اخذ شده محاسبه می شود. از این رو ، ذخیره زمانهای نمونه برداری برای استفاده در عملیات باز سازی لازم نیست [۳] ۲۳
- شکل ۲-۱۳: نشان دادن رفتار بخشهای مختلف هزینه حالت های نمونه برداری $d(S_i, T_i) = c(S_i, T_i) + \alpha(S_i, T_i)$ که $d(S_i, T_i)$ اعوجاج بازسازی است و $\alpha(S_i, T_i)$ تابع جریمه است [۳] ۲۴
- شکل ۲-۱۴: زنجیره مارکوف پنهان در مدل سیگنال مارکوفی در نظر گرفته شده (۳۴) [۳] ۲۶
- شکل ۲-۱۵: تصویر از نتیجه ۵ توسط شبیه سازی. منحنی قرمز راه حل (۴۱) است. منحنی آبی نرخ T^* نمونه برداری مطلوب است. توجه داشته باشید که تفاوت آنها این است که همیشه کمتر از ۱ [۳] ۳۶
- شکل ۲-۱۶: منحنی نرخ اعوجاج از قضیه ۸ برای سیگنال Markovian از (۳۴) با پارامترهای سیگنال $a_1=99$ و $a_0=0.01$. نشان دهنده احتمال خطا از فرآیند برآورد. $Pe=0$ منحنی مربوط به اصطلاح طرح، genie-aided [۳] ۳۶
- شکل ۲-۱۷: میانگین نرخ نمونه برداری برابر متوسط انحراف بازسازی برای یک سیگنال Markovian با پارامترها $a_0=0.01$ و $a_1=0.99$ برای روش های:

- (i) نمونه برداری یکنواخت با بازسازی خط اتصال علی (CLC) ،
- (ii) نمونه برداری یکنواخت با بازسازی غیر علی خط اتصال (NCLC)
- (iii) نمونه برداری یکنواخت با فیلتر پیش بینی های خطی تعمیم یافته (GLP)
- (iv) TANC حریص با فیلتر کردن پیش بینی های خطی تعمیم یافته (GLP)
- (v) باند پایین تحلیلی برای این TANC حریص بر اساس قضیه ۸. [۳] ۳۷

شکل ۲-۱۸: میانگین نرخ نمونه برداری برابر متوسط انحراف بازسازی برای یک سیگنال Markovian با پارامترها $a_0=0.7$ و $a_1=0.97$ برای روش های:

- (i) نمونه برداری یکنواخت با بازسازی خط اتصال علی (CLC) ،
 - (ii) نمونه برداری یکنواخت با بازسازی غیر علی خط اتصال (NCLC)
 - (iii) نمونه برداری یکنواخت با فیلتر پیش بینی های خطی تعمیم یافته (GLP)
 - (iv) TANC حریص با فیلتر کردن پیش بینی های خطی تعمیم یافته (GLP)
- (v) باند پایین تحلیلی برای این TANC حریص بر اساس قضیه ۸.۳ [۳] ۳۸
- شکل ۲-۱۹: نمودار میزان اعوجاج TANS مبتنی بر برنامه نویسی پویا برای یک منبع برنامه نویسی آنلاین [۳] ۳۹
- شکل ۲-۲۰: مقایسه بین TANS مبتنی بر برنامه نویسی پویا با TANS حریص برای یک مدل سیگنال Markovian. [۳] ۳۹
- شکل ۳-۱: نمونه برداری به روش پیشنهادی ۴۴
- شکل ۳-۲: تابع $\cos(2\pi ft)$ با $f = 1 \text{ Hz}$ ۴۶
- شکل ۳-۳: نمونه برداری از تابع $\cos(2\pi ft)$ با $T_s = 0.5$ ۴۶
- شکل ۳-۴: نحوه محاسبه فرآیند بازسازی ۴۷
- شکل ۳-۵: بلوک دیاگرام نمونه برداری به روش پیشنهادی از سیگنال دارای باند محدود ۴۹
- شکل ۳-۶: بلوک دیاگرام نمونه برداری به روش پیشنهادی از سیگنال دارای باند غیر محدود به روش اول ۴۹
- شکل ۳-۷: بلوک دیاگرام نمونه برداری به روش پیشنهادی از سیگنال دارای باند غیر محدود به روش دوم ۵۰
- شکل ۴-۱: تابع مثال ۱ ۵۲
- شکل ۴-۲: نمونه برداری یکنواخت و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۱ ۵۳
- شکل ۴-۳: نمونه برداری به روش پیشنهادی و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۱ ۵۴
- شکل ۴-۴: مقایسه دو روش نمونه برداری و بازسازی با روش اتصال خطی در مثال ۱ ۵۴
- شکل ۴-۵: تابع مثال ۲ ۵۵
- شکل ۴-۶: نمونه برداری یکنواخت و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۲ ۵۶
- شکل ۴-۷: نمونه برداری به روش پیشنهادی و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۲ ۵۷
- شکل ۴-۸: مقایسه دو روش نمونه برداری و بازسازی با روش اتصال خطی در مثال ۲ ۵۷
- شکل ۴-۹: تابع مثال ۳ ۵۸
- شکل ۴-۱۰: نمونه برداری یکنواخت و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۳ ۵۸
- شکل ۴-۱۱: نمونه برداری به روش عبور از سطح و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۳ ۵۹
- شکل ۴-۱۲: نمونه برداری به روش پیشنهادی و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۳ ۵۹
- شکل ۴-۱۳: نمونه برداری یکنواخت و بازسازی با روش روش درونیایی مثال ۳ ۶۰
- شکل ۴-۱۴: نمونه برداری به روش پیشنهادی و بازسازی با روش روش درونیایی مثال ۳ ۶۰
- شکل ۴-۱۵: تابع مثال ۴ ۶۱
- شکل ۴-۱۶: نمونه برداری یکنواخت و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۴ ۶۱
- شکل ۴-۱۷: نمونه برداری یکنواخت و بازسازی با روش روش درونیایی مثال ۴ ۶۲
- شکل ۴-۱۸: نمونه برداری به روش پیشنهادی و بازسازی با روش اتصال خطی مثال ۴ ۶۲
- شکل ۴-۱۹: نمونه برداری به روش پیشنهادی و بازسازی با روش روش درونیایی مثال ۴ ۶۲

