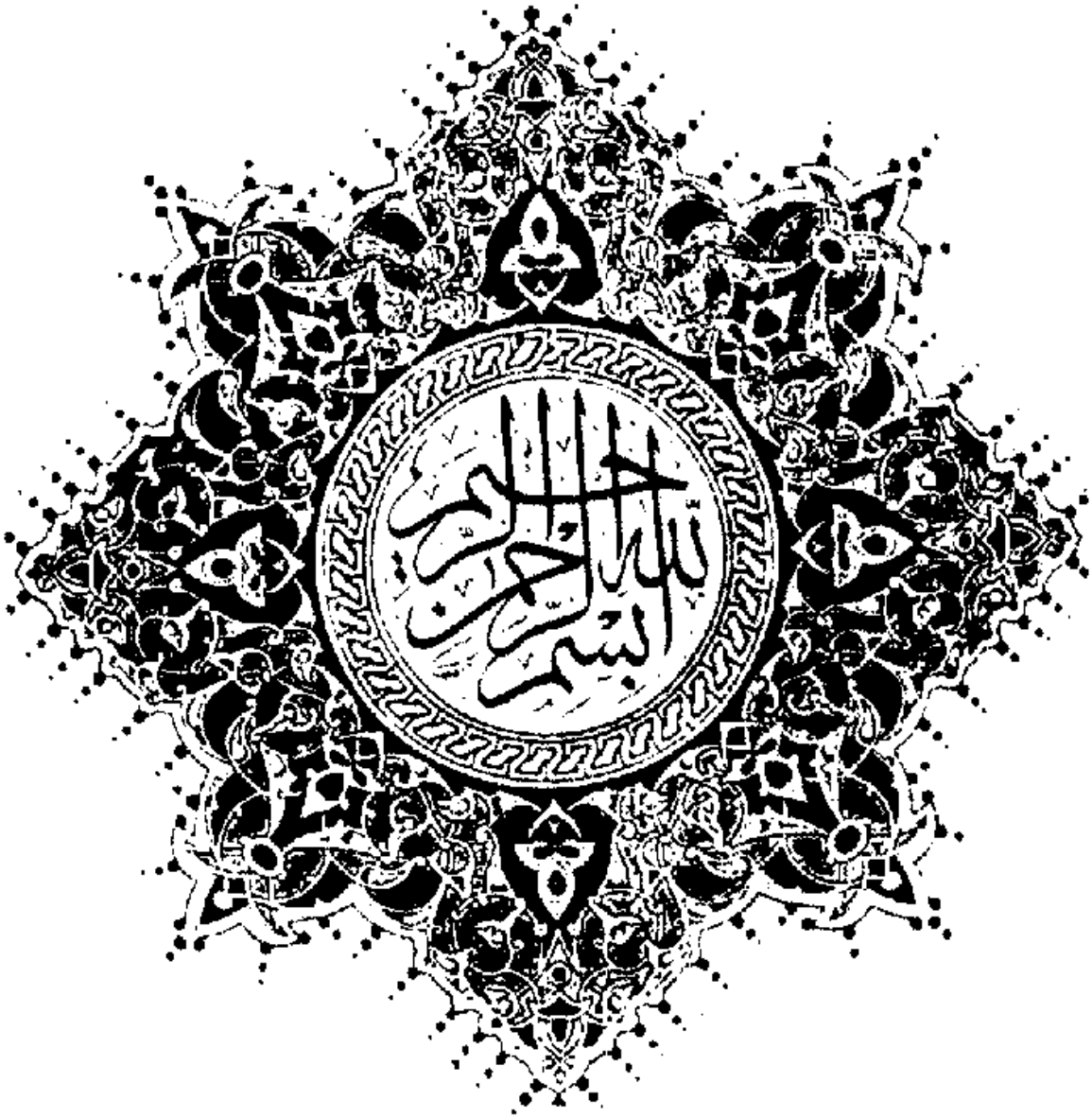
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مکانیک

بهینه سازی توپولوژی ورق بیضوی برای بیشینه کردن فرکانس طبیعی

پایان نامه کارشناسی ارشد مکانیک- طراحی کاربردی

سید احمد موسوی

استاد راهنما

دکتر علیرضا شهیدی

۱۳۸۷

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوریهای ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به مادرم

و روان پاک پدرم

که هرچه دارم از آن هاست.

