دانشکده علوم پایه

« گروه ریاضی »

پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضی

عنوان

توپوس‌ها و نیم گروه‌ها

نگارش

محمد باستانی

استاد راهنما

دکتر علی معدنشکاف

استاد مشاور

خانم دکتر اشرفی

اردیبهشت ماه ۱۳۸۹

بسم اللہ الرحمٰن الرحیم

قدردانی و تشکر

مجموعه حاضر درسی است بسیار ناقص که شاگردی حقیر به محضر استادان بزرگوار خود پس می‌دهد. دین عظیمی که اساتیدی گرانقدر بر من دارند، گرانبارتر از آن است که با الفاظ و کلمات قابل ادا باشد ولی این کمترین کاری است که از من ساخته است. پس از تقدیر از همسر و فرزندم که همواره وام‌دار مهرشان هستم از استاد راهنمای محترمم جناب آقای دکتر معدنشکاف سپاسگزارم که به طور یقین بدون درایت و بردباری، راهنمایی‌ها و پندهای ایشان این کار میسر نمی‌شد و از تمام اساتید گروه ریاضی که در طی دو سال در محضرشان محصلی کرده‌ام به ویژه آقای دکتر بهمنی که داوری داخلی این پایان نامه را به عهده گرفته‌اند و خانم دکتر اشرفی استاد مشاور این پایان نامه کمال تشکر را دارم. همچنین از خانم دکتر محمودی از دانشگاه شهید بهشتی تهران که داور خارجی این پایان نامه را به عهده گرفته‌اند و آن را مطالعه نمودند قدردانی می‌نمایم.

تقدیم به

همسر

و

فرزندم

چکیده

در این پایان نامه یک نمایش نیم گروهی از توپوس طبقه بندی کننده از یک نیم گروه معکوس ارائه می‌شود. بدین منظور یک رسته بزرگتر از رسته نیم گروه‌های معکوس و پیش هم ریختی‌ها، که اشیاء آن را $*-$نیم گروه چپ می‌نامیم، در نظر می‌گیریم و ریختارهای بین $*-$نیم گروه‌های چپ را تعریف می‌کنیم. اگر T یک نیم گروه معکوس باشد در این صورت نشان می‌دهیم توپوس طبقه بندی کننده $\mathcal{B}(T)$ با رسته Et/T از $*-$نیم گروه های چپ ساخته شده روی T هم‌ارز است به وسیله آنچه که همریختی نیم گروهی اتال خواهیم نامید.

واژه‌های کلیدی : نیم گروه معکوس، گروهواره مرتب، رسته حذفی چپ، ریختار اتال، توپوس و توپوس طبقه بندی کننده.

مقدمه

رسته نمایش‌های یک نیم گروه معکوس T یک توپوس پیش‌بافه است که درمراجع [۶] و [۸] به اختصار در مورد آن بحث شده است. این توپوس ممکن است به طور مناسب معرف یک توپوس طبقه بندی کننده برای نیم گروه معکوس T باشد، که با $\mathcal{B}(T)$ نشان داده می‌شود. از آن جا که آن در نظریه توپوس طبقه بندی کننده از یک گروهواره توپولوژیک رخ می‌دهد، $*-$نیم گروه چپ را معرفی می‌کنیم. به این منظور که یک نمایش نیم گروهی از $\mathcal{B}(T)$ برای نیم گروه معکوس T به دست آوریم. سپس ریختارهای بین $*-$نیم گروه‌های چپ را تعریف می‌کنیم. سپس $*-$نیم گروه‌های چپ و ریختارهای بین آن ها یک رسته تشکیل می‌دهند که رسته نیم گروه های معکوس و پیش همریختی‌ها یک زیررسته پر از این رسته است. در این صورت $\mathcal{B}(T)$ با رسته Et/T از $*-$نیم گروه‌های چپ ساخته شده روی T هم‌ارز است، توسط آنچه که همریختی نیم گروهی اتال خواهیم نامید.