- شکل ۴-۲۰: تصویر مثال ۵ ۶۳
- شکل ۴-۲۱: مشتق تصویر مثال ۵ را در جهت X ها ۶۴
- شکل ۴-۲۲: نمونه برداری به روش پیشنهادی از تصویر مثال ۵ را در جهت X ها ۶۴
- شکل ۴-۲۳: نمونه برداری به روش یکنواخت از تصویر مثال ۵ را در جهت X ها ۶۵
- شکل ۴-۲۴: بازسازی نمونه برداری یکنواخت از تصویر مثال ۵ را در جهت X ها به روش اتصال خطی ۶۵
- شکل ۴-۲۵: بازسازی نمونه برداری پیشنهادی از تصویر مثال ۵ را در جهت X ها به روش اتصال خطی ۶۶
- شکل ۴-۲۶: نمودار جدول بالا ۶۷

فهرست جدول ها

- جدول ۱-۲: مشخصات هر دو نوع نمونه برداری [۴] ۱۲
- جدول ۲-۲: مشخصات قسمت‌های فعال سیگنال ورودی [۵] ۱۹
- جدول ۳-۲: مشخصات پارامترهای فیلتر مرجع [۵] ۲۰
- جدول ۴-۲: مشخصات پارامترهای هر پنجره انتخاب شده [۵] ۲۰
- جدول ۵-۲: D_i و P_i و فرکانس نمونه برداری مجدد (Frs_i) برای هر پنجره انتخابی [۵] ۲۱
- جدول ۱-۴: مقایسه مقادیر میانگین مجذور خطا حاصل از تصویر بازسازی شده به روش اتصال خطی و تصویر اصلی که به دو روش نمونه برداری یکنواخت و پیشنهادی با تعداد نمونه های مختلف انجام شده است. ۶۶

فصل اول

مقدمه

۱-۱ پیشگفتار

نمونه برداری در هر سیستم دیجیتالی که با جهان آنالوگ مرتبط می شود ، ضروری است و اگر تمام شرایط برابر باشند ، به حداقل رساندن تعداد نمونه ها و در عین حال حفظ اعوجاج بازسازی قابل قبول، مطلوب هست .

در بعضی کاربردها ، به حداقل رساندن تعداد نمونه ها می تواند به نمونه برداری کارآمد از حیث توان منجر شود ، زیرا مصرف توان در یک مبدل آنالوگ به دیجیتال (ADC) تقریباً متناسب با نرخ نمونه برداری آن است. همچنین داشتن نمونه های کمتر می تواند کارایی سایر پردازش های این اندازه گیری ها را افزایش دهد . برای مثال ، اگر این نمونه ها باید از طریق کانال ارتباطی به مکان دیگری ارسال شوند . تعداد نمونه های کمتر باعث بهبود کارایی های توان و پهنای باند خواهد شد .

می توان نمونه برداری را به منزله یک پرس و جو برای بدست آوردن اطلاعات از یک سیگنال یا تابعی که تنها می تواند از راه دور اندازه گیری شود ، در نظر گرفت. ما نمونه برداری از این تابع را در یک زمان دلخواه در هنگامی که آن را در یک رسانه ارتباطی پرس و جو می کنیم بدست می آوریم، در اینجا بخشی از هزینه عملیاتی (مثلاً توان) متناسب با تعداد نمونه هایی است که ما بدست می آوریم بنابراین ، به حداقل رساندن تعداد نمونه های گرفته شده می تواند مطلوب باشد .

نمونه برداری یکنواخت سیگنال با نرخ ناپیوستگی می تواند باعث سیگنال های اضافی و زاید شود ، زیرا پهنای باند عمومی سیگنال ممکن است که معیار و سنج مناسبی از تغییرات موضعی سیگنال نباشد ، با وجود آنکه روش های سنتی نمونه برداری غیر یکنواخت به این مسئله پرداخته اند ، اما آنها دارای محدودیت های معینی نیز هستند . ابتدا اینکه آنها عمدتاً برای عمل کردن تحت شرایط خاص برای مدل های تحدیدی سیگنال طراحی شده اند و دوم اینکه ، زمان های نمونه برداری باید برای استفاده در فرآیند بازسازی ، ذخیره و ارسال شوند . این امر می تواند باعث ناکارایی های توان و پهنای باند در شیوه های نمونه برداری شود .

