دانشگاه اراک

دانشکده علوم پایه

کارشناسی ارشد فیزیک (گرایش ذرات بنیادی)

فضای فاز ناجابه جایی و مکانیک کلاسیک دگرگون شده

پژوهشگر:

الهام خزاعی

استاد راهنما:

دکتر سید کامران مویدی

تابستان ۱۳۹۰

بسم ا... الرحمن الرحیم

عنوان پایان نامه

فضای فاز ناجابه جایی و مکانیک کلاسیک دگرگون شده

توسط:

الهام خزاعی

پایان نامه

ارائه شده به مدیریت تحصیلات تکمیلی به عنوان بخشی از فعالیت های

تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک(ذرات بنیادی)

از

دانشگاه اراک

اراک- ایران

ارزیابی و تصویب شده توسط کمیته پایان نامه با نمره ۱۹/۳۳ **درجه:** عالی

دکتر سید کامران مویدی (استاد راهنما و رئیس کمیته)..................استادیار

دکتر کریم قربانی (دانشگاه اراک)..................................استادیار

دکتر مهدی میرزایی(دانشگاه اراک)..................................استادیار

شهریور ۱۳۹۰

چکیده

سابقه استفاده از ایده فضا-زمان ناجابه جایی به زمان هایزنبرگ باز می گردد. نخستین فرمول بندی رسمی فضا-زمان ناجابه جایی در فیزیک در سال ۱۹۴۷ میلادی توسط اشنایدر مطرح گردید. اخیرا مطالعه مکانیک کلاسیک در فضای فاز ناجابه جایی در کانون توجه قرار گرفته است.

در این پایان نامه فرمول بندی مکانیک کلاسیک در یک فضای فاز ناجابه جایی ارائه می گردد. روابط ناجابه جایی نه تنها میان مختصات فضایی بلکه بین تکانه های متناظر با مختصات فضایی ظاهر می گردند. پس از معرفی کروشه های پواسون دگرگون شده در فضای فاز ناجابه جایی تعمیمی از قانون دوم نیوتون به دست آورده می شود. نشان داده می شود که شتاب مربوط به یک ذره آزاد در فضای فاز ناجابه جایی مخالف صفر است. دلیل وجود این شتاب غیر صفر برای ذره آزاد را می توان به ناجابه جایی بودن تکانه ها در فضای فاز نسبت داد. در مثالی دیگر معادلات حرکت وابسته به نوسانگر هماهنگ ناجابه جایی به صورت تحلیلی مورد بررسی قرار می گیرند.

همچنین مسئله حرکت یک ذره باردار در صفحه ناجابه جایی در حضور یک میدان مغناطیسی خارجی یکنواخت عمود برصفحه مورد بررسی قرار می گیرد. چنین مثالی از دیدگاه پدیده شناختی مورد توجه است.

فهرست

فصل اول

مروری بر فرمول بندی هامیلتونی مکانیک کلاسیک در فضای فاز

۱-۱ مقدمه

دانش مکانیک که قدیمی ترین شاخه علم فیزیک محسوب می گردد را مـی تـوان بـه عنوان پایه ای برای درک عمیق تر فیزیک نظری بـه شـمار آورد. بـدون داشـتن آگـاهی کافی از مکانیـک کلاسـیک نمـی تـوان بـه فرمـول بنـدی و درک مناسـبی از مکانیـک کوانتومی دست یافت. در واقع شالوده سـاختاری بسـیاری از نظریـه هـای میـدان نظیـر الکترودینامیک بر پایه ساختار ریاضی مکانیک کلاسیک بنا گردیده است. به طور مختصر در جریان بسیاری از پیشرفت های اخیر صورت گرفته در علم فیزیک نیاز بـه اسـتفاده از مدل های ریاضی مطرح در مکانیک کلاسیک احساس می گردد.

در این فصل نخست به معرفی فضای فاز و کروشه پواسـون پرداختـه و در ادامـه خـواص کروشه پواسون نظیر پادتقارن، خطی بودن، برآورده سازی قاعـده لایـب نیـتس و اتحـاد ژاکوبی را مورد بررسی قرار می دهیم.