فهرست مندرجات

فصل ۱

پیش نیازها

این فصل شامل سه بخش است در بخش اول تعاریف مجموعه جزئی مرتب و مشبکه و لوکال را می‌آوریم که در فصل‌های بعدی مورد نیاز است. در بخش دوم که به فضاهای توپولوژیک اختصاص دارد بعضی از تعاریف و قضیه‌های مورد نیاز از توپولوژی را می‌آوریم.
بخش سوم به رسته‌ها اختصاص دارد. یک رسته $\mathbb{C}$ را به صورت زوج $(C_۱, C_۰)$ در نظر می‌گیریم که $C_۰$ معرف اشیاء رسته و $C_۱$ معرف ریختارهای رسته است و چهار عمل که دو تا از این اعمال به هر ریختار f از $\mathbb{C}$ دامنه آن به نمایش $d_۰(f)$ و هم دامنه آن به نمایش $d_۱(f)$ که هر دوی آن ها اشیایی از $\mathbb{C}$ هستند را نظیر می‌کند. دو عمل دیگر عبارتند از، یک عمل که به هر شیء C از $\mathbb{C}$ یک ریختار ۱_C از $\mathbb{C}$ که ریختار همانی C نامیده می شود، نظیر می‌کند و یک عمل ترکیب که به یک جفت (f, g) از ریختارهای $\mathbb{C}$ در صورتی که قابل ترکیب باشند، ترکیب آنها، به نمایش $f \circ g$، را نظیر می‌کند. در پایان این بخش توپوس را معرفی می‌کنیم که رسته‌ی است که ویژگی‌های خاصی داشته باشد.

۱.۱ مجموعه‌های جزئی مرتب و مشبکه‌ها

تعریف ۱.۱.۱ فرض کنیم P یک مجموعه ناتهی و $\leq$ یک رابطه دوتایی روی P باشد که در خواص زیر صدق کند:

۱) انعکاسی: برای هر $p \in P$، $p \leq p$.

۲) پادمتقارن: برای هر $p, q \in P$، $p \leq q, q \leq p \Longrightarrow p = q$.

۳) تعدی: برای هر $p, q, r \in P$، $p \leq q, q \leq r \Longrightarrow p \leq r$.

در این صورت رابطه $\leq$ یک ترتیب جزئی روی مجموعه P است و $(P, \leq)$ را مجموعه جزئی مرتب گوییم.

مثال ۲.۱.۱ مجموعه اعداد طبیعی به همراه رابطه کوچک‌تر یا مساوی معمولی یک مجموعه جزئی مرتب است.

تعریف ۳.۱.۱ فرض کنیم P یک مجموعه جزئی مرتب باشد. می‌گوییم ترتیب روی P گسسته است هر گاه برای هر $x, y \in P$ شرط زیر برقرار باشد.

$$x \leq y \Longrightarrow x = y$$

تعریف ۴.۱.۱ فرض کنیم $(P, \leq)$ یک مجموعه جزئی مرتب باشد. اگر برای هردو عضو q و p از P مجموعه کران‌های بالای q و p دارای کوچکترین عضو مثل r باشد آنگاه r کوچکترین کران بالای q و p نامیده می‌شود و به صورت $r = p \vee q$ نمایش داده می شود و اگر مجموعه کران‌های پایینی q و p دارای بزرگترین عضو باشد آنگاه این عضو بزرگترین کران پایین q و p نامیده می‌شود و به صورت $p \wedge q$ نمایش داده می‌شود.

تعریف ۵.۱.۱ فرض کنیم $(P, \leq)$ یک مجموعه جزئی مرتب باشد اگر برای هر زوج از عناصر $p, q \in P$، $r = p \vee q$ در P وجود داشته باشد آنگاه $(P, \leq)$ یک $\vee$—نیم مشبکه نامیده می‌شود. اگر $p \wedge q$ برای هر زوج $p, q \in P$ وجود داشته باشد آنگاه $(P, \leq)$ یک $\wedge$—نیم مشبکه نامیده می‌شود اگر

مجموعه جزئی مرتب $(P, \leq)$ هم $\vee$–نیم مشبکه و هم $\wedge$–نیم مشبکه باشد آنگاه $(P, \leq)$ یک مشبکه نامیده می‌شود.

مثال ۶.۱.۱ روشن است که $(P(X), \subseteq)$ یک مجموعه جزئی مرتب است که برای هر $A, B \in P(X)$، $A \cup B = A \vee B$ و $A \cap B = A \wedge B$ در $P(X)$ وجود دارد. بنابراین $(P(X), \subseteq)$ یک مشبکه است .

تعریف ۷.۱.۱ مجموعه جزئی مرتب P را کامل گوییم هر گاه هر زیرمجموعه آن مانند A دارای کوچکترین کران بالا (سوپریموم) و بزرگترین کران پایین (اینفیموم) باشد که آنها را به ترتیب با $\vee A$ و $\wedge A$ نشان می‌دهیم. همچنین مشبکه L را کامل گوییم هر گاه بعنوان یک مجموعه جزئی مرتب کامل باشد.