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فهرست مطالب	هفت
چکیده	۱
فصل اول - مقدمه	
۱-۱ مقدمه‌ای بر طراحی بهینه	۲
۱-۲ پیشینه علمی مسئله	۴
۱-۲-۱ پیشینه علمی ارتعاش آزاد ورق بیضوی	۴
۱-۲-۲ پیشینه علمی بهینه سازی سازه	۷
۱-۳ هدف و تشریح مسئله	۸
۱-۴ روند حل	۱۰
۱-۴-۱ روش اجزاء محدود استاندارد	۱۱
۱-۴-۲ روش ریلی ریتز با استفاده از المان تعمیم یافته	۱۱
۱-۵ محتوای فصول بعدی	۱۲
فصل دوم – ارتعاش آزاد ورق بیضی	
۲-۱ مقدمه	۱۳
۲-۲- رفتار عمومی ورق‌ها	۱۴
۲-۳ روابط کرنش- انحنا	۱۶
۲-۴ آنالیز تنش	۱۷
۲-۵ معادله حاکم بر خیز ورق‌ها	۱۹
۲-۶ روش‌های انرژی	۲۱
۲-۷ تحلیل دینامیکی و محاسبه فرکانس صفحه	۲۲
۲-۸ روش‌های بکار گرفته شده در تحلیل معادلات	۲۵
۲-۹ روش اجزاء محدود استاندارد	۲۵
۲-۹-۱ المان محدود مثلثی	۲۶
۲-۹-۲ المان محدود چهار وجهی	۲۸
۲-۱۰ روش ریلی ریتز	۳۲
فصل سوم – مبانی بهینه‌سازی و روش‌های آن	
۳-۱ مقدمه‌ای بر بهینه سازی	۴۰
۳-۲ پیشینه علمی بهینه سازی	۴۲
۳-۳ قالب کلی یک مسئله بهینه سازی	۴۳
۳-۴ الگوی بهینه سازی طراحی استاندارد	۴۴
۳-۵ تعاریف مهم	۴۸
۳-۶ روش‌های یافتن جواب بهینه	۴۸

۳-۶-۱ روش‌های بهینه یابی کلاسیک ۴۹
۳-۶-۲ روش‌های بهینه یابی عددی ۴۹
۳-۷ انواع مسائل بهینه سازی ۵۱
۳-۷-۱ روش‌های بهینه سازی نامقید ۵۱
۳-۷-۲ روش‌های بهینه سازی مقید ۵۲
۳-۸ روش تصویر گرادیان روزن ۵۳
۳-۹ روش متریک متغییّر ۵۷
فصل چهارم – بهینه سازی فرکانس ورق بیضوی
۴-۱ مقدمه ۵۹
۴-۲ هدف و تشریح مسئله ۶۰
۴-۳ بیان مسئله در قالب یک مسئله کلی بهینه سازی ۶۱
۴-۴ تشریح روند بهینه سازی مسئله ۶۲
۴-۴-۱ آنالیز دینامیکی سازه ۶۲
۴-۴-۲ آنالیز حساسیت ۶۳
۴-۴-۳ حل مسائل بهینه یابی ۶۴
۴-۵ بهینه سازی ضخامت صفحه برای بیشینه کردن فرکانس ۶۴
۴-۵-۱ آنالیز حساسیت فرکانس طبیعی نسبت به متغیرهای طراحی ۶۴
۴-۶ مسائل حل شده ۶۶
فصل پنجم – نتایج
۵-۱ مقدمه ۶۸
۵-۲ ارتعاش آزاد ورق بیضی با ضخامت یکنواخت ۶۹
۵-۲-۱ بررسی همگرایی نتایج ۷۰
۵-۲-۲ ارزیابی صحت و دقت نتایج از طریق مقایسه با مراجع موجود ۷۲
۵-۳ ارتعاش آزاد ورق بیضی با ضخامت متغیر ۷۵
۵-۳-۱ بررسی همگرایی نتایج ۷۵
۵-۳-۲ ارزیابی صحت و دقت از طریق مقایسه نتایج با مراجع ۷۷
۵-۴ بهینه سازی ضخامت ورق بیضی ۸۳
فصل ششم - نتیجه‌گیری و جمع بندی
۶-۱ مقدمه ۱۲۰
۶-۲ نتایج آنالیز ارتعاشی ورق بیضی ۱۲۰
۶-۳ نتایج بهینه‌سازی ورق بیضوی ۱۲۱

۶-۴ پیشنهادات ۱۲۴
مراجع ۱۲۵

چکیده

صفحات یکی از پرکاربردترین اجزاء و قطعات سیستم های صنعتی و سازه‌های باربر است و از جمله مهمترین و گسترده ترین کاربرد آن در مهندسی سازه و مکانیک در زمینه ساخت سازه‌هایی نظیر هواپیماها، فضاپیماها و سازه‌های دریایی است. یکی از نکات مهم طراحی چنین سازه‌هایی که در مقابل بارهای دینامیکی قرار دارند، ممانعت از پدیده تشدید است. از این رو در روند طراحی قطعات چنین سازه‌هایی، بیشینه کردن فرکانس‌های طبیعی توصیه می‌شود.

در این پایان نامه سعی بر این است تا با کاربرد علم بهینه سازی در طراحی بهینهٔ توپولوژی ضخامت یک صفحه بیضوی که در آنالیز ارتعاشی آن، نیاز به حل یک مسئله مقدار ویژه می‌باشد، توزیع بهینهٔ جرم و سختی برای کسب بیشینه فرکانس طبیعی بدست آید. به خاطر هندسه و شرایط مرزی پیچیده ورق بیضوی، حل مسئله دارای دشواری‌های خاصی می‌باشد. برای بدست آوردن توپولوژی بهینه ضخامت ورق بیضی، آن را جزء بندی کرده و با این کار متغیر طراحی را ضخامت هر جزء در نظر می گیریم. به این ترتیب فرکانس طبیعی اصلی ورق را به عنوان تابع هدف بیشینه می کنیم. محدودیت‌ها و قیود حاکم بر مسئله بر دو گونه‌اند: ۱) مجموع جرم اجزاء در طی روند بهینه یابی ثابت باقی بماند؛ ۲) ضخامت هرالمان از یک محدوده معین تجاوز ننماید.