سپس با استفاده از کروشه پواسون به بازنویسی معادلات هـامیلتون پرداختـه و در انتهـا ساختار سیمپلکتیک فضای فاز که در فرمول بندی مکانیک کلاسیک در یک فضـای فـاز ناجابه جایی نقش اساسی ایفا می کند را مورد مطالعه قرار می دهیم.

۱-۲ فضای فاز و کروشه پواسون در مکانیک کلاسیک

خانواده ای از توابع بی نهایت بار مشتق پذیر را در نظر بگیرید که بـه $2n$ متغیـر زیـر وابسته می باشند

$$(q,p)=(q_1,\ldots,q_n,p_1,\ldots,p_n). \qquad (۱-۱)$$

این متغیرها تحت عنوان متغیرهای فضای فاز شناخته می شوند که q_j ها نشان دهنـده مکان و p_j ها معـرف تکانـه مـی باشـند. اکنـون فـرض کنیـد کـه f و g تـوابعی از متغیرهای فضای فاز و متعلق به کلاس توابع بی نهایت بار مشتق پذیر یا توابـع C^∞ مـی باشند. در این صورت کروشه پواسون توابع f و g به صورت زیر تعریف می گردد [۱]

$$\{f,g\}:=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial g}{\partial p_j}-\frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial g}{\partial q_j}\right). \qquad (۱-۲)$$

حال به بررسی خواص کروشه پواسون می پردازیم

الف) خاصیت پاد متقارن بودن

$$\{f,g\}=-\{g,f\} \qquad (۱-۳)$$

برای اثبات خاصیت الف می توان از تعریف کروشه پواسون در معادله (۱-۲) استفاده کرد

$$\{f,g\}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial g}{\partial p_j}-\frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial g}{\partial q_j}\right)$$

$$=-\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial g}{\partial q_j}-\frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial g}{\partial p_j}\right)$$

$$=-\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial g}{\partial q_j}\frac{\partial f}{\partial p_j}-\frac{\partial g}{\partial p_j}\frac{\partial f}{\partial q_j}\right)$$

$$=-\{g,f\}.$$

همان طور که معادله (۱-۳) نشان می دهد

$$\{f,f\}=0. \tag{۱-۴}$$

ب) خطی بودن

$$\{f,\lambda g+\eta h\}=\lambda\{f,g\}+\eta\{f,h\} \tag{۱-۵}$$

که λ و η دو عدد ثابت می باشند.

اثبات رابطه (۱-۵) با استفاده از تعریف کروشه پواسون به راحتی امکان پذیر است.

ج) قاعده لایب نیتس

$$\{f,gh\}=\{f,g\}h+g\{f,h\} \tag{۱-۶}$$

اثبات قاعده لایب نیتس نیز با استفاده از تعریف کروشه پواسون به راحتی امکان پذیر است

$$\{f,gh\}=\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial(gh)}{\partial p_j}-\frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial(gh)}{\partial q_j}\right)$$

$$=h\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial g}{\partial p_j}-\frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial g}{\partial q_j}\right)+g\sum_{j=1}^{n}\left(\frac{\partial f}{\partial q_j}\frac{\partial h}{\partial p_j}-\frac{\partial f}{\partial p_j}\frac{\partial h}{\partial q_j}\right)$$

$$=h\{f,g\}+g\{f,h\}$$

د) اتحاد ژاکوبی

$$\{f,\{g,h\}\}+\{g,\{h,f\}\}+\{h,\{f,g\}\}=0 \tag{۱-۷}$$

در معادله (۱-۷) فرض بر آن است که h,g,f توابعی مشتق پـذیر از مختصـات فضـای فاز می باشند.

اینک به فرمول بندی مکانیک هامیلتونی در فضای فاز با استفاده از کروشه پواسـون مـی پردازیم.