مثال ۸.۱.۱ فرض کنیم X یک فضای توپولوژیک با توپولوژی τ باشد. در این صورت τ با ترتیب $\subseteq$ یک مشبکه کامل است زیرا $L = \tau$. فرض کنیم $A \subseteq L$ و $A = \{U_\alpha \mid \alpha \in I\} \subseteq \tau$. در این صورت $\bigvee A = \bigcup_{\alpha \in I} U_\alpha$ و $\bigwedge A = (\bigcap_{\alpha \in I} U_\alpha)^\circ$ چون اشتراک هر تعداد دلخواه مجموعه باز همواره باز نیست. $\square$

تعریف ۹.۱.۱ لوکال [۱] L، یک مشبکه کامل است که در آن $\bigvee$ دلخواه نسبت به $\bigwedge$ متناهی توزیع پذیر باشد. یعنی $u \wedge (\bigvee_{i \in I} v_i) = \bigvee_{i \in I}(u \wedge v_i)$ برای هر $u \in L$ و هر $v_i \in L$ که $i \in I$.

مثال ۱۰.۱.۱ فرض کنیم (X, τ) یک فضای توپولوژیک باشد. در این صورت τ با ترتیب $\subseteq$ یک لوکال است.

---

[۱] Locale

تعریف ۱۱.۱.۱ فرض کنیم P یک مجموعه جزئی مرتب باشد و $A \subseteq P$. گوییم A بسته‌پایینی است هر گاه برای هر $p \in P$ و $a \in A$ در شرط زیر صدق کند:

$$p \leq a \Longrightarrow p \in A$$

۲.۱ فضاهای توپولوژیک

تعریف ۱.۲.۱ فرض کنیم X و Y دو فضای توپولوژیک باشند. تابع $f : X \longrightarrow Y$ را پیوسته گوییم اگر به ازای هر زیرمجموعه باز Y مانند V مجموعه $f^{-1}(V)$ یک زیرمجموعه باز X باشد. که $f^{-1}(V)$ مجموعه همه x هایی از X است که $f(x) \in V$.

یادآوری ۲.۲.۱

۱) فضای توپولوژیک X را T_0 گوییم هر گاه برای هر دو عضو $x, y \in X$ مجموعه باز G موجود باشد که یکی از این عناصر را شامل باشد و دیگری را شامل نباشد.

۲) فضای توپولوژیک X را T_1 گوییم هر گاه برای هر دو عنصر $x, y \in X$ دو مجموعه باز W و G موجود باشند به طوری که هر کدام از این مجموعه‌های باز فقط یکی از عناصر x و y را شامل باشد.

۳) فضای توپولوژیک X را در یک نقطه x همبند موضعی گوییم در صورتی که برای هر همسایگی U از x یک همسایگی همبند x مانند V موجود باشد به طوری که $V \subseteq U$.

۴) فرض کنیم (X, τ_1) و (Y, τ_2) دو فضای توپولوژیک باشند در این صورت تابع یک به یک و پوشای $f : (X, \tau_1) \longrightarrow (Y, \tau_2)$ را یک همیومورفیسم گوییم هر گاه f و f^{-1} پیوسته باشند.

۵) تابع $f:(X,\tau_۱)\longrightarrow (Y,\tau_۲)$ را باز گوییم هر گاه برای هر $G\in\tau_۱$ ، $f(G)$ باز باشد همین طور f را بسته گوییم هرگاه برای هر زیر مجموعه بسته F در X، $f(F)$ در Y بسته باشد.

گزاره ۳.۲.۱ فرض کنیم f تابعی یک به یک و پیوسته از فضای توپولوژیک $(X,\tau_۱)$ به روی فضای توپولوژیک $(Y,\tau_۲)$ باشد. در این صورت گزاره‌های زیر معادلند:

۱) f یک همیومورفیسم است.

۲) f باز است.

۳) f بسته است.

برهان: به قضیه ۲۱.۳، در مرجع [۱۲] مراجعه شود.

مثال ۴.۲.۱ تابع $f:\mathbb{R}\longrightarrow(-۱,۱)$ با ضابطه $f(x)=\frac{x}{۱+|x|}$ یک همیومورفیسم است. (باید توجه داشت که $(-۱,۱)$ به عنوان زیرفضای $\mathbb{R}$ در نظر گرفته می‌شود.)

تعریف ۵.۲.۱ فرض کنیم G یک گروه باشد و τ یک توپولوژی روی G باشد. در این صورت G را گروه توپولوژیک گوییم هر گاه توابع $G\times G\longrightarrow G$ که $(x,y)\mapsto xy$ و $G\longrightarrow G$ که $x\mapsto x^{-۱}$ پیوسته باشند.

تعریف ۶.۲.۱ اگر X مجموعه دلخواهی باشد گردایه همه زیر مجموعه‌های آن تشکیل توپولوژی در X می دهند که به توپولوژی گسسته موسوم است.

۳.۱ رسته‌ها

تعریف ۱.۳.۱ یک رسته $\mathbb{C}$ متشکل از یک رده از اشیاء مانند $A, B, C, \ldots$ و یک رده از ریختارها مانند f وg و... وچهار عمل که دو تا از این اعمال به هر ریختار f از $\mathbb{C}$ دامنه آن به نمایش $d_\circ$ و هم‌دامنه آن به نمایش d_1 را وابسته می‌کنند که هر دوی آن‌ها اشیایی از $\mathbb{C}$ هستند و می‌نویسیم $f : C \longrightarrow D$ که در این صورت f ریختاری از $\mathbb{C}$ با دامنه C و هم دامنه D است.
دو عمل دیگر عبارتند از: یک عمل که به هر شیء C از $\mathbb{C}$ یک ریختار 1_C را وابسته می‌کند که ریختار همانی از C نامیده می‌شود و یک عمل ترکیب که به یک زوج (f, g) از ریختارهای $\mathbb{C}$ در صورتی که $d_\circ(f) = d_1(g)$، ریختار دیگر $f \circ g$ که ترکیب آن‌ها است نظیر می‌کند. لازم است که این اعمال در اصول زیر صدق کنند:

۱) $d_\circ(1_C) = C = d_1(1_C)$.

۲) $d_\circ(f \circ g) = d_\circ(g)$ و $d_1(f \circ g) = d_1(f)$.

۳) $1_D \circ f = f$ و $f \circ 1_C = f$.

۴) $(f \circ g) \circ h = f \circ (g \circ h)$.

مثال ۲.۳.۱ ۱) رسته مجموعه‌ها به نمایش Set که اشیای این رسته، مجموعه‌ها هستند و ریختارهای بین دو شی B و A مجموعه همه توابع از A به B می‌باشد. در اینجا عمل را همان ترکیب توابع و 1_A را تابع همانی تعریف می‌کنیم.
۲) رسته همه مجموعه‌های جزئی مرتب و نگاشت‌های حافظ ترتیب بین آن ها به نمایش POS
۳) رسته فضاهای توپولوژیک و نگاشت های پیوسته بین آن‌ها به نمایش TOP

مثال ۳.۳.۱ فرض کنیم A یک مجموعه جزئی مرتب باشد. در این صورت رسته $\mathbb{A}$ را به صورت زیر تشکیل می‌دهیم اشیای رسته $\mathbb{A}$ همه عناصر A می باشند و اگر $a, b \in A$ در این صورت اگر $a \leq b$ آنگاه $hom(a, b) = \{a \longrightarrow b\}$ و در غیر این صورت $hom(a, b) = \emptyset$.

تعریف ۴.۳.۱ فرض کنید $\mathbb{C}$ یک رسته و $f : A \longrightarrow B$ یک ریختار در $\mathbb{C}$ باشد. گوییم f یک یکریختی است هر گاه ریختار $g : B \longrightarrow A$ موجود باشد به طوری که $g \circ f = ۱_A$ و $f \circ g = ۱_B$. در این صورت A و B را هم‌ارز گوییم و می‌نویسیم $A \cong B$.

تعریف ۵.۳.۱ ریختار $x : e \longrightarrow f$ از رسته $\mathbb{C}$ تکریختی است اگر برای هر شی g از $\mathbb{C}$ و ریختارهای $z, y : g \longrightarrow e$

$$xy = xz \Longrightarrow y = z$$

و ریختار x برو ریختی است، اگر برای هر شی h از $\mathbb{C}$ و ریختارهای $z, y : f \longrightarrow h$

$$zx = yx \Longrightarrow z = y$$

مثال ۶.۳.۱ در رسته گروه‌ها، رسته حلقه‌ها و رسته مدول‌های چپ روی یک حلقه ثابت R، x تکریختی است اگر و تنها اگر x یک همریختی یک به یک باشد. اما در رسته حلقه‌ها، نگاشت شمول $\mathbb{Z} \hookrightarrow \mathbb{Q}$ بروریختی است ولی پوشا نیست. بنابراین در رسته حلقه‌ها، مفاهیم پوشایی و بروریختی معادل نیستند.