در این رساله روشهای نمونه برداری یکنواخت و همچنین برخی روشهای نمونه برداری غیر یکنواخت مطرح شده و نکات مثبت و منفی آنها نیز طرح می شود سپس روش جدیدی در خصوص نمونه برداری غیر یکنواخت مطرح می شود که در این روش با استفاده از تغییرات مشتق تابع عمل نمونه برداری انجام می شود.

۱-۲ تعریف مساله و تقسیم بندی روش ها

همانگونه که بیان شد نمونه برداری یکنواخت سیگنال با نرخ ناپیوستگی می تواند باعث سیگنال های اضافی و زاید شود ، زیرا پهنای باند عمومی سیگنالی ممکن است که معیار و سنج مناسبی از تغییرات موضعی سیگنال نباشد پس لزوم نمونه برداری غیر یکنواخت احساس می شود ، با وجود آنکه روش های سنتی نمونه برداری غیر یکنواخت به این مسئله پرداخته اند ، اما آنها دارای محدودیت های معینی نیز هستند . ابتدا اینکه آنها عمدتاً برای عمل کردن تحت شرایط خاص برای مدل های محدودی سیگنال طراحی شده اند و دوم اینکه ، زمان های نمونه برداری (یعنی فاصله زمانی بین نمونه ها) باید برای استفاده در فرآیند بازسازی ، ذخیره و ارسال شوند . این امر می تواند باعث ناکارایی های توان و پهنای باند در شیوه های نمونه برداری شود .

لذا لزوم روش نمونه برداری که در عین سادگی و نداشتن پیچیدگی بتواند نمونه برداری غیر یکنواخت را با کمترین تعداد نمونه و در عین حال اعوجاج بازسازی قابل قبول انجام دهد احساس می شود، هدف از این رساله، ارائه ی روشی بر این مبنا است.

۱-۳ نوآوری تحقیق

مبنای این پایان نامه نمونه برداری بر مبنای تغییرات مشتق و فاصله بین نمونه ها است و بدلیل اینکه با استفاده از یک تابع ، نمونه برداری انجام می شود ، ذخیره کردن و ارسال زمان های نمونه برداری برای استفاده در فرآیند بازسازی ضروری نیست . همانگونه

که می دانیم در نمونه برداری یکنواخت فاصله بین نمونه ها ثابت است اما در روش پیشنهادی ضرب تفاوت مشتق بین دو نمونه در فاصله آنها عددی ثابت است. سادگی و قابل ساخت بودن مبدل آنالوگ به دیجیتالی به روش پیشنهادی یکی دیگر از نقاط برجسته این روش است.

۴-۱ ساختار پایان نامه

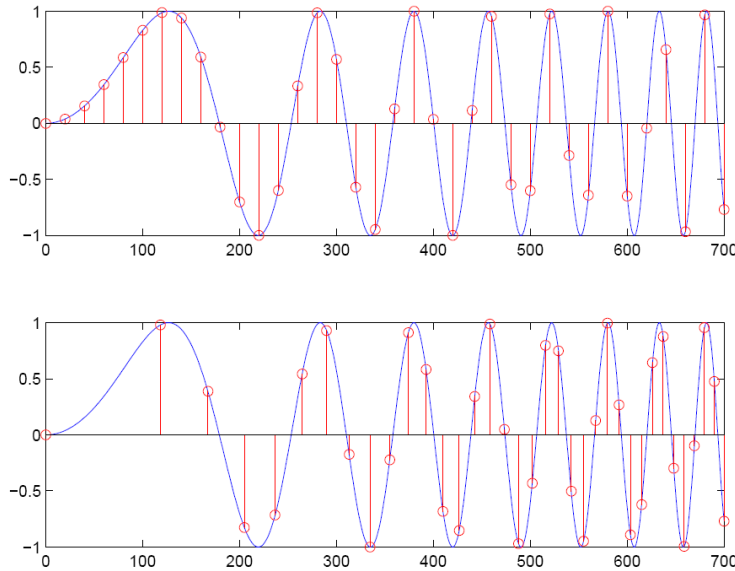
این پایان نامه به صورت زیر تنظیم شده است: در فصل دو، سه روش نمونه برداری غیر یکنواخت مبتنی بر پهنای باند محلی، مبتنی بر عبور سیگنال از سطح (level – crossing) ، و همچنین نمونه برداری غیر یکنواخت وقتی بدون در نظر گرفتن فاصله بین نمونه ها مطرح می شود و در فصل سوم روش پیشنهادی معرفی شده است و در فصل چهارم نتایج روش پیشنهادی و مقایسه آن با روش های پیشین آورده شده است و در نهایت در فصل پنجم نتیجه گیری و پیشنهادها برای کارهای آتی مطرح می شود.

فصل دوم

روشهای مختلف نمونه برداری غیر یکنواخت

۱-۲ نمونه برداری غیر یکنواخت مبتنی بر پهناى باند محلی:

بطور حسی پهناى باند محلی به نرخى که سیگنال بصورت محلی تغییر می کند اشاره دارد، انتظار داریم که سیگنال در مناطقی که پهناى باند بالاتری دارد با نرخ بالاتری نمونه برداری شود و در مناطقی که پهناى باند کمتری داریم نمونه برداری در نرخ پایین تری صورت گیرد [2].



شکل ۱-۲: مثالی از سیگنال FM خطی که بطور یکنواخت نمونه برداری شده (قسمت بالا) و نمونه برداری غیر یکنواخت بر مبنای پهناى باند محلی (قسمت پایین). تعداد نمونه هادر هر دو مورد یکی است [۲].

اگر سیگنال دارای باند محدود باشد طبق قضیه نمونه برداری می توان از آن نمونه گرفت و اگر غیر باند محدود باشد ابتدا آن را از یک فیلتر میان گذر عبور می دهند و سپس از آن نمونه برداری می کنند که در مقابل مقداری اعوجاج بوجود می آید. در این قسمت به طور خاص نمونه برداری را بر مبنای مفهوم پهناى باند محلی مطرح می کنیم. سیگنالهای زمان پیوسته بوسیله نمونه برداری یکنواخت بطور سنتی گسسته سازی می شوند و در واقع این روش می گوید که اگر حداکثر پهناى باند $2W$ سیکل در هر ثانیه باشد سیگنال می تواند بوسیله نمونه هایی که در $1/2W$ ثانیه گرفته است دقیقاً بازسازی شود، که برای بازسازی سیگنال $x(t)$ باند محدود $[-W, W]$ سیکل در هر ثانیه داریم:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x\left(\frac{k}{2W}\right) \frac{\sin(2\pi Wt - k\pi)}{2\pi Wt - k\pi} \quad (1)$$

برای سیگنالهای غیر باند محدود معمولاً قبل از نمونه گیری ابتدا سیگنال را از یک فیلتر پایین گذر یا میان گذر عبور می دهند و سپس عمل نمونه برداری انجام می شود، اما در مقابل مقداری اعوجاج بوجود می آید.

با این حال برای بسیاری از کلاسهای سیگنال به هر حال ممکن است نمونه برداری یکنواخت روش کار آمدی برای نمونه برداری نباشد. در قضیه نمونه برداری فرض بر آگاهی از پهناى باند سیگنال است. اما اگر اطلاعات بیشتری از سیگنال در دسترس باشد می توان استراتژیهای دیگری برای نمونه برداری داشت. به عنوان مثال اگر سیگنال $x(t_k)$ و توابع پایه $\varphi_k(t)$ مشخص باشند آنگاه:

$$x(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x(t_k) \varphi_k(t) \quad (2)$$

آنگاه $x(t)$ بطور کامل بوسیله نمونه های $x(t_k)$ مشخص می شود. به طور خاص زمان نمونه برداری t_k لازم نیست دارای فاصله مساوی باشد و همچنین $x(t)$ دارای باند محدود باشد.

تعریف پهنای باند عمومی:

یک سیگنال بطور عمومی باند محدود است اگر عرض باند عمومی آن محدود باشد.

تعریف پهنای باند محلی:

یک سیگنال بطور محلی باند محدود است اگر عرض باند آن بطور محلی تغییر کند. در واقع زمان نمونه برداری به پهنای باند محلی بستگی دارد.

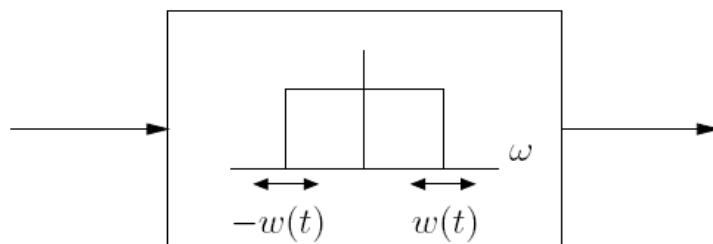
تعریف پهنای باند محلی همچنین باید با نرخ تغییرات محلی سیگنال مطابقت داشته باشد و باید یک اندازه گیری از تغییرات محلی را بصورت یک تابع در زمان فراهم کند.

مدلهای پهنای باند محلی:

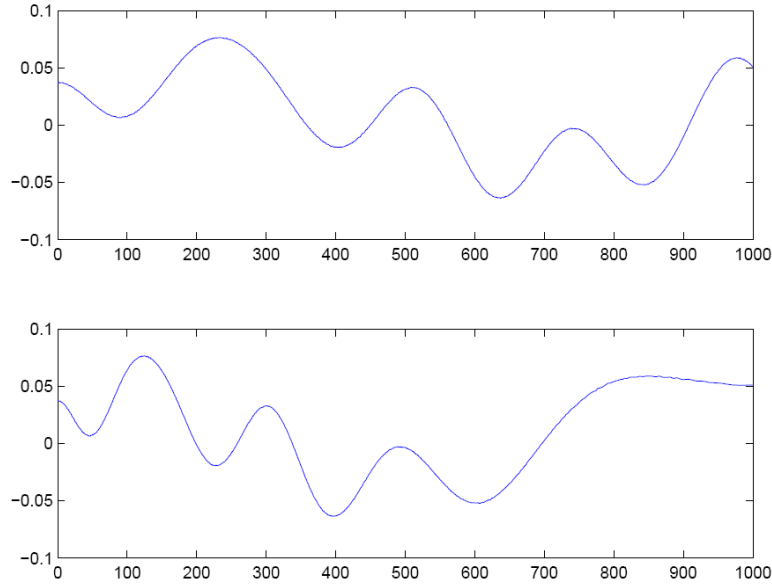
۱- مدلی بر اساس فیلتر خطی پایین گذر تغییر پذیر با زمان:

یک سیگنال باند محدود عمومی را می توان خروجی یک فیلتر ایده آل خطی تغییر ناپذیر با زمان در نظر گرفت بطور طبیعی می توانیم یک سیگنال باند محلی را خروجی یک فیلتر پایین گذر خطی تغییر پذیر با زمان در نظر گرفت.

۲- مدلی بر اساس پیچ و تاب از سیگنالهای باند محدود



شکل ۲-۲: شماتیک فیلتر پایین گذر متغیر با زمان [۲]



شکل ۲-۳: مثالی از سیگنال باند محدود (قسمت بالا) و سیگنال پیچیده مرتبط با آن (قسمت پایین) [۲]

۲-۱-۱ معرفی نظریه سیستمهای خطی تغییر پذیر با زمان :

می توانیم طیف خروجی یک سیستم متغیر با زمان (LTV) را بصورت زیر نشان دهیم یعنی در این سیستمها طیف خروجی مجموع وزن و نسخه های کپی شده طیف ورودی اگر $k=0$ باشد سیستم LTI می شود.

$$Y(w) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} H_k \left(w - \frac{2\pi k}{T} \right) X \left(w - \frac{2\pi k}{T} \right) \quad (3)$$

۲-۱-۲ فیلتر پایین گذر متغیر با زمان:

یک تعریف خاص از فیلتر پایین گذر متغیر با زمان را ارائه می دهیم که برخی خواص مطلوب را ارضا می کند. سپس روابط طیفی ورودی و خروجی یک فیلتر پایین گذر متغیر با زمان را تحلیل می کنیم و بحث فرکانس قطع پرودییک و غیر پرودییک را مطرح می کنیم.

خروجی یک فیلتر متغیر با زمان

$$\tilde{Y}(t, w) = \begin{cases} X(w) & |w| < w(t) \\ 0 & |w| > w(t) \end{cases} \quad (4)$$

$$\tilde{y}(t, \tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-w(t)}^{w(t)} X(w) e^{jw\tau} dw \quad (5)$$

۲-۱-۳ نمونه برداری از سیگنالهای باند محدود تغییر پذیر با زمان :

برای نمونه برداری از سیگنالهای باند محدود تغییر پذیر با زمان که در واقع خروجی یک فیلتر پایین گذر تغییر پذیر با زمان هستند یک روش نمونه برداری غیر یکنواخت و روش بازسازی مبتنی بر فرکانس قطع متغیر با زمان را تشریح می کنیم.

اگر $y(t)$ را بعنوان خروجی یک فیلتر پایین گذر متغیر با زمان با ورودی $x(t)$ مطابق رابطه 5 در نظر بگیریم برای بسیاری از مقادیر t ، طیف $\tilde{Y}(t, w)$ برای $w(t) > |w|$ صفر است از این رو $\tilde{Y}(t, \tau)$ در رابطه 5 یک تابع یک بعدی از τ است و برای ماکزیمم فرکانس $w(t)$ باند محدود است با استفاده از قضیه نمونه برداری یکنواخت $\tilde{Y}(t, \tau)$ می تواند بصورت زیر نشان داده شود:

$$\tilde{y}(t, \tau) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{y}\left(t - \frac{k\pi}{w(t)}\right) \frac{\sin[w(t)(\tau - k\pi/w(t))]}{w(t)(\tau - k\pi/w(t))} \quad (6)$$

که در آن نمونه های $\tilde{y}(t, \frac{k\pi}{w(t)})$ در دیمانسیون τ و در نرخ نایکویبیست مرتبط با $w(t)$ گرفته می شوند. نمونه ها هنوز بسیار با t پیوسته اند از آنجاییکه هیچ نمونه های در دیمانسیون t وجود ندارد قرار می دهیم $y(t) = \tilde{y}(t, t)$ و بسط سری زیر را بدست می آوریم:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{y}\left(t - \frac{k\pi}{w(t)}\right) \frac{\sin[w(t)(\tau - k\pi)]}{w(t)(\tau - k\pi)} \quad (7)$$

معادله 7 فرض می کند که نمونه های $\tilde{y}(t, \tau)$ مربوط به $k=0$ برای تمام مقادیر t در $\tau = 0$ رخ می دهد حال اگر $\tau_0(t)$ را در نظر بگیریم داریم:

$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \tilde{y}\left(t, \frac{k\pi}{w(t)} - \tau_0(t)\right) \frac{\sin[w(t)t - k\pi - w(t)\tau_0(t)]}{w(t)t - k\pi - w(t)\tau_0(t)} \quad (8)$$

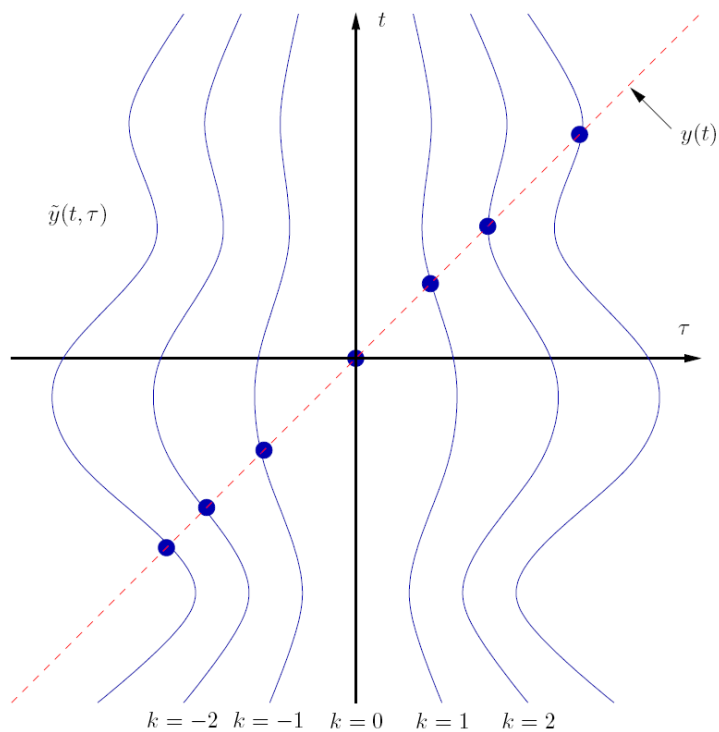
اگر فرض کنیم که سیگنال دو بعدی $\tilde{Y}(t, \tau)$ تنها در طول قطعه $t = \tau$ قابل دسترس است در نتیجه ضرایب $\tilde{y}(t, \frac{k\pi}{w(t)})$ در 7 در برخی مقادیر t به نمونه های $y(t)$ مرتبط است داریم:

$$\tilde{y}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} y(t_k) \frac{\sin[w(t)t - k\pi]}{w(t)t - k\pi} \quad (9)$$

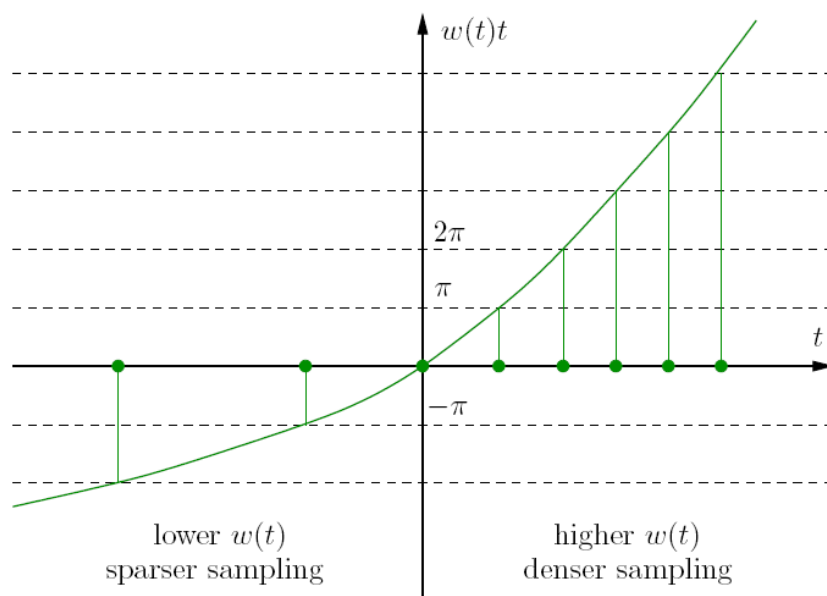
در واقع نمونه برداری $y(t)$ در مقادیری از t که در رابطه زیر صدق کند انجام می شود.

$$w(t_k)t_k - k\pi = 0 \quad k \in Z \quad (10)$$

راه حل بالا به طور کلی شبکه نمونه برداری غیر یکنواخت را تشکیل می دهد. در واقع طبق شکل 2-4 هرچه فرکانس قطع $w(t)$ افزایش یابد فرکانس نمونه برداری نیز افزایش می یابد.



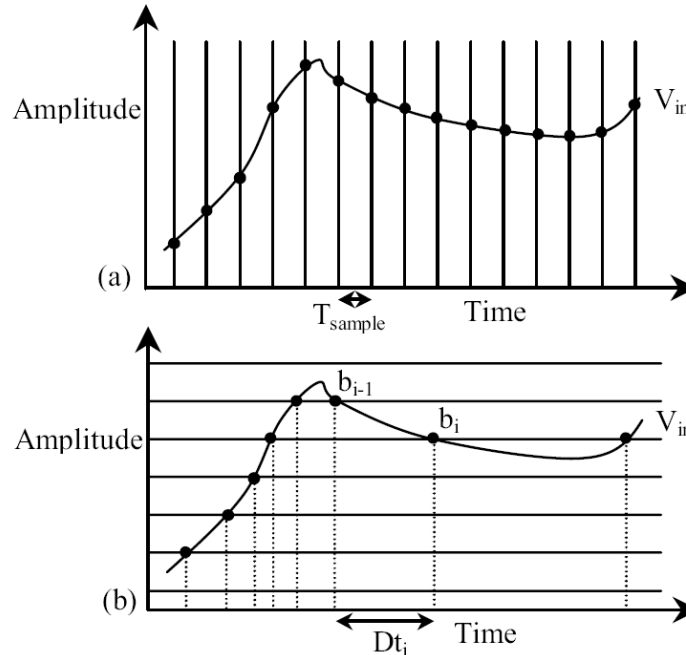
شکل ۲-۴: شبکه نمونه برداری [۲]



شکل ۲-۵: تصویری از $w(t)t$ که نشان دهنده وابستگی نرخ نمونه برداری را به $w(t)$ نشان می دهد [۲].

۲-۲ نمونه برداری و فیلترینگ با نرخ وقتی مبتنی بر سیگنال عبور از سطح (level – crossing):

در این قسمت یک روش نمونه برداری مبتنی بر سیگنال عبور از سطح (level – crossing) مطرح می شود که این روش نرخ نمونه برداری و در نتیجه فعالیت سیستم را با پیروی از تغییرات سیگنال ورودی، تطبیق می دهد [1].
اصل نمونه برداری منظم در تصویر (الف) ۶-۲ نشان داده می شود: نمونه ها در زمان، هم فاصله هستند زیرا نمونه برداری توسط ساعت بیرونی با پریود ثابت T_{sample} ، انجام می شود. برای نمونه برداری نامنظم (تصویر (ب) ۶-۲)، $2^M - 1$ سطح کوانتیزاسیون بطور منظم در رنج دامنه سیگنال قرار داده می شوند. یک نمونه تنها زمانی ضبط می شود که سیگنال ورودی آنالوگ V_{in} از یکی از این سطوح عبور کند.



شکل ۶-۲: الف-نمونه برداری یکنواخت، ب-نمونه برداری غیر یکنواخت [۴]

این روش، روش نمونه برداری عبور از سطح نامیده می شود که بر خلاف روش نمونه برداری نایکوئیست کلاسیک، نمونه ها بطور منظم در زمان فاصله گذاری نمی شوند، و در واقع نمونه برداری به تغییرات سیگنال بستگی دارد یعنی هر چقدر سیگنال تیزتر باشد، نمونه ها نیز نزدیکتر هستند. بنابراین علاوه بر مقدار نمونه b_i ، زمان Dt_i منقضی شده از نمونه قبلی b_{i-1} نیز باید ثبت شود. یک تایمر موضعی با پریود T_C برای این کار تخصیص می یابد.

در نمونه برداری منظم که در مبدل‌های A/D کلاسیک پیاده سازی می شود [4]، نمونه ها توسط Sample & Hold (S/H) گرفته می شوند و طبق قضیه شانون سپس توسط ADC کوانتیزه می شوند. با در نظر گرفتن ساعت و S/H ایده ال، لحظه های زمانی کاملاً معلوم هستند و تنها عدم دقت به دلیل نویز کوانتیزاسیون اضافه شده در حین عمل A/D هست (تاخیر زمانی ساعت نادیده گرفته می شود) این مساله توسط نسبت سیگنال به نویز (SNR) مشخص می شود، که تنها به رزولوشن N مربوط به مبدل بستگی دارد:

$$\text{SNR}_{\text{dB}} = 1.76 + 6.02 \times N \quad (11)$$

برای یک مبدل A/D بانمونه برداری نامنظم ، تبدیل نمونه ها زمانی آغاز می شود که سیگنال از یک سطح مرجع عبور کند . بنابراین ، دامنه نمونه ها دقیق است (اگر سطوح ایده آلی در نظر گرفته شده باشد) اما زمان سپری شده از نمونه قبلی طبق دقت T_C تایمر ، کوانتیزه می شود . Dt_i با خطای δt مشخص می شود که به بازه $[0, T_C]$ تعلق دارد لذا در این مبدلها رابطه SNR باید باز تعریف شود. ابتدا ، خطای δt در زمان می تواند طبق معادله (12) ، به خطای در دامنه تبدیل δV شود که در معادله (12) ، $\frac{dV_{in}}{dt}$ ، شیب سیگنال ورودی است:

$$\delta V = \frac{dV_{in}}{dt} \cdot \delta t \quad (12)$$

بنابراین δt و $\frac{dV_{in}}{dt}$ می توانند به منزله فرآیندهای تصادفی مستقل در نظر گرفته شوند که در نتیجه توان نویز کوانتیزاسیون می تواند با معادله (13) محاسبه شود:

$$P(\delta V) = P\left(\frac{dV_{in}}{dt}\right) \cdot P(\delta t) \quad (13)$$

δt ، متغیر تصادفی بطور یکنواخت توزیع شده در سرتاسر بازه $[0, T_C]$ هست که بنابراین معادله (14) را خواهیم داشت:

$$P(\delta t) = \frac{T_C^2}{3} \quad (14)$$

همانند مورد سنکرون ، SNR همیشه طبق معادله (15) تعریف می شود .

$$SNR_{dB} = 10 \cdot \log \left(\frac{P(V_{in})}{P(\delta V)} \right) \quad (15)$$

با استفاده از معادلات (13) و (14) ، معادله (16) را بدست می آوریم :

$$SNR_{dB} = 10 \cdot \log \left(\frac{3 \cdot P(V_{in})}{P\left(\frac{dV_{in}}{dt}\right)} \right) + 20 \cdot \log \left(\frac{1}{T_C} \right) \quad (16)$$

جمله نخست معادله (16) تنها توسط خواص آماری سیگنال ورودی V_{in} تعیین می شود . SNR به پیوند تایمر T_C ، و نه تعداد سطوح کوانتیزاسیون ، بستگی دارد بنابراین ، برای یک پیاده سازی مبدل A/D با نمونه برداری نامنظم (تعداد ثابت سطوح کوانتیزاسیون : $2^M - 1$) ، SNR می تواند با تغییر پیوند T_C تایمر تنظیم شود .

برای مثال اگر SNR باید تا 6.02dB بهبود یابد، یعنی باید دارای یک بیت بیشتر از رزولوشن موثر باشد (یا ENOB : تعداد معادل بیت) ، T_C نیز باید بر ۲ تقسیم شود . معادله (16) می تواند برای تعیین SNR نظری یک موج سینوسی محض ، سیگنال صدا ، سیگنال صوتی و غیره استفاده شود .

در تئوری ، برای نمونه برداری نامنظم ، SNR می تواند تا آنجاییکه لازم است با کاهش T_C ، بهبود یابد . حد این امر دقت بلوک های آنالوگ هستن آنها دقت موقعیت سطوح کوانتیزاسیون در تصویر (ب) ۲-۶ را تعیین می کنند . اگر این سطوح با عدم قطعیت δV معلوم باشند . این خطا باید در نویز کوانتیزاسیون در معادله (13) اضافه شود و بنابراین SNR کاهش می یابد . اگر یک رزولوشن ENOB بیتی برای مبدل آسنکرون مورد نظر باشد ، هر بلوک باید به گونه ای طراحی شود که به دقت ENOB - بیتی در هنگام استفاده در مدار برسد تفاوت های اصلی نمونه برداری منظم و نامنظم بطور خلاصه در جدول ۱-۲ نشان داده می شوند .

Table 1: Characteristics of both types of sampling.

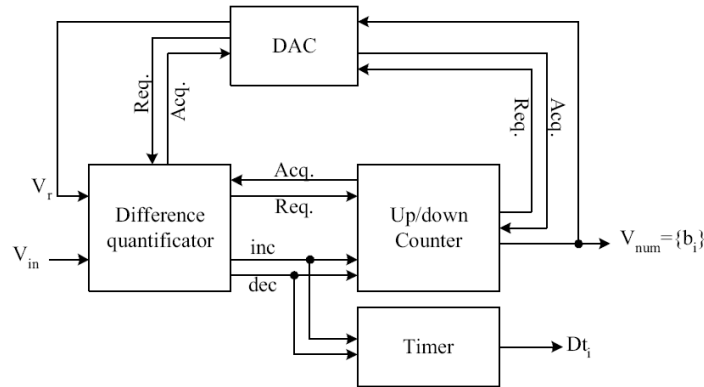
	Regular sampling	Irregular sampling
Conversion trigger	clock	level crossing
Amplitude	quantized	exact value
Time	exact value	quantized
SNR dependency	number of bit	timer period
Converter output	amplitude	(amplitude, time)

جدول ۱-۲ مشخصات هر دو نوع نمونه برداری [۴]

۲-۲-۱ تبدیل آنسکرون :

معماری های متعدد A/D می توانند برای پیاده سازی روش نمونه برداری نامنظم ارایه شده در بخش قبلی استفاده شوند. یک معماری انتخابی که کاملاً آنسکرون هست که در تصویر ۲-۷ نشان داده می شود و از یک کمی ساز تفاضلی ، یک متغیر حالت که حالت داخلی را مدل سازی می کند (شمارشگر باینری up/down) و مبدل دیجیتال به آنالوگ (DAC) تشکیل شده است که سیگنال دیجیتال را برای سازگار ساختن آن بادامنه ولتاژ ورودی پردازش می کند . رزولوشن مبدل ، M ، و رنج دینامیکی V_{in} آن معلوم هستند که گام کمی سازی q (یا LSB) را تعیین می کنند :

$$q = \frac{\Delta V_{in}}{2^M - 1} \quad (17)$$



شکل ۲-۷ : بلوک دیاگرام مبدل ACD آنسکرون [۴]

مقدار دیجیتال خروجی V_{num} توسط DAC به V_r تبدیل می شود که با V_{in} سازگار هست و با آن مقایسه می شود اگر تفاضل بین آنها بیشتر از $\frac{1}{2} \cdot q$ باشد ، متغیر حالت افزایش می یابد ($inc = 1$) و اگر کمتر از $\frac{1}{2} \cdot q$ باشد ، متغیر حالت کاهش می یابد ($dec = 1$) در حالت های دیگر ، هیچ عملی صورت نمی گیرد ($inc = dec = 0$) و سیگنال خروجی مبدل V_{num} ثابت می ماند و هیچ فعالیتی وجود ندارد .سیگنال خروجی از زوج ها یا جفت های ($b_i - Dt_i$) تشکیل شده است که b_i ، مقدار دیجیتالی نمونه (با $V_{num} = \{b_i\}_{i \in \mathbb{N}}$) هست و Dt_i نیز زمان سپری شده از نمونه تبدیل شده قبلی b_{i-1} هست که توسط تایمر داده می شود . اصطلاح A - ADC برای مبدل آنالوگ به دیجیتال آنسکرون استفاده می شود ، اصطلاح آنسکرون نه تنها روش نمونه برداری را تعریف می کند بلکه حالت و شیوه طراحی را نیز مشخص می کند .