۱-۳ فرمول بندی هامیلتونی مکانیک کلاسیک

حال به بررسی کروشه های پواسون میان متغیرهای فضای فاز می پردازیم، داریم

$$\begin{aligned}\{q_i,p_j\}&=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial q_i}{\partial q_k}\frac{\partial p_j}{\partial p_k}-\frac{\partial q_i}{\partial p_k}\frac{\partial p_j}{\partial q_k}\right)\\&=\sum_{k=1}^{n}\delta_{ik}\delta_{jk}\\&=\delta_{ij},\end{aligned} \tag{۱-۸}$$

$$\begin{aligned}\{q_i,q_j\}&=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial q_i}{\partial q_k}\frac{\partial q_j}{\partial p_k}-\frac{\partial q_i}{\partial p_k}\frac{\partial q_j}{\partial q_k}\right)\\&=\sum_{k=1}^{n}\left(\delta_{ik}(0)-(0)\delta_{jk}\right)\\&=0,\end{aligned} \tag{۱-۹}$$

$$\begin{aligned}\{p_i,p_j\}&=\sum_{k=1}^{n}\left(\frac{\partial p_i}{\partial q_k}\frac{\partial p_j}{\partial p_k}-\frac{\partial p_i}{\partial p_k}\frac{\partial p_j}{\partial q_k}\right)\\&=\sum_{k=1}^{n}\left((0)\delta_{jk}-\delta_{ik}(0)\right)\\&=0.\end{aligned} \tag{۱-۱۰}$$

روابط (۱-۸)، (۱-۹) و (۱-۱۰) را کروشه های پواسون اساسی می نامند [۱].

با استفاده از کروشه های پواسون می توان معادلات هامیلتون را به شکل زیر بازنویسی کرد

$$\dot{q}_i = \{q_i, H\}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial q_i}{\partial q_k} \frac{\partial H}{\partial p_k} - \frac{\partial q_i}{\partial p_k} \frac{\partial H}{\partial q_k} \right)$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \delta_{ik} \frac{\partial H}{\partial p_k}$$

$$= \frac{\partial H}{\partial p_i}, \tag{۱-۱۱}$$

$$\dot{p}_i = \{p_i, H\}$$

$$= \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial p_i}{\partial q_k} \frac{\partial H}{\partial p_k} - \frac{\partial p_i}{\partial p_k} \frac{\partial H}{\partial q_k} \right)$$

$$= -\sum_{k=1}^{n} \delta_{ik} \frac{\partial H}{\partial q_k}$$

$$= -\frac{\partial H}{\partial q_i}. \tag{۱-۱۲}$$

به طور کلی اگر A یک تابع هموار از متغیرهای فضای فاز و زمان باشد، یعنی $A = A(q, p; t)$ مشتق زمانی کامل آن چنین خواهد شد

$$\frac{dA}{dt} = \frac{\partial A}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial A}{\partial q_k} \dot{q}_k + \frac{\partial A}{\partial p_k} \dot{p}_k \right)$$

$$= \frac{\partial A}{\partial t} + \sum_{k=1}^{n} \left(\frac{\partial A}{\partial q_k} \frac{\partial H}{\partial p_k} - \frac{\partial A}{\partial p_k} \frac{\partial H}{\partial q_k} \right)$$

$$= \frac{\partial A}{\partial t} + \{A, H\}. \tag{۱-۱۳}$$

واضح است که معادلات (۱-۱۱) و (۱-۱۲) را می توان حالت خاصی از معادلـه کلـی تـر (۱-۱۳) دانست.

در حالتی که $\frac{\partial A}{\partial t}+\{A,H\}=0$ باشد A را یک انتگرال حرکت یا کمیت پایسـته مـی نامیم. اگر A دارای تابعیت صریح زمانی نباشـد، یعنـی $A=A(q,p)$ در ایـن صـورت برای این که A یک انتگرال حرکت باشد کافی است که $\{A,H\}=0$ باشد.