تعریف ۷.۳.۱ فرض کنیم $\mathbb{C}$ یک رسته و $\{A_i \mid i \in I\}$ خانواده‌ای از اشیاء $\mathbb{C}$ باشند. در این صورت شی P به همراه ریختارهای $\{f_i : P \longrightarrow A_i \mid i \in I\}$ را یک شی حاصلضرب این خانواده گوییم هر گاه برای هر شی Q و هر خانواده از ریختارهای $\{g_i : Q \longrightarrow A_i \mid i \in I\}$ یک و فقط یک ریختار مانند $f : Q \longrightarrow P$ موجود باشد به قسمی که برای هر $i \in I$ نمودار زیرجابجایی باشد.

$$\begin{tikzcd}
Q \arrow[d, "f"'] \arrow[dr, "g_i"] & \\
P \arrow[r, "f_i"'] & A_i
\end{tikzcd}$$

یعنی $f_i \circ f = g_i$. بعلاوه $(P, \{f_i\}_{i\in I})$ در صورت وجود در حد یکریختی یکتاست.

تعریف ۸.۳.۱ شی T در رسته $\mathbb{C}$ یک شی پایانی است هر گاه برای هر شی A از رسته $\mathbb{C}$ ریختار یکتای $! : A \longrightarrow T$ وجود داشته باشد.

معمولا شیء پایانی در یک رسته را در صورت وجود با ۱ نشان می‌دهند.

تعریف ۹.۳.۱ برابرساز دو ریختار موازی $f, g : A \rightrightarrows B$ در رسته $\mathbb{C}$ ریختار $e : E \to A$ است به طوری که $f \circ e = g \circ e$ و برای هر ریختار $h : M \longrightarrow A$ اگر $f \circ h = g \circ h$ آنگاه ریختار یکتای $k : M \longrightarrow E$ وجود داشته باشد به طوری که نمودار زیر جابجایی باشد.

$$
\begin{tikzcd}
M \arrow[d, "k"'] \arrow[dr, "h"] & \\
E \arrow[r, "e"'] & A
\end{tikzcd}
$$

تعریف ۱۰.۳.۱ فرض کنیم نمودار

$$
\begin{tikzcd}
 & B \arrow[d, "g"] \\
A \arrow[r, "f"'] & C
\end{tikzcd}
$$

از شی ها و ریختارهای رسته $\mathbb{C}$ داده شده باشد. در این صورت عقب‌بر این نمودار، نمودار

$$\begin{tikzcd} P \arrow[r, "\pi_2"] \arrow[d, "\pi_1"'] & B \\ A & \end{tikzcd}$$

می‌باشد که مربع زیر جابجایی باشد.

$$\begin{tikzcd} P \arrow[r, "\pi_2"] \arrow[d, "\pi_1"'] & B \arrow[d, "g"] \\ A \arrow[r, "f"'] & C \end{tikzcd}$$

هر گاه برای هر شی P' و هر دو ریختار $f' : P' \longrightarrow A$ و $g' : P' \longrightarrow B$ به قسمی که $f \circ f' = g \circ g'$ ریختار یکتایی مانند $t : P' \longrightarrow P$ وجود داشته باشد به طوری که $\pi_1 t = f'$ و $\pi_2 t = g'$.

تعریف ۱۱.۳.۱ فرض کنیم نمودار

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[d, "g"'] & B \\ C & \end{tikzcd}$$

از شی ها و ریختارهای رسته $\mathbb{C}$ داده شده باشد. در این صورت جلوبر این نمودار، نمودار

$$\begin{tikzcd} & B \arrow[d, "u"] \\ C \arrow[r, "v"'] & D \end{tikzcd}$$

می‌باشد که مربع زیر جابجایی باشد

$$\begin{tikzcd} A \arrow[r, "f"] \arrow[d, "g"'] & B \arrow[d, "u"] \\ C \arrow[r, "v"'] & D \end{tikzcd}$$

و هرگاه برای هر شی D' و هر دو ریختار $h : B \longrightarrow D$ و $k : C \longrightarrow D$ به قسمی که $h \circ f = k \circ g$ ریختار یکتایی مانند $t : D \longrightarrow D'$ وجود داشته باشد به طوری که $tu = h$ و $tv = k$.

تعریف ۱۲.۳.۱ فرض کنیم رسته $\mathbb{C}$ دارای حاصلضرب‌های دوتایی باشد. در این صورت شی نمایی دو شی A و B، شی B^A همراه با ریختار $ev : B^A \times A \longrightarrow B$ می‌باشد به قسمی که برای هر شی X و هر ریختار $g : X \times A \longrightarrow B$ ریختار یکتای $\hat{g} : X \longrightarrow B^A$ وجود داشته باشد به طوری که نمودار زیر جابجایی باشد.

$$\begin{tikzcd} X \arrow[d, dashed, "\exists ! \hat{g}"'] \\ B^A \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} X \times A \arrow[d, "\hat{g} \times ۱"'] \arrow[dr, "g"] & \\ B^A \times A \arrow[r, "ev"'] & B \end{tikzcd}$$

تعریف ۱۳.۳.۱ فرض کنیم $\mathbb{C}$ یک رسته باشد و A و B دو شی از این رسته باشند. گوییم A زیرشی B است اگر از A به B یک تکریختی موجود باشد و به صورت $A \rightarrowtail B$ نشان داده می‌شود.

تعریف ۱۴.۳.۱ در رسته $\mathbb{C}$ با ضرب‌های متناهی شی Ω همراه با ریختار $v : ۱ \longrightarrow \Omega$ یک رده بند زیرشی است هر گاه برای هر تکریختی $f : A' \rightarrowtail A$ ریختار یکتای $\chi_f : A \longrightarrow \Omega$ موجود باشد به طوری که نمودار زیر یک عقب‌بر باشد.

$$\begin{tikzcd}
A' \arrow[r] \arrow[d, tail, "f"'] & 1 \arrow[d, "v"] \\
A \arrow[r, dashed, "\chi_f"'] & \Omega
\end{tikzcd}$$

تعریف ۱.۳.۱۵ فرض کنیم $\mathbb{C}$ و $\mathbb{D}$ دو رسته باشند. یک تابعگون از $\mathbb{C}$ به $\mathbb{D}$ مانند $F : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{D}$ عملی است که به هر شیء C از $\mathbb{C}$ یک شیء $F(C)$ از $\mathbb{D}$ و به هر ریختار x از $\mathbb{C}$ یک ریختار $F(x)$ از $\mathbb{D}$ را نظیر می کند که برای ریختارهای x و y از $\mathbb{C}$ در دو شرط زیر صدق کند:

۱) $F(d_0(x)) = d_0(F(x))$ و $F(d_1(x)) = d_1(F(x))$ و $F(1_C) = 1_{F(C)}$

۲) $F(x \circ y) = F(x) \circ F(y)$

در این صورت F را تابعگونی هموردا گویند و در صورتی که در دو شرط زیر صدق کند، تابعگون پادوردا گویند.

۱) $F(d_0(x)) = d_1(F(x))$ و $F(d_1(x)) = d_0(F(x))$ و $F(1_C) = 1_{F(C)}$

۲) $F(x \circ y) = F(y) \circ F(x)$

به صورت ساده در یک رسته، یک تابعگون را تابعگون فراموشکار یا نادیده‌بگیر گوییم در صورتی که فقط تعدادی یا همه ساختار یک شی جبری را فراموش کند.

مثال ۱.۳.۱۶ تابعگون $U : Grp \to Sets$ را در نظر می‌گیریم که به هر گروه G مجموعه زمینه آن $U(G)$ را نظیر می‌کند و به هر همریختی گروهی $f : G \to H$ تابع $f : U(G) \to U(H)$ از مجموعه‌های زمینه آنها را نظیر می‌کند. U یک تابعگون فراموشکار است.

تعریف ۱.۳.۱۷ فرض کنیم $\mathbb{C}$ و $\mathbb{D}$ دو رسته کوچک باشند. در این صورت تابعگون $F : \mathbb{C} \longrightarrow \mathbb{D}$ تار گسسته نامیده می‌شود هر گاه برای هر ریختار $F(y) \longrightarrow x$ از $\mathbb{D}$ ریختار یکتای $y \longrightarrow z$ از $\mathbb{C}$ موجود