حل مسئله مورد بحث در این پایان نامه به طورکلی به دو بخش آنالیز دینامیکی و حل مسئله بهینه یابی، قابل تقسیم است. در قسمت اول به حل مسئله ارتعاش آزاد ورق بیضی با ضخامت یکنواخت و متغیر تحت شرایط مرزی مختلف پرداخته شده است. در این قسمت از دو روش ریلی ریتز با استفاده از المان تعمیم یافته و اجزاء محدود استاندارد استفاده شده است. در تحلیل قسمت دوم به بهینه سازی نتایج حاصل از بخش قبلی پرداخته و در نهایت با استفاده از یکی از روش‌های عددی بهینه سازی، نحوهٔ توزیع بهینه جرم وسختی را برای بیشینه کردن فرکانس‌های طبیعی ورق، تحت شرایط مرزی گوناگون بدست آورده شده است. در این قسمت با انجام آنالیز حساسیت، میزان حساسیت فرکانس طبیعی ورق نسبت به متغیرهای طراحی تعیین می‌شود. سپس توپولوژی بهینه صفحات بیضیِ دارای نسبت شعاع‌های مختلف، تحت شرایط تکیه گاهی آزاد، مفصلی، گیردار،گیردار_مفصلی، گیردار_آزاد و آزاد_مفصلی در جهت بیشینه نمودن فرکانس طبیعی اصلی با اعمال قیود حاکم بر مسئله ارائه شده و اثر پارامترهای مختلف بر توپولوژی حاصل، بررسی شده است.

واژه های کلیدی: بهینه سازی، ورق بیضی، روش ریلی ریتز، روش اجزاء محدود

فصل اول
مقدمه

۱-۱ مقدمه‌ای بر طراحی بهینه

مهندسی متشکل از فعالیت‌های متعددی است که به صحیح‌ترین ساختار ممکن پایه‌ریزی شده‌اند و به شکل مناسبی در کنار هم قرار گرفته‌اند. این فعالیت‌ها عبارتند از تحلیل، طراحی، ساخت، فروش، پژوهش و توسعه سیستم‌ها. طراحی بهینهٔ سیستم‌ها یک زمینه اصلی در حرفه مهندسی محسوب می‌شود. فرآیند طراحی و ساخت سیستم‌ها طی قرن‌های متمادی تدوین شده و بکار رفته است. وجود ساختمان‌ها، پل‌ها، بزرگراه‌ها، خودروها، هواپیماها، فضاپیماها و دیگر سیستم‌های پیچیده، شاهدی عالی بر این مدعاست. با این همه، شاید به جرأت می‌توان گفت که تکامل این سیستم‌ها کند بوده است.

فرآیند طراحی مهندسی به صورت کلی بسیار پر هزینه و مستلزم گذشت زمان زیادی است و به منابع انسانی و هزینه زیادی نیاز دارد. بنابراین در گذشته، فرآیند طراحی مهندسی به صورت طراحی، ساخت و استفاده از یک سیستم، با توجه کمتری نسبت به بهینه بودن جزئیات آن تعریف می‌شده است.

سیستم‌های بهینه شده تنها هنگامی طراحی می‌شده، که قسمت اعظم سرمایه بازگردد. این سیستم‌های جدید (با عملکرد مشابه و یا بهتر)، کم هزینه‌تر و با بازدهی بیش‌تر بودند.

از طرفی انسانِ محصور در طبیعت، ذاتاً فعالیت‌هایش را به شکلی انجام می‌دهد که در مصرف مصالح و یا انرژی صرفه جویی شود و هزینه‌ها به حداقل برسد. این تمایل به بهینه کردن سیستم‌ها در واقع به خاطر استفاده از منابعِ محدود مصالح و انرژی موجود و به منظور بیشینه کردن بازدهی یا سود فرآیندهاست. با پیشرفت روز افزون دانش، انسان برای دستیابی به اهداف مورد نظر خود به شدت به طراحی مهندسی بهینه تمایل نشان داد.

روش‌های طراحی معمولی مهندسی امکان یافتن یک طرح قابل قبول را میسر می‌سازند. این گونه طراحی، تنها نیازهای عملی مسئله را برآورده می‌کند. در صورتیکه در بهینه یابی تنها قابل قبول بودن یک طرح مورد نظر نیست و معمولاً هدف، انتخاب بهترین طرح از بین طرح‌های قابل قبول و ممکن است. بهینه سازی[1] در مفهوم کلی عبارتست از رسیدن به بهترین نتیجه، در مورد یک عملیات، در حالیکه محدودیت‌های مشخصی رعایت شده باشند.

بنابراین طراحی بهینه را می‌توان به صورت «*بهترین طرح قابل قبول براساس یک معیار کیفی شایستگی از پیش تعیین شده*» تعریف کرد. هر مسئله‌ای که در آن کمیت‌های مشخصی با اعمال مجموعه‌ای از قیود بدست آید، می‌تواند به عنوان مسئله طراحی بهینه سازی تلقی شود. وقتی این رابطه انجام شد، می‌توان از مفاهیم و روش‌های استاندارد موجود در بهینه سازی برای حل مسئله استفاده کرد. بنابراین روش‌های بهینه سازی کاملاً کلی بوده و کاربرد وسیعی در زمینه‌های مختلف دارند و در واقع محدوده کاربرد آن‌ها تنها توسط مهارت مهندسان طراح محدود می‌شود.

در سال‌های اخیر، روش‌های عددی بهینه سازی به میزان زیادی توسعه و بهبود یافته‌اند. توجه فزاینده به کمبود مواد خام و نقصان شدید منابع انرژی شناخته شده، موجب تمایل به داشتن سازه‌هایی سبک، کارا، کم هزینه و مستحکم شده است. این روند به نوبه خود بر ضرورت آگاهی یافتن مهندسان از

[1] -Optimization

فنون بهینه سازی سازه‌ها تأکید می‌کند. در این راستا هدف این پایان نامه، کاربرد علم بهینه سازی در طراحی سازه‌ای که در آنالیز آن، حل یک مسئله مقدار ویژه مورد نظر است، قرار داده شده است.

۱-۲ پیشینه علمی مسئله

به دنبال پیشرفت‌های اخیر در ساخت کامپیوترهای با سرعت بالا، گام‌های بلندی در زمینه استفاده از روش‌های عددی در آنالیز سازه‌ها برداشته شده است. تحقق این امر مطرح نمودن مسائلی مانند آنالیز و بهینه سازی سازه‌ها را میسر ساخته است. با توجه به گستردگی تحقیقات در زمینه بهینه سازی سازه‌ها و مسائل ارتعاشی سازه‌ها، دراینجا تاریخچه‌ای از تحقیقات و پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه، اجمالاً بیان می‌گردد.

۱-۲-۱ پیشینه علمی ارتعاش آزاد ورق بیضوی

در سال‌های اخیر سازه‌های با وزن سبک و استحکام زیاد در بسیاری از کاربردهای مهندسی به طور گسترده مورد استفاده قرارگرفته است و در همین راستا آنالیز ارتعاشی صفحات با اشکال هندسی گوناگون مورد توجه فراوان واقع شده است. بطور کلی می‌توان گفت، تحقیقات انجام شده بر روی ارتعاش آزاد ورق‌های مستطیلی و دایره‌ای بسیار زیاد می‌باشد و کمتر به اشکالی مانند بیضی توجه شده است.

لیسا ۱۹۶۶، توانست ارتعاش یک صفحه بیضوی روی تکیه‌گاه ساده را بررسی کند. او با استفاده از روش ریلی ریتز و با یک تابع خیز شامل سه ترم، فرکانس اصلی ورق بیضی را با دقت خوبی بدست آورد[۱]. برس ۱۹۷۴، فرکانس‌های طبیعی ورق بیضوی آزاد را با روش ریلی ریتز محاسبه و با نتایج تجربی مقایسه کرد[۲]. ساتیامورتی ۱۹۸۴، با استفاده از معادلات میدان ون-کارمن[1]، پاسخ استاتیکی و دینامیکی غیرخطی یک ورق بیضوی ارتوتروپیک خطی را توسعه داد[۳]. سونمبلوم۱۹۸۹، فرکانس اصلی ارتعاش ورق‌های بیضوی مفصلی و گیردار با جرم متمرکز در وسط ورق را بدست آورد. وی برای بدست فرکانس اصلی از دو روش ریلی ریتز و اجزاء محدود استفاده کرد و نتایج خود را با هم مقایسه نمود[۴].

---

[1] Von-Karman

گوتیرز و همکاران ۱۹۹۰، بر روی مشخص کردن فرکانس اصلی ارتعاشی یک ورق بیضوی با تغییر ضخامت پله‌ای کار کردند. آن‌ها از روش ریلی ریتز کلاسیک استفاده کرده و نتایج خود را با روش اجزاء محدود مقایسه کردند[۵]. سینگ و همکاران ۱۹۹۱، توانستند یک رابطه تجربی برای محاسبه فرکانس اصلی و بار بحرانی کمانش ورق بیضوی برای نسبت شعاع‌های مختلف بدست آورند. این رابطه برای بیضی‌های با خروج از مرکز نسبتاً بزرگ هم، می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد[۶]. بات و راجالینگهام۱۹۹۱، با استفاده از مختصات قطبی تعمیم یافته، ارتعاش آزاد صفحه بیضوی را تحلیل کردند. آن‌ها از چند جمله‌ای‌های مشخصه متعامد مرزی در جهت شعاعی و از توابع مثلثاتی در جهت زاویه‌ای استفاده کردند و شش فرکانس اول ارتعاشی صفحه بیضوی را محاسبه کردند[۷]. لورا و همکاران ۱۹۹۱، ارتعاش ورق دایره‌ای دارای ضخامت ناپیوسته با شرایط مرزی ارتجاعی را در ۴ حالت خاص توسط روش ریلی ریتز بررسی کردند و نتایج خود را با نتایج روش اجزاء محدود مقایسه کردند و توافق خوبی بین نتایج مشاهده کردند[۸]. سینگ و چاکراورتی۱۹۹۲، توانستند ارتعاش ورق بیضوی را در دو مقاله جداگانه با شرایط مرزی کاملاً آزاد و کاملاً مفصلی بررسی کنند. آن‌ها با استفاده از روش ریلی ریتز و هم چنین چندجمله‌ای‌های مشخصه متعامد که شرایط مرزی را ارضاء می‌کرد، توانستند این کار را انجام دهند[۹]و[۱۰]. پراساد۱۹۹۲، ارتعاش صفحه بیضوی با تکیه‌گاه ساده و گیردار را با استفاده از یک تابع خیز سه ترمی و روش ریلی ریتز بررسی کرد و توانست برای حالت‌های تکیه گاه گیردار و تگیه گاه ساده فرمول بدست آوردن فرکانس اصلی را با دقت خوبی تخمین بزند[۱۱]. راجالینگام و همکاران ۱۹۹۳، ارتعاش متقارن ورق دایره‌ای و بیضوی را با استفاده از چند جمله‌ای‌های مشخصه متعامد مرزی و روش ریلی ریتز بررسی کردند[۱۲]. سینگ و چاکراورتی۱۹۹۴، ارتعاش ورق بیضوی دارای ضخامت متغیر را، با چندجمله‌ای‌های مشخصه متعامد که شرایط مرزی را ارضاء می‌کند، بررسی کردند. آن‌ها تابع تغییر ضخامت را به دو صورت خطی و درجه ۲ فرض کردند. در این روش آن‌ها برای پیدا کردن توابع شکل مناسب، از روش متعامد سازی گرام اشمیت[1] استفاده کرده و یک سری توابع مستقل متعامد بدست آوردند[۱۳]. بات و چاکراورتی۲۰۰۱، فرکانس‌های طبیعی ارتعاشی مدهای بالاتر ورق بیضوی حلقوی را برای هر ۹ شرایط مرزی با استفاده از چندجمله‌ای‌های مشخصه متعامد مرزی دو بعدی و همچنین روش

[1] Gram-Schmidt

ریلی ریتز بدست آوردند. دوازده فرکانس اول ورق بیضی حلقوی در این مقاله جدول شده است[۱۴]. لورا و همکاران ۲۰۰۱، ارتعاش آزاد ورق بیضوی با سوراخ دایره‌ای مرکزی را با استفاده از روش ریلی ریتز کلاسیک بررسی کردند[۱۵]. بایر و همکاران ۲۰۰۲، مطالعه‌ای پارامتری روی ارتعاش صفحات بیضوی گیردار با ضخامت متغیر بصورت سهمی، داشتند. آن‌ها در این مقاله از دو روش مومنت[1] و ریلی ریتز استفاده کردند و نتایج خود را با هم مقایسه کردند و در پایان هم تأثیر ضخامت روی فرکانس را بررسی کردند[۱۶]. کیم۲۰۰۳، مسئله ارتعاش آزاد ورق بیضوی و دایره‌ای را با روش ریلی ریتز و ایجاد یک چند جمله‌ای ساده به عنوان تابع مجاز برای مواد ارتوتروپیک خطی بررسی کرد. تأکید وی روی سادگی چند جمله‌ای برای هر سه نوع شرایط مرزی و ارائه حلی ساده برای انتگرال‌گیری مسئله بود[۱۷]. صالح۲۰۰۳، توانست ارتعاش جانبی صفحه بیضوی که دارای تغییرات ضخامت خطی بود را برای شرایط تکیه‌گاهی نیمه گیردار_ نیمه مفصل بررسی کند[۱۸]. همچنین وی ۲۰۰۴، فرکانس‌های طبیعی ورق بیضوی با شرایط تکیه‌گاهی نیمه گیردار_ نیمه آزاد و همچنین نیمه مفصل_ نیمه آزاد و تغییرات ضخامت خطی را در دو مقاله جداگانه بدست آورد[۱۹]و[۲۰]. یانگ و همکارش ۲۰۰۵، ارتعاش آزاد ورقهای مدور دارای تغییرات ضخامت پله‌ای، در هر سه شرایط مرزی را با استفاده از تئوری صفحات ضخیم(تئوری میندلین) بررسی کردند[۲۱]. چونگ و همکاران ۲۰۰۷،اثر بستر ارتجاعی روی ارتعاش ورقهای بیضوی ارتوترپیک با ضخامت متغیر خطی را با روش ریلی ریتز بررسی کردند. آن‌ها تغییرات ضخامت را به صورت پیوسته فرض کردند. در این بررسی از چند جمله‌ای‌های مشخصه متعامد مرزی به دلیل دقت خوب این چند جمله‌ای‌ها استفاده شده است[۲۲]. نالیم و همکاران ۲۰۰۸، ارتعاش آزاد صفحات مدور و بیضوی لایه لایه متقارن و حلقوی را با اعمال اثرات یک سری پیچیدگی‌های فرضی خاص بررسی کردند. این پیچیدگی‌ها شامل بررسی اثر سوراخ داخلی، تکیه گاه حلقوی داخلی، جرم‌های متمرکز و تکیه گاه ارتجاعی در برابر دوران و انتقال می‌باشد. برای حل مسئله نیز از روش ریلی ریتز و توابع شکل چند جمله‌ای عمومی استفاده کردند[۲۳]. مایز و همکاران۲۰۰۹، ارتعاش آزاد ورق نازک بیضوی گیردار که تحت بار متمرکز در یک نقطه دلخواه از سطح ورق است را با استفاده از روش ریلی ریتز بررسی کردند[۲۴].

[1] Moment Method

۱-۲-۲ پیشینه علمی بهینه سازی سازه

اگرچه بهینه سازی موضوعی بسیار قدیمی است وتاریخچه آن به زمان گالیله در قرن ۱۷ باز می‌گردد، لیکن از جمله اولین کارهای تحلیلی در بهینه سازی سازه، درسال ۱۸۶۹توسط ماکسول بر روی وزن خرپاها صورت گرفت. بحث بهینه سازی سازه بسیار وسیع بوده و به همین دلیل در این مبحث، سعی می‌کنیم، تاریخچه‌ای از کارهای انجام شده در این مورد با تأکید بر موضوع بهینه سازی ارتعاشی ورق به اختصار بیان کنیم.

حل مسئله طراحی بهینه صفحه مدور ارتعاشی اولین بار توسط الهاف ۱۹۷۰، ارائه شد. الهاف نشان داد که با فرض حالت متقارن مسئله به یک مسئله مقدار ویژه معمولی غیرخطی و منفرد اما همگن تبدیل می‌شود و توانست یک جواب تقریبی برای این مسئله ارائه کند[۲۵]. باویکاتی و همکارش ۱۹۸۰، با استفاده از برنامه ریزی غیر خطی دیسک‌های دوار را بهینه کردند. آن‌ها سه نوع تابع هدف را مورد بررسی قرار دادند. شکل سطح مقطع با یک چند جمله‌ای مرتبه ۵ بیان شده و با روش اجزاء محدود و استفاده از المان‌های ایزوپارامتریک آنالیز تنش، انجام شده است[۲۶]. هفتکه و پراساد۱۹۸۱، درباره طراحی بهینه اجزای صفحه‌ای خمشی ارتعاشی کتاب شناسی جامعی ارائه کردند که برای اطلاعات بیشتر می‌توان به آن مراجعه کرد[۲۷]. هینتون و همکاران ۱۹۹۳و۱۹۹۴، در سه مقاله جداگانه با استفاده از روش اجزاء محدود، ارتعاش آزاد صفحات و پوسته‌های دورانی را بررسی کردند.آن‌ها خانواده‌ای از المان‌های محدود را بسط دادند که دارای ویژگی‌های ضخامت متغیر، انحنادار و متقارن محوری رایزنر- ماینـدلین[1] هستند. سپس بهینه سازی شکل صفحات و پوسته‌های متقارن را مورد بررسی قرار دادند[۲۸]،[۲۹] و [۳۰]. جاروسلاو و همکاران۱۹۹۸، فرکانس اصلی قاب‌های فضایی را با اعمال قید حجم ثابت بیشینه کردند[۳۱]. اوزاکا و همکاران۲۰۰۳، در دو مقاله جداگانه با استفاده از روش اجزاء محدود، صفحات دایروی و حلقوی را مورد بررسی قرار دادند.ایشان خانواده‌ای از المان‌های محدود ضخامت متغیر، منحنی و متقارن رایزنر- ماینـدلین را توسعه دادند، که شامل تغییر شکل‌های برشی و اثرات چرخشی اینرسی بودند؛ سپس بار کمانشی صفحات مدور ضخامت متغیر را بهینه کردند[۳۲]. اسپریکلز و همکارش ۲۰۰۳، یک روش تغییرات جدید برای ورق گیردار و مسائل بهینه سازی مربوط به آن ارائه دادند. این روش

[1] Mindlin-Reissner

اجـازه مـی‌دهـد کـه صـفحات دارای ناپیوسـتگی در ضـخامت مطالعـه شـوند[۳۳]. ناریتـا ۲۰۰۳، بـرای اولـین بـار توانسـت بـه روش بهینـه سـازی لایـه‌ای مـاکزیمم فرکـانس اصـلی ورق‌هـای کـامپوزیتی لایـه لایـه را بدسـت آورد[۳۴]. نجفـی ۲۰۰۳، بـر روی بهینـه‌سـازی ضـخامت صـفحات مربعـی و مسـتطیلی بـرای بیشـینه کـردن فرکـانس و بـار بحرانـی کمانشـی، کـار کـرد[۴۶]. برمـک و همکـارش۲۰۰۶، ضـخامت بهینـه صـفحات حلقـوی دایـره‌ای بـرای بیشـینه کـردن بـار کمانشـی محاسـبه کردنـد. آن‌هـا بارگـذاری را یکنواخـت، متقـارن محـوری و در لبـه داخلـی و خـارجی اعمـال کردنـد[۳۵]. کرنـال و همکـاران۲۰۰۸، بـا روش بهینـه سـازی لایـه‌ای بیشـینه فرکـانس اصـلی ورق‌هـای کـامپوزیتی لایـه لایـه را بـرای ترکیبـی از هـر سـه شـرط مـرزی در ورق‌هـای مسـتطیلی بدست آوردند[۳۶].

۱-۳ هدف و تشریح مسئله

صـفحات یکـی از اجـزاء بسـیار مهـم سـازه‌هـا بـه شـمار مـی‌آینـد و بـه وفـور در کاربردهـای مهندسـی، سـازه‌هـای معمـاری، پـل‌هـا، سـازه‌هـای هیـدرولیکی، ابزارهـا، اجـزاء ماشـین و ... مـورد اسـتفاده قـرار مـی‌گیرنـد. کـاربرد فـراوان ورق در صـنعت، ضـرورت بررسـی ورق تحـت شـرایط مختلـف و اشـکال هندسـی گونـاگون و تحلیـل پاسـخ اسـتاتیکی و دینـامیکی آن را نشـان مـی‌دهـد. همـین کـاربرد وسـیع صـفحات در صـنعت و سیسـتم‌هـای بـاربر، همچنـین هندسـه‌هـای مختلـف آن از جملـه صـفحات بیضـوی، ایـده بررسـی دقیـق و تحلیـل بهینه آن‌ها را در ذهن یک محقق، باعث می‌گردد.

اشـکال هندسـی گونـاگون ورق در مسـائل طراحـی، ممکنسـت مهنـدس طـراح را مجبـور بـه طراحـی صفحاتی غیـر از مسـتطیل و دایـره کنـد. هنگـامی کـه شـکل ورق طراحـی شـده بیضـی و یـا شـبیه بیضـی باشـد، در آنالیزهـای تئـوری ورق مـی‌توانـد بـه عنـوان یـک بیضـی مـدل شـود؛ بـه عنـوان مثـال یـک صـفحه مسـتطیلی بـا گوشـه‌هـای پـخ و یـا مسـتطیلی کـه در دو سـمت آن نـیم دایـره قـرار گرفتـه، مـی‌توانـد بـه عنـوان بیضـی در نظـر گرفتـه شـود. صـفحات بیضـوی دارای اهمیـت خاصـی در مصـارف صـنعتی از قبیـل پنجـره‌هـا و یـا دریچـه‌هـای موجـود در بدنـه هواپیماهـا، سـفینه‌هـا، زیردریـایی‌ها،کشـتی‌هـا، ورق‌هـای انتهـایی و سـرپوش‌هـای مخـازن تحـت فشـار، میکروسـویچ‌هـا، دیـافراگم پمـپ‌هـا، کـلاچ‌هـا، دیسـک‌هـای تـوربین و ... مـی‌باشـد و قطعـاً بهینـه سـازی اقتصادی آن یکی از نیازهای صنعت امروز می‌باشد.

به جرأت می‌توان گفت که حساس‌ترین و گسترده ترین کاربرد صفحات در مهندسی سازه و مکانیک در زمینه ساخت سازه‌هایی نظیر هواپیماها، فضاپیماها و سازه‌های دریایی است. یک عامل بسیار مهم تعیین کننده در طراحی قطعات مختلف چنین سازه‌هایی، مقدار فرکانس طبیعی آن‌هاست؛ چراکه چنین سازه‌هایی عملاً تحت اثر بارهای ارتعاشی شدیدی قرار می‌گیرند؛ مثلاً در یک هواپیمای در حال پرواز در هوای طوفانی و یا کشتی در حال حرکت در دریای طوفانی، تابع تحریک بارگذاری به طور کامل و دقیق قابل تعریف نیست. لذا یکی از موارد مهم در طراحی سازه‌هایی که در مقابل بارهای دینامیکی قرار دارند، ممانعت از پدیده تشدید (رزونانس) است. از این رو سعی می‌شود که فرکانس‌های طبیعی سازه از فرکانس غالب در بارگذاری دور نگه داشته شود و در طراحی قطعات چنین سازه‌هایی، بیشینه کردن فرکانس‌های طبیعی بسیار توصیه می‌شود.

در این رساله سعی بر این است تا با کاربرد علم بهینه سازی در طراحی بهینهٔ توپولوژی ضخامت یک صفحه بیضوی که در آنالیز ارتعاشی آن، نیاز به حل یک مسئله مقدار ویژه می‌باشد، توزیع بهینهٔ جرم و سختی برای کسب بیشینه فرکانس طبیعی بدست آید. به خاطر هندسه و شرایط مرزی پیچیده ورق بیضوی، حل مسئله دارای دشواری‌های خاصی می‌باشد. ازجمله مشکلاتی که می‌توان به آن اشاره کرد، اینست که به دلیل هندسه خمیده مرز ورق، درونیابی دقیق آن با استفاده از توابع مقدماتی امکانپذیرنبوده که خود این مسئله باعث بالا رفتن خطا در حل مسئله به روش‌های متداول اجزاء محدود می‌گردد. همچنین تحلیل بهینه صفحات با هندسه بیضوی در تاریخچه موضوع به چشم نمی‌خورد و بنابر دلایل فوق به نظر می‌رسد، تحلیل و بررسی آن از نقطه نظر تحقیقاتی حائز اهمیت باشد. این بود که این موضوع در چهارچوب یک پایان نامه کارشناسی ارشد مطرح گردید. در این پایان‌نامه، اجمالاً دستیابی به اهداف زیر مورد نظر می‌باشد:

۱- بررسی ارتعاش آزاد ورق بیضوی با ضخامت یکنواخت و پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی آن، تحت شرایط مرزی گوناگون.

۲- بررسی ارتعاش آزاد ورق بیضوی با ضخامت متغیر و پیدا کردن فرکانس‌های طبیعی آن، تحت شرایط مرزی گوناگون.

۳- بررسی میزان حساسیت فرکانس طبیعی یک ورق، نسبت به متغیرهای طراحی آن،که در این رساله پارامتر طراحی، ضخامت المان‌های مختلف در نظر گرفته می‌شود.

۴- بررسی نحوه توزیع جرم و سختی برای بیشینه کردن فرکانس‌های طبیعی ورق بیضی، تحت شرایط مرزی مختلف، به نحوی که در طی روند بهینه سازی جرم کل صفحه ثابت باقی بماند.

۱-۴ روند حل

مراحل حل مسئله مورد نظر در این پایان نامه شامل موارد زیر می‌باشد:

۱- درون یابی میدان تغییر شکل، سازگار با شرایط مرزی و هندسه بیضوی ورق بر حسب مختصات تعمیم یافته و یا بردار جابجایی گره‌ها.

۲- ارائه فرم ضعیف معادلات تعادل حاکم بر رفتار ارتعاش آزاد یک ورق بر حسب متغیرهای وابسته، که در این مسئله متغیرهای وابسته علاوه بر مختصات تعمیم یافته،شامل برداری از ضخامت‌های ورق نیز می‌باشند.

۳- بیشینه کردن فرکانس بر حسب متغیرهای وابسته که منجر به یک روند تحلیل غیر خطی می‌گردد.

۴- ارائه فرم تکراری در خصوص حل مسئله.

۵- استخراج نتایج

از آنجا که در طی روند بهینه سازی مسئله، ناگزیر به تحلیل دینامیکیِ صفحاتی هستیم که المان‌های مختلف آن‌ها ضخامت‌های متفاوتی نسبت به یکدیگر دارند، دقت و کارایی روش‌های مورد استفاده برای آنالیز دینامیکی از اهمیت بسزایی برخوردار است. به همین علت در این رساله سعی برآن خواهد بود که از روشی که کارایی بهتری داشته باشد، استفاده گردد. یک روش معمول برای آنالیز صفحه روش اجزاء محدود استاندارد می‌باشد. روش دیگری که می‌تواند مورد استفاده قرار گیرد، روش ریلی ریتز است. در ادامه اجمالا به معرفی این دو روش که در آنالیز مسئله از آن‌ها استفاده خواهد شد، می‌پردازیم.

۱-۴-۱ روش اجزاء محدود استاندارد

روش اجـزاء محـدود یـک ابـزار قـوی بـرای حـل عـددی محـدوده وسـیعی از مسـائل مهندسـی اسـت. دامنـه کـاربرد آن شـامل طیـف وسـیعی از قبیـل تحلیـل تـنش و تغییرشـکل بـرای سـازه، سـاختمان، پـل، هواپیمـا، اتومبیل، تا حـل مسـائلی نظیـر انتقـال حـرارت، میـدان مغناطیسـی وسـایر مسـائل جریـان سـیالات مـی‌شـود. در ایـن روش محیط پیوسته بـه اجـزای هندسـی سـاده و کـوچکی کـه جـزء یـا المـان نامیـده مـی‌شـوند، تقسـیم مـی‌گـردد. این عمل را جزءبندی (مش بندی) کردن و نقاط مشترک اجزاء را گره می‌نامند.

تـنش‌هـای داخلـی اجـزاء بـر حسـب مشـتقات میـدان‌هـای تغییرمکـان‌هـای مجهـولِ هـر یـک از ایـن اجـزاء تعریـف مـی‌گـردد. بـا توجـه بـه ترتیـب قرارگیـری اعضـا در کنـار یکـدیگر، معـادلات آن‌هـا مونتـاژ[1] شـده و بـا منظـور کـردن نیـروهـای خـارجی و شـرایط تکیـه گـاهی در محـل گـره‌هـا، معـادلات تعـادل کـل سیسـتم بدسـت مـی‌آیـد. ایـن معـادلات نیـروهـای گـره‌ای را بـه تغییـر مکـان‌هـای گـره‌ای ربـط مـی‌دهنـد و ثابـت‌هـای آن‌هـا مشخصات هندسی و سـختی‌هـای الاسـتیک اجـزاء محـدود مـی‌باشـند. بـا حـل ایـن معـادلات تغییرمکـان گـره‌هـا و در پی آن تنش‌های داخلی محاسبه می‌شوند.

۱-۴-۲ روش ریلی ریتز با استفاده از المان تعمیم یافته

در ایـن روش بـرخلاف روش اجـزاء محـدود اسـتاندارد، محـیط پیوسـته جزءبنـدی نمـی‌شـود، بلکـه کـل محیط پیوسته بصـورت یـک المـان واحـد در نظـر گرفتـه مـی‌شـود و رابطـه بـین تـنش‌هـا و کـرنش‌هـا بـا توجـه بـه توابع شکل مناسـبی کـه روی کـل دامنـه صـفحه تعریـف شـده و شـرایط مـرزی هندسـی را ارضـا مـی‌نماینـد، بیـان می‌شـود. بـدیهی اسـت یـک انتخـاب مقتضـی بـرای بیـان توابـع شـکل بـه منظـور اطمینـان از دقـت زیـاد بـرای حـل نهایی دارای اهمیـت زیـاد اسـت. بنـابراین تمایـل بـر آن اسـت کـه توابـع شـکل بـا واقعیـت سـازگار باشـند. مطلـب فـوق یـک دسـتگاه معـادلات جبـری را بیـان مـی‌کنـد کـه حـل آن، پـارامترهