

۱۳۷۴ / ۱۶ / ۱۲

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

گروه مهندسی برق و کامپیوتر

محاسبه اضافه ولتاژهای ناشی از صاعقه در ترکیب
خط و ترانسفورماتور

پایان نامه کارشناسی ارشد
در گرایش قدرت

توسط : آرین سعادت مهر

زیر نظر : دکتر حسین محسنی

بناام خدا

محاسبهٔ اضافه ولتاژهای ناشی از صاعقه در
ترکیب خط و ترانسفورماتور

توسط

آرین سعادت مهر

پایان نامه

برای دریافت درجهٔ کارشناسی ارشد

رشتهٔ برق- قدرت

از این پایان نامه در تاریخ
هیئت داوران دفاع بعمل آمده و مورد تصویب قرار گرفت.
در مقابل

محل امضاء

سرپرست کمیتهٔ تحصیلات تکمیلی دانشکده :

مدیر گروه آموزشی :

نمایندهٔ تحصیلات تکمیلی گروه :

استاد راهنما :

عضو هیئت داوران :

عضو هیئت داوران :

عضو هیئت داوران :

بدینوسیله از زحمات و راهنماییهای استاد محترم جناب دکتر حسین
محسنی سپاسگزاری می نمایم .

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

خلاصه:

در این پروژه اضافه ولتاژهای ناشی از صاعقه، در خط انتقال نیرو و ترانسفورماتور بررسی می‌گردند. این پروژه از سه قسمت تشکیل شده است. در قسمت نخست بعنوان اولین تقریب فرض می‌شود که خط انتقال نیرو دارای مدل خطی است و معادلات با روش مشخصه‌ها حل می‌شوند، سپس اثر تلفات کورونا در انتشار امواج سیار بررسی می‌گردد. در قسمت دوم این پروژه اندوکتانسهای اتصال کوتاه ترانسفورماتور محاسبه می‌شوند. این مقادیر برای مدلسازی ترانسفورماتور در حالات گذرا مورد نیاز می‌باشند. برای محاسبه آنها فرض می‌شود که ترانسفورماتور دارای تقارن محوری است و معادلات ماکسول با روش اجزا محدود حل می‌شوند. فرمول‌بندی تغییراتی بر حسب پتانسیل برداری مغناطیسی انجام می‌پذیرد و از المانهای چهار ضلعی دو خطی استفاده می‌شود. در قسمت سوم این پروژه مدار معادلی شامل عناصر یکپارچه برای ترانسفورماتور در نظر گرفته می‌شود و اضافه ولتاژهای نقاط درونی ترانسفورماتور محاسبه می‌گردند، سپس مدل خط انتقال نیرو به آن اضافه می‌شود و اضافه ولتاژهای خط انتقال و ترانسفورماتور بدست می‌آیند.

فهرست

دو	خلاصه
سه	مقدمه
۱	فصل اول انتشار امواج سیار بر روی خطوط انتقال نیرو
۱	۱-۱ مقدمه
۳	۲-۱ شبیه سازی خط انتقال در برنامه EMTP
۵	۳-۱ بررسی معادلات خطوط انتقال
۹	۴-۱ بررسی اثر کورونا در انتشار صاعقه بر روی خط انتقال
۱۰	۱-۴-۱ بررسی اثر کورونا با توجه به منحنی بار-ولتاژ
۱۴	۲-۴-۱ مدل‌های غیر خطی کورونا در برنامه حالت‌های گذرای الکترو مغناطیسی
۱۷	۵-۱ نتایج شبیه سازی
۲۵	فصل دوم محاسبه میدان مغناطیسی در ترانسفورماتور
۲۵	۱-۲ مقدمه
۲۸	۲-۲ معادلات ماکسول در مسائل دارای محور تقارن
۳۱	۳-۲ فرمول بندی تغییراتی معادلات ایستای مغناطیسی
۳۵	۴-۲ حل میدان با استفاده از پتانسیل مغناطیسی اسکالر
۳۷	۵-۲ روش اجزا محدود
۳۷	۱-۵-۲ شبکه بندی
۳۸	۲-۵-۲ توابع شکل
۳۹	۲-۵-۲ المانهای چهار ضلعی دو خطی
۴۲	۳-۵-۲ تعیین ماتریس سختی و بردار نیرو برای میدانهای مغناطیسی دارای محور تقارن
۴۸	۴-۵-۲ نحوه ذخیره سازی و حل دستگاه
۵۳	۶-۲ محاسبه شار مغناطیسی و اندوکتانس متقابل

۶۸ فصل سوم توزیع ولتاژ در ترانسفورماتور بدون در نظر گرفتن القای متقابل

۶۸ ۱-۳ مقدمه

۶۸ ۲-۳ بررسی توزیع اولیه ولتاژ در سیم پیچ ترانسفورماتور

۷۱ ۱-۲-۳ توزیع ولتاژ گذرا در سیم پیچ ترانسفورماتور

۷۴ ۱-۳-۳ توزیع ولتاژ سیم پیچ اگر انتهای آن زمین شده باشد.

۷۶ ۳-۳-۳ توزیع ولتاژ اگر انتهای سیم پیچ آزاد باشد

۷۸ فصل چهارم نوسانات گذرا در سیم پیچهای ترانسفورماتور

۷۸ ۱-۴ مقدمه

۷۸ ۲-۴ معادلات ترانسفورماتور

۸۰ ۳-۴ مدار معادل متمرکز سیم پیچ ترانسفورماتور

۸۱ ۴-۴ بررسی ماتریسی معادلات ترانسفورماتور

۸۷ ۵-۴ حل عددی معادلات حالت

۸۹ ۶-۴ نتایج شبیه سازی

۱۰۵ فصل پنجم نتیجه گیری و پیشنهادات

۱۰۸ ضمیمه A صاعقه و پارامترهای آماری آن

۱۰۸ ۱-A مقدمه

۲-A صاعقه منفی ابر به زمین

۳-A صاعقه مثبت ابر به زمین

۴-A صاعقه زمین به ابر

۵-A مشخصات صاعقه

مقدمه:

در اثر برخورد صاعقه به خط انتقال نیرو، امواج سیار ایجاد می‌شوند و در طول خط انتقال حرکت می‌نمایند. از آنجایی که ولتاژ ایجاد شده معمولاً بیشتر از ولتاژ شروع کورونا در خط انتقال می‌باشد، لذا هوای اطراف یونیزه می‌شود و تلفات کورونا پدید می‌آید. تلفات کورونا باعث اعوجاج و کاهش دامنه موج سیار می‌گردد.

امواج سیار برای ترانسفورماتورهای انتهای خط انتقال خطرناک می‌باشند، زیرا باعث بروز نوسانات ولتاژ در سیم پیچ ترانسفورماتور می‌شوند. تحت بعضی از شرایط ولتاژ نقاط درونی سیم پیچ از ولتاژ ترمینال آن نیز بیشتر می‌گردد. تنها استفاده از برقگیر در ترمینال ترانسفورماتور نمی‌تواند این مشکل را برطرف سازد و عایق‌بندی سیم پیچ ترانسفورماتور باید اضافه ولتاژهای فوق را تحمل نماید. قسمت عمده فضای سیم پیچ را عایق‌بندی تشکیل می‌دهد. میزان عایق‌بندی تأثیر مستقیمی بر ابعاد ترانسفورماتور دارد. در نتیجه بررسی اضافه ولتاژها در ترانسفورماتور مسأله مهمی می‌باشد. این پروژه دارای سه قسمت است.

در قسمت اول انتشار امواج سیار در خط انتقال بررسی می‌شود. ابتدا مدل خطی برای خط انتقال در نظر گرفته می‌شود و معادلات بصورت عددی و با روش مشخصه‌ها حل می‌گردند. سپس نحوه اثر کورونا در اعوجاج و کاهش دامنه موج با روش مورد بررسی قرار می‌گیرد. ویدپول [۳۱] و دامل [۹] روش مشخصه‌ها را به خطوط انتقال نیرو اعمال نمودند. برای مدل‌سازی کورونا روشهای مختلفی پیشنهاد شده است [۱۵]، [۱۷]، [۱۸]، [۱۳] اما هیچیک در فاصله‌ای بیش از سه کیلومتر از محل برخورد صاعقه، اثر آن را بخوبی مدل نمی‌نمایند. در فصل اول گزارش پروژه به این موضوع می‌پردازیم.

قسمتهای بعدی به ترانسفورماتور اختصاص دارد. جهت محاسبه اضافه ولتاژها در

ترانسفورماتور هر سیم پیچ بطور مجازی به چند بخش تقسیم می‌گردد و اندوکتانسهای اتصال کوتاه بخشهای مختلف سیم پیچ محاسبه یا اندازه‌گیری می‌شوند [۱]، [۱۹]. هنگام محاسبه ماتریس اندوکتانس، یک سیم پیچ فرضی اتصال کوتاه شده در مجاورت هسته ترانسفورماتور در نظر گرفته می‌شود. در هر مرحله یک بخش از سیم پیچ ترانسفورماتور تغذیه می‌گردد و جریان سیم پیچ فرضی بگونه‌ای تعیین می‌شود که کل شار عبوری از آن برابر صفر گردد. بدین ترتیب شرط اتصال کوتاه بودن سیم پیچ فرضی، برآورده می‌شود. پس از محاسبه شار عبوری از سایر سیم پیچی‌ها اندوکتانس اتصال کوتاه ترانسفورماتور بدست می‌آید. برای این منظور باید میدان مغناطیسی در ترانسفورماتور محاسبه گردد. از آنجایی که فرض تقارن محوری در ترانسفورماتور جوابهای نسبتاً دقیقی را حاصل می‌نماید، لذا معمولاً با این فرض میدان مغناطیسی در هسته بدست می‌آید. اگر محاسبه میدان تنها در پنجره ترانسفورماتور مورد نیاز باشد، می‌توان با روش تحلیلی نیز مساله را حل نمود و چگالی شار مغناطیسی را با استفاده از سری فوریه و توابع اصلاح شده بسط و اشترو بدست آورد [۲۲]. اما جواب تحلیلی دارای سرعت همگرایی کمی است، بهمین دلیل معادلات ماکسول را با روش اجزا محدود حل خواهیم نمود. حل معادلات ماکسول در مسائل دارای محور تقارن با روش اجزای محدود توسط اندرسون [۴] و مانرو انجام گرفت. آنها از پتانسیل مغناطیسی برداری استفاده نمودند و در هنگام انتگرال‌گیری در المانها بدلیل تکینگی در محور تقارن، شعاع تمام نقاط المان را برابر شعاع مرکز ثقل المان فرض نمودند. سیلوستر و کنراد از المانهای مرتبه بالا استفاده نمودند [۲۴]. تراسیویس و همکارانش تقریبی مشابه اندرسون را در نظر گرفته‌اند [۲۸]. این تقریب باعث کم شدن دقت روش اجزای محدود می‌گردد. زینکیویس [۳۳] و سیمکین [۲۵] استفاده از پتانسیل مغناطیسی اسکالر را پیشنهاد نمودند، که گرچه برای مسائل سه بعدی مطرح شده است، اما برای مسائلی که دارای محور تقارن می‌باشند نیز قابل استفاده است و مشکل تکینگی در محور را ندارد. ما در این پروژه از پتانسیل مغناطیسی برداری استفاده خواهیم نمود. المانها چهار ضلعی و دو خطی می‌باشند و با استفاده از یک تغییر متغیر مشکل تکینگی در محور تقارن رفع می‌شود. در فصل دوم گزارش پروژه به این موضوع خواهیم پرداخت.

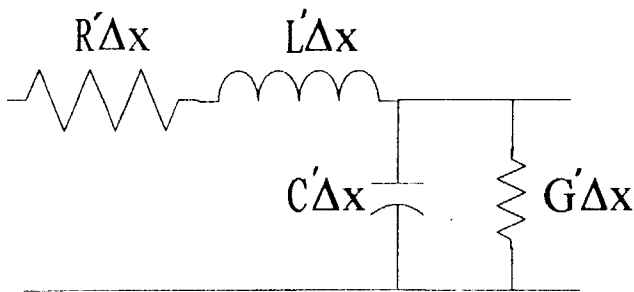
قسمت سوم پروژه به محاسبه اضافه ولتاژهای گذرا در سیم پیچ اختصاص دارد. در فصل

سوم این گزارش فرض می‌شود که بین قسمت‌های مختلف سیم پیچ توزیع متقابل وجود ندارد و ولتاژ نقاط مختلف سیم پیچ بطور تحلیلی بدست می‌آیند. در لحظات اول هیچ جریانی از سیم پیچها در مدار معادل نخواهد گذشت، لذا توزیع اولیه ولتاژ را می‌توان تنها با کمک مدار معادل خازنی تعیین نمود. در این قسمت از بحث، نحوه محاسبه خازن معادل بخشی از سیم پیچ ذکر می‌گردد [۲۶]. پس از محاسبه توزیع اولیه ولتاژ میتوان نوسانات سیم پیچ را بطور تحلیلی بدست آورد، اما پاسخ بدست آمده دارای دقت کافی نمی‌باشد. اگر توزیع متقابل در نظر گرفته شود، نمی‌توان معادلات انتگرالی فریدهولم را بطور تحلیلی حل نمود، لذا باید ابتدا معادلات را بفرم گسسته تبدیل نمود و سپس با استفاده از روشهای عددی آنها را حل نمود. در فصل چهارم مدار معادلی شامل عناصر یکپارچه برای ترانسفورماتور در نظر گرفته می‌شود و ولتاژ نقاط مشخصی از سیم پیچ بدست می‌آید. سپس معادلات با دو روش انتگرال گیری ذوزنقه و تفاضل معکوس حل می‌شوند و پاسخهای بدست آمده با شبیه سازی توسط نرم افزار pspice مقایسه می‌گردند.

فصل اول

انتشار امواج سیار بر روی خطوط انتقال نیرو

۱-۱ مقدمه



مدل گسترده خط انتقال را مطابق شکل ۱-۱ در نظر بگیرید. تغییرات ولتاژ و جریان در المان طول برابر است با:

شکل ۱-۱ مدل گسترده خط انتقال

$$v(x - \Delta x, t) - v(x, t) = (L' \frac{\partial i}{\partial t} + R' \cdot i) \cdot \Delta x$$

$$i(x - \Delta x, t) - i(x, t) = (C' \frac{\partial v}{\partial t} + G' \cdot v) \cdot \Delta x$$

پس از تقسیم دو طرف بر Δx و گرفتن حد معادلات بفرم زیر تبدیل می شوند:

$$-\frac{\partial v}{\partial x} = L' \frac{\partial i}{\partial t} + R' \cdot i \quad \text{a-1-1}$$

$$-\frac{\partial i}{\partial x} = C' \frac{\partial v}{\partial t} + G' \cdot v \quad \text{b-1-1}$$

از معادله ۱-۱-۱ نسبت به x و از ۱-۱-۲ نسبت به t مشتق گرفته می شود:

$$-\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = L' \frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} + R' \cdot \frac{\partial i}{\partial x} \quad \text{a-2-1}$$

$$-\frac{\partial^2 i}{\partial x \partial t} = C' \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + G' \cdot \frac{\partial v}{\partial t} \quad b-2-1$$

پس از جایگزینی معادلات b-2-1 و b-1-1 در a-2-1 نتیجه می شود:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + (R' \cdot C' + G' \cdot L') \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + R' \cdot G' \cdot v \quad 3-1$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + (R' \cdot C' + G' \cdot L') \cdot \frac{\partial i}{\partial t} + R' \cdot G' \cdot i$$

بعنوان اولین تقریب از G', R' در مقابل C', L' صرف نظر می نماییم. معادلات 1-1 بصورت زیر ساده

می گردند.

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \quad 4-1$$

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = L' \cdot C' \cdot \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}$$

شرایط اولیه خط انتقال عبارتند از:

$$v(x, 0) = f(x)$$

$$\left. \frac{\partial v}{\partial t} \right|_{t=0} = g(x)$$

پاسخ دستگاه معادلات 4-1 به صورت زیر می باشد.

$$v(x, t) = f_1(x - v' \cdot t) + g_1(x + v' \cdot t)$$

$$i(x, t) = \frac{f_1(x - v' \cdot t) - g_1(x + v' \cdot t)}{z} \quad 5-1$$

$$z \triangleq \sqrt{\frac{L'}{C'}}; \quad v' = \frac{1}{\sqrt{L' \cdot C'}}$$

v' سرعت موج و z امپدانس مشخصه موج می باشد. بنابراین با توجه به شرایط اولیه و شرایط حدی

می توان بسادگی ولتاژ و جریان را در خط انتقال بدست آورد. پس از حل دستگاه 5-1 نسبت به f_1, g_1 داریم

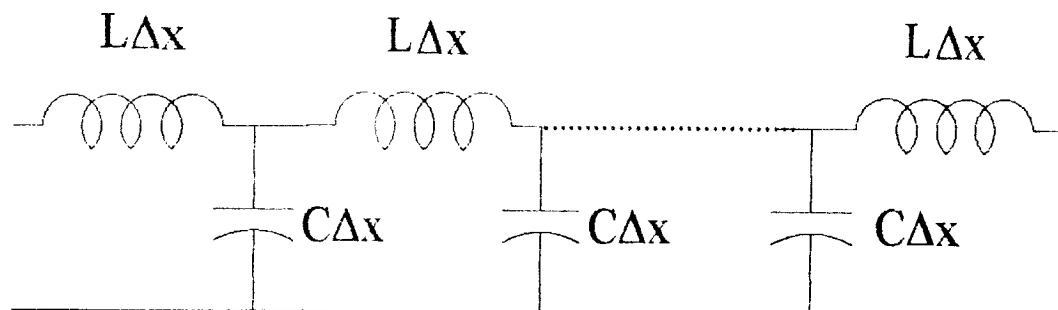
$$\begin{aligned} v(x, t) + z \cdot i(x, t) &= 2f_1(x - v' \cdot t) \\ v(x, t) - z \cdot i(x, t) &= 2g_1(x + v' \cdot t) \end{aligned} \quad 6-1$$

در نتیجه $v + zi$ با سرعت v' بسمت جلو و $v - zi$ با همین سرعت بسمت عقب حرکت می کند. نحوه

اثر G', R' در معادلات فوق در قسمتهای بعدی مورد مطالعه قرار می گیرد.

۲-۱ شبیه سازی خط انتقال در برنامه EMTP

در برنامه EMTP جهت شبیه سازی خطوط انتقال از معادلات ۱-۶ استفاده شده است. بعنوان اولین تقریب R', G', R' را برابر صفر در نظر بگیرید. گره های دو طرف خط انتقال انرژی m, k نامیده می شوند.



شکل ۲-۱ مدل خط انتقال بدون تلفات

با توجه به رابطه ۱-۶ داریم:

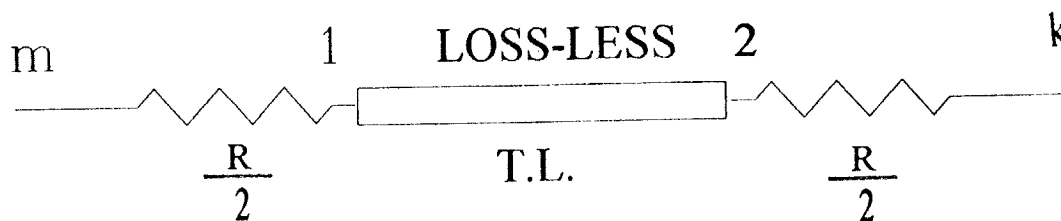
$$v_k(t) - z \cdot i_{km}(t) = v_m(t - \tau) + z \cdot i_{mk}(t - \tau) \quad \text{۷-۱}$$

$$v_m(t) - z \cdot i_{mk}(t) = v_k(t - \tau) + z \cdot i_{km}(t - \tau)$$

$$\tau = \frac{l}{v'}$$

اگر $R = R' \cdot l$ (طول خط) نسبت به امپدانس مشخصه خط کوچک باشد، آنگاه می توان اثر آنرا با قرار

دادن مقاومت $\frac{R}{2}$ در دو انتهای خط ملحوظ نمود.



شکل ۳-۱ مدل خط انتقال دارای تلفات، توسط دو مقاومت معادل در دو طرف خط انتقال

$$v_m - i_{mk} \cdot \frac{R}{2.0} = v_1$$

$$v_k - i_{km} \cdot \frac{R}{2.0} = v_2$$

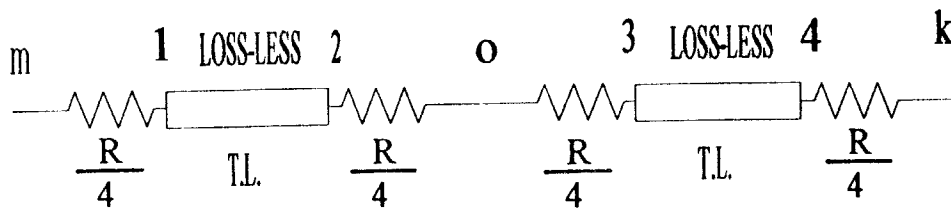
$$\frac{v_1(t)}{z} - i_{mk}(t) = \frac{v_2(t - \tau)}{z} + i_{km}(t - \tau)$$

$$\frac{v_m(t) - i_{mk}(t) \cdot \frac{R}{2.0}}{z} - i_{mk}(t) = \frac{v_k(t-\tau) - i_{km}(t-\tau) \cdot \frac{R}{2.0}}{z} + i_{km}(t-\tau) \quad \text{۸-۱}$$

$$i_{mk}(t) = \frac{v_m(t)}{z + \frac{R}{2}} - \frac{v_k(t-\tau) + i_{km}(t-\tau)(z - \frac{R}{2})}{z + \frac{R}{2}}$$

برای بدست آوردن تقریب بهتر میتوان خط انتقال را به دو بخش تقسیم نمود و در انتهای هر بخش

مقاومت $\frac{R}{4}$ را قرار داد. [۹] (شکل ۴-۱)



شکل ۴-۱ مدل خط انتقال دارای تلفات با قرار دادن مقاومت در دو انتها و وسط خط انتقال

در رابطه ۸-۱، $\tau/2$ و $R/2$ را بترتیب جایگزین R, τ می نماییم:

$$v_m(t) - (z + \frac{R}{4})i_{mk}(t) = v_o(t - \frac{\tau}{2}) + (z - \frac{R}{4})i_{om}(t - \frac{\tau}{2}) \quad \text{a-۹-۱}$$

$$v_o(t - \frac{\tau}{2}) + (z + \frac{R}{4})i_{om}(t - \frac{\tau}{2}) = v_k(t - \tau) + (z - \frac{R}{4})i_{km}(t - \tau) \quad \text{b-۹-۱}$$

$$v_o(t - \frac{\tau}{2}) - (z + \frac{R}{4})i_{om}(t - \frac{\tau}{2}) = v_m(t - \tau) + (z - \frac{R}{4})i_{mk}(t - \tau) \quad \text{c-۹-۱}$$

با توجه به دو معادله آخر خواهیم داشت.

$$2v_o(t - \frac{\tau}{2}) = (v_k(t - \tau) + v_m(t - \tau) + (z - \frac{R}{4})(i_{km}(t - \tau) + i_{mk}(t - \tau)))$$

$$2i_{om}(t - \frac{\tau}{2}) = \frac{1}{z + \frac{R}{4}} (v_k(t - \tau) - v_m(t - \tau) + (z - \frac{R}{4})(i_{km}(t - \tau) - i_{mk}(t - \tau)))$$

با قرار دادن این مقادیر در a-۹-۱ نتیجه می شود که:

$$v_m(t) - (z + \frac{R}{4})i_{mk}(t) = (v_k(t - \tau) + (z - \frac{R}{4})i_{km}(t - \frac{\tau}{2})) \frac{z}{z + \frac{R}{4}} + (v_m(t - \tau) + (z - \frac{R}{4})i_{mk}(t - \frac{\tau}{2})) \frac{R}{z + \frac{R}{4}} \quad \text{۱۰-۱}$$

چنانکه ملاحظه می شود در رابطه ۱-۱۰ متغیرهای گره وسط وجود ندارد. با ادامه این روند میتوان خط انتقال را به قسمتهای بیشتری تقسیم نمود و مقاومت هر قسمت را در دو سوی آن قرار داد. اگر $R \ll z$ آنگاه تقریبهای فوق از دقت کافی برخوردار خواهند بود.

۳-۱ بررسی معادلات خطوط انتقال:

یک خط انتقال چند سیمه را در نظر بگیرید. فرض کنید که تعداد هادیها برابر n باشد. معادلات خط انتقال بصورت زیر می باشد:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_p}{\partial x} &= -\sum_{r=1}^n m_{pr} \frac{\partial i_r}{\partial t} - R_p \cdot i_p \\ \frac{\partial i_p}{\partial x} &= -\sum_{r=1}^n c_{pr} \frac{\partial (v_p - v_r)}{\partial t} - c_{pp} \frac{\partial v_p}{\partial t} - G_p \cdot v_p \end{aligned} \quad 11-1$$

$p = 1, \dots, n$

دسته معادلات ۱۱-۱ بفرم ماتریسی قابل نمایش می باشند،

$$S = (v_1, v_2, \dots, v_n, i_1, i_2, \dots, i_n)^T \quad S_x = \frac{\partial S}{\partial x} \quad ; \quad S_t = \frac{\partial S}{\partial t}$$

$$S_x = A \cdot S_t + B \cdot S \quad 12-1$$

$$A = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{pmatrix}$$

$$B_{12} = \text{diag}(-R_1, -R_2, \dots, -R_n)$$

$$B_{21} = \text{diag}(-G_1, -G_2, \dots, -G_n)$$

$$A_{11} = A_{22} = B_{11} = B_{22} = 0 \in R^{n \times n}$$

$$A_{12} = - \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & \dots & m_{1n} \\ m_{21} & m_{22} & \dots & m_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ m_{n1} & m_{n2} & \dots & m_{nn} \end{pmatrix}$$

$$A_{21} = \begin{pmatrix} -(c_{11} + \dots + c_{1n}) & c_{12} & \dots & c_{1n} \\ c_{12} & -(c_{21} + \dots + c_{2n}) & \dots & c_{2n} \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ c_{1n} & c_{2n} & \dots & -(c_{n1} + \dots + c_{nn}) \end{pmatrix}$$

مسئله کوشی برای سیستم فوق منحنی $t = \phi(x)$ را صفحه $x-t$ مشخص می سازد.

$$S = S(x, \phi(x)) = f(x) \quad 13-1$$

اگر نتوان مشتقات u را بر حسب اطلاعات مربوط به منحنی یافت، آنگاه منحنی $t = \phi(x)$ یک

منحنی مشخصه می باشد. از طرفین رابطه ۱۳-۱ نسبت به x مشتق می گیریم:

$$S_x - \phi' S_t = f'(x)$$

$$S_t = f'(x) - \phi'(x) \cdot S_t \quad 14-1$$

روابط ۱۳-۱ و ۱۴-۱ در معادله خط انتقال جایگزین می گردند:

$$AS_t + Bf = f'(x) - \phi'(x) \cdot S_t$$

$$(A + \phi'(x) \cdot I)S_t = f'(x) - Bf \quad 15-1$$

بنابراین اگر ماتریس $A + \phi'(x)I$ منفرد باشد آنگاه منحنی $t = \phi(x)$ یک منحنی مشخصه خواهد بود.

$$\phi' = \frac{dt}{dx} \quad \text{بنابراین در طول یک منحنی مشخصه داریم:}$$

$$\det(A + \frac{dt}{dx} I) = 0 \quad 16-1$$

اگر $\lambda_1, \dots, \lambda_n$ مقادیر ویژه A باشند، آنگاه تمام منحنی هایی که در رابطه $\lambda = \frac{dt}{dx}$ صدق نمایند، منحنی

مشخصه خط انتقال می باشند. مقادیر ویژه مربوط به خط انتقال نیرو همواره حقیقی است. نشان می دهیم که

در هر نقطه Π راستا وجود دارد که در امتداد آنها، معادله دیفرانسیل جزئی تبدیل به معادله دیفرانسیل عادی

میشود. برای این منظور باید دستگاه معادلات دیفرانسیل جزئی بفرم کانونی تبدیل گردد:

$$S_t = AS_t + BS \quad 17-1$$