اکنون حالتی را درنظر بگیرید که تابع همـوار A در معادلـه (۱-۱۳) همـان هـامیلتونی دستگاه باشد، دراین صورت خواهیم داشت

$$\begin{aligned}\frac{dH}{dt}&=\frac{\partial H}{\partial t}+\{H,H\}\\&=\frac{\partial H}{\partial t}.\end{aligned} \tag{۱۴-۱}$$

در بدست آوردن معادله (۱-۱۴) از خاصیت پاد متقارن بـودن کروشـه پواسـون اسـتفاده شده است. همان طـور کـه معادلـه (۱-۱۴) نشـان مـی دهـد هـامیلتونی یـک سیسـتم دینامیکی در حالتی که H تابع صریحی از زمان نباشد $\left(\frac{\partial H}{\partial t}=0\right)$ یـک ثابـت حرکـت خواهد بود.

۱-۴ ساختار سیمپلکتیک فضای فاز

اکنون مختصات فضای فاز، یعنی (۱-۱) را با علامت یکتای z^{μ} نشان داده و آن را بـه صورت زیر تعریف می کنیم [۲]

$$z^{\mu}\equiv(q_i,p_i) \qquad i=1,\dots,n \tag{۱۵-۱}$$

$$\mu=1,2,\dots,2n$$

که

$$z^1 = q_1$$

$$z^2 = q_2$$

$$\vdots$$

$$z^n = q_n$$

$$z^{n+1} = p_1$$

$$\vdots$$

$$z^{2n} = p_n$$

می باشند.

حال روابط مربوط به کروشه های پواسون اساسی را با استفاده از مختصه z^μ معرفی شده در معادله (۱-۱۵) بازنویسی می کنیم. به منظور درک بهتر فرمول بندی سیمپلکتیک نخست یک فضای فاز چهار بعدی را در نظر بگیرید که $z^\mu = \{z^1 = q_1, z^2 = q_2, z^3 = p_1, z^4 = p_2\}$ می باشد. در این حالت روابط مربوط به کروشه های پواسون اساسی، یعنی روابط (۱-۸)، (۱-۹) و (۱-۱۰) خواهند شد

$$\{q_1, p_1\} = 1, \qquad (۱-۱۶)$$

$$\{q_1, p_2\} = 0, \qquad (۱-۱۷)$$

$$\{q_2, p_1\} = 0, \qquad (۱-۱۸)$$

$$\{q_2, p_2\} = 1, \qquad (۱-۱۹)$$

$$\{q_1, q_1\} = 0, \qquad (۱-۲۰)$$

$$\{q_1, q_2\} = 0, \qquad (۱-۲۱)$$

$$\{q_2, q_1\} = 0, \qquad (۱-۲۲)$$

$$\{q_2, q_2\} = 0, \qquad (۱-۲۳)$$

$$\{p_1, p_1\} = 0, \quad (۲۴-۱)$$

$$\{p_1, p_2\} = 0, \quad (۲۵-۱)$$

$$\{p_2, p_1\} = 0, \quad (۲۶-۱)$$

$$\{p_2, p_2\} = 0. \quad (۲۷-۱)$$

روابط (۱-۱۶) تا (۱-۲۷) با توجه به مختصه z^{μ} معرفی شده در فضای فاز چهـار بعـدی به شکل زیر در می آیند

$$\{z^1, z^3\} = 1, \quad (۲۸-۱)$$

$$\{z^1, z^4\} = 0, \quad (۲۹-۱)$$

$$\{z^2, z^3\} = 0, \quad (۳۰-۱)$$

$$\{z^2, z^4\} = 1, \quad (۳۱-۱)$$

$$\{z^1, z^1\} = 0, \quad (۳۲-۱)$$

$$\{z^1, z^2\} = 0, \quad (۳۳-۱)$$

$$\{z^2, z^1\} = 0, \quad (۳۴-۱)$$

$$\{z^2, z^2\} = 0, \quad (۳۵-۱)$$

$$\{z^3, z^3\} = 0, \quad (۳۶-۱)$$

$$\{z^3, z^4\} = 0, \quad (۳۷-۱)$$

$$\{z^4, z^3\} = 0, \quad (۳۸-۱)$$

$$\{z^4, z^4\} = 0. \quad (۳۹-۱)$$

تمامی روابط مربوط به کروشه های پواسون اساسی، یعنـی روابـط (۱-۲۸) تـا (۱-۳۹) را می توان تنها با یک کروشه پواسون اساسی به صورت زیر بیان کرد

$$\{z^{\mu}, z^{\nu}\} = \omega^{\mu\nu}, \qquad \mu, \nu = 1,2,3,4 \tag{۱-۴۰}$$

که در این حالت $\omega^{\mu\nu}$ یک ماتریس پادمتقارن 4×4 موسـوم بـه مـاتریس سـیمپلکتیک می باشد که به صورت زیر تعریف می گردد

$$\omega^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & I \\ -I & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \tag{۱-۴۱}$$

این فرمول بندی کلی بوده و مختص فضای فاز چهار بعدی نمی باشد. به طور کلی روابط مربوط به کروشه های پواسون اساسی، یعنی روابط(۱-۸)، (۱-۹) و (۱-۱۰) را مـی تـوان به صورت کروشه اساسی زیر بیان کرد

$$\{z^{\mu}, z^{\nu}\} = \omega^{\mu\nu}, \qquad \mu, \nu = 1,2,...,2n. \tag{۱-۴۲}$$

در معادله (۱-۴۲) $\omega^{\mu\nu}$ همان ماتریس سیمپلکتیک است که یـک مـاتریس پادمتقـارن $2n\times 2n$ می باشد.

اینک به بیان یک قضیه می پردازیم.

قضیه: ماتریس سیمپلکتیک یک ماتریس پادمتقارن است.

اثبات: با توجه به معادله (۱-۴۲) می توان نوشت

$$\{z^{\nu}, z^{\mu}\} = \omega^{\nu\mu} \tag{۱-۴۳}$$

که اگر از خاصیت پادتقارنی کروشه پواسون، یعنی رابطه (۱-۳) استفاده کنیم مـی تـوان نوشت

$$\{z^{\mu}, z^{\nu}\} = -\{z^{\nu}, z^{\mu}\} \tag{۱-۴۴}$$

بنابراین

$$\omega^{\mu\nu} = -\omega^{\nu\mu} \qquad (۴۵-۱)$$

می باشد.

در یک فضای فاز $2n$ بعدی ماتریس سیمپلکتیک را می توان چنین نوشت [۱و۲]

$$\omega^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & I_n \\ -I_n & 0 \end{pmatrix} \qquad (۴۶-۱)$$

که I_n ماتریس همانی مرتبه n بوده و 0 ماتریس صفر مرتبه n می باشد.

ماتریس سیمپلکتیک (۱-۴۶) وارون پذیر بوده و وارون آن چنین است

$$\omega_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 0 & -I_n \\ I_n & 0 \end{pmatrix}. \qquad (۴۷-۱)$$

داریم

$$\omega^{\mu\nu}\omega_{\nu\lambda} = \delta_\lambda{}^\mu. \qquad (۴۸-۱)$$

در نوشتن رابطه (۱-۴۸) از قاعده جمع استفاده گردیده است.

اکنون کروشه پواسون (۱-۲) را بر حسب نمادنگاری سیمپلکتیک بازنویسی می کنیم.

نخست یک فضای فاز چهار بعدی را در نظر بگیرید که در آن کروشه پواسون (۱-۲) به شکل زیر خواهد شد

$$\begin{aligned}\{f, g\} &= \sum_{i=1}^{2}\left(\frac{\partial f}{\partial q_i}\frac{\partial g}{\partial p_i} - \frac{\partial f}{\partial p_i}\frac{\partial g}{\partial q_i}\right) \\ &= \left(\frac{\partial f}{\partial q_1}\frac{\partial g}{\partial p_1} - \frac{\partial f}{\partial p_1}\frac{\partial g}{\partial q_1}\right) + \left(\frac{\partial f}{\partial q_2}\frac{\partial g}{\partial p_2} - \frac{\partial f}{\partial p_2}\frac{\partial g}{\partial q_2}\right). \qquad (۴۹-۱)\end{aligned}$$

به راحتی می توان نشان داد که عبارت (۱-۴۹) به صورت فشرده تر زیر قابل بازنویسی است

$$\{f, g\} = \omega^{\mu\nu}\frac{\partial f}{\partial z^\mu}\frac{\partial g}{\partial z^\nu}, \qquad \mu,\nu = 1,\dots,4 \qquad (۵۰-۱)$$

زیرا

$$\{f\ ,g\}=\omega^{13}\frac{\partial f}{\partial z^{1}}\frac{\partial g}{\partial z^{3}}+\omega^{24}\frac{\partial f}{\partial z^{2}}\frac{\partial g}{\partial z^{4}}+\omega^{31}\frac{\partial f}{\partial z^{3}}\frac{\partial g}{\partial z^{1}}$$

$$+\omega^{42}\frac{\partial f}{\partial z^{4}}\frac{\partial g}{\partial z^{2}}$$

$$=\frac{\partial f}{\partial q_1}\frac{\partial g}{\partial p_1}+\frac{\partial f}{\partial q_2}\frac{\partial g}{\partial p_2}-\frac{\partial f}{\partial p_1}\frac{\partial g}{\partial q_1}-\frac{\partial f}{\partial p_2}\frac{\partial g}{\partial q_2}$$

$$=\left(\frac{\partial f}{\partial q_1}\frac{\partial g}{\partial p_1}-\frac{\partial f}{\partial p_1}\frac{\partial g}{\partial q_1}\right)+\left(\frac{\partial f}{\partial q_2}\frac{\partial g}{\partial p_2}-\frac{\partial f}{\partial p_2}\frac{\partial g}{\partial q_2}\right).$$

بـه طـور کلـی کروشـه پواسـون (۱-۲) در یـک فضـای فـاز $2n$ بعـدی در نمادنگـاری سیمپلکتیک را می توان چنین نوشت

$$\{f\ ,g\}=\omega^{\mu\nu}\frac{\partial f}{\partial z^{\mu}}\frac{\partial g}{\partial z^{\nu}}\qquad \mu,\nu=1,...,2n. \tag{۵۱-۱}$$

معـــادلات کانونیـــک هـــامیلتون، یعنـــی معـــادلات (۱-۱۱) و(۱-۱۲) در نمادنگـــاری سیمپلکتیک به شکل زیر در می آیند

$$\dot{z}^{\mu}=\left\{z^{\mu},H\right\}, \tag{۵۲-۱}$$

که با توجه به تعریف کروشه پواسون در معادله (۱-۵۱) می توان نوشت

$$\dot{z}^{\mu}=\left\{z^{\mu},H\right\}$$

$$=\omega^{\alpha\beta}\frac{\partial z^{\mu}}{\partial z^{\alpha}}\frac{\partial H}{\partial z^{\beta}}$$

$$=\omega^{\alpha\beta}\delta_{\alpha}{}^{\mu}\frac{\partial H}{\partial z^{\beta}}$$

$$=\omega^{\mu\beta}\frac{\partial H}{\partial z^{\beta}}$$

$$=\omega^{\mu\nu}\frac{\partial H}{\partial z^{\nu}}. \tag{۵۳-۱}$$

در فصل بعدی این پایان نامه ما به مطالعه ساختار ریاضی مکانیک کلاسیک بـرروی یـک فضای فاز دگرگون شده بر مبنای رهیافت معرفی شده توسط آکاترینی می پردازیم.

فصل دوم

فرمول بندی هامیلتونی مکانیک کلاسیک دریک فضای فاز ناجابه جایی دگرگون شده

۲-۱ مقدمه

از میان موضوعاتی که در سال های اخیر در کانون توجه فیزیکدان ها قرار گرفته است، می توان به موضوع فضاهای ناجابه جایی اشاره نمود[۳-۱۲].

در واقع دلایل متعددی باعث گردیده که مطالعه چنین فضاهایی مورد توجه نظریه پردازان قرار بگیرند. به عنوان مثال می توان به اثر کوانتومی هال اشاره کرد که در فیزیک ماده چگال مورد مطالعه قرار می گیرد[۹]. در این اثر ما با ناجابه جایی بودن میان تکانه و مختصات کانونیک مواجه می گردیم. از سوی دیگر در هنگام بررسی نظریه ریسمان در پس زمینه های خاص با این واقعیت مواجه می گردیم که مختصات مربوط به $D-$شامه ها[۱] ناجابه جایی می باشند[۱۰].

به لحاظ سیر تحول تاریخی فرمول بندی مکانیک کوانتومی بعد از ارائه فرمول بندی مکانیک کلاسیک انجام گرفته است. گذار از مکانیک کلاسیک به مکانیک کوانتومی از طریق جایگزین سازی مختصات فضای فاز با عملگر هایی که بر روی فضای هیلبرت توابع L^2 در R^3 اثر می کنند و نیز تعویض ساختار کروشه پواسون با جابه جاگر کوانتومی $\left(\{A,B\}\to\frac{1}{i\hbar}\left[\hat{A},\hat{B}\right]\right)$ صورت می گیرد. بنا به دلایل ذکر شده در ابتدای این مقدمه تعمیم های متعددی از مکانیک کوانتومی انجام گرفته که در ساده ترین این تعمیم ها، روابط جابه جایی میان عملگرهای مکان و تکانه به شکل زیر در می آیند[۳]

$$\left[\hat{q}_i,\hat{q}_j\right]=i\hbar\theta_{ij},\qquad \left[\hat{q}_i,\hat{p}_j\right]=i\hbar\delta_{ij},\qquad \left[\hat{p}_i,\hat{p}_j\right]=0.$$

از این تعمیم ها تحت عنوان مکانیک کوانتومی ناجابه جایی، نام برده می شود[۷و۱۲].

[۱] D-brane

با انجام یک فرآیند کوانتش معکوس به شـکل $\frac{1}{i\hbar}\left[\hat{A},\hat{B}\right]\rightarrow\left\{A,B\right\}$ بـر روی مکانیـک کوانتومی ناجابه جایی، مکانیک کلاسیک ناجابه جایی بدست می آید[۷و۸].

در این فصل ما به مطالعه مکانیک کلاسیک ناجابه جایی در یک فضای فـاز دگرگـون شده پرداخته و ساختار کروشه پواسون در فضای دگرگون شده را مورد مطالعه قـرار مـی دهیم . در ادامه به بررسی مسـائل متعـددی نظیـر حرکـت ذره آزاد، دینامیـک نوسـانگر هماهنگ ناهمسانگرد دو بعدی و حرکت ذره بـاردار در حضـور یـک میـدان مغناطیسـی خارجی یکنواخت در این فضاهای دگرگون شده می پردازیم.

۲-۲ ساختار پواسون دگرگون شده

در این بخش ما توجه خود را به 1+2 بعد فضـا-زمـان معطـوف مـی سـازیم. در ایـن حالت مختصات فضای فاز را به شکل

$$z^{1,2,3,4}=q_1,q_2,p_1,p_2 \qquad (۱-۲)$$

نشان می دهیم[۳-۶]. اکنون فرض می کنیم که کروشه پواسون اساسی وابسته به نظریه به صورت زیر باشد[۳-۶]

$$\left\{z^{\mu},z^{\nu}\right\}=\omega^{\mu\nu} \qquad \mu,\nu=1,...,4 \qquad (۲-۲)$$

که $\omega^{\mu\nu}$ یک ماتریس پادمتقارن 4×4 به شکل زیر است

$$\omega^{\mu\nu}=\begin{pmatrix} 0 & \theta & 1 & 0 \\ -\theta & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & \sigma \\ 0 & -1 & -\sigma & 0 \end{pmatrix}. \qquad (۳-۲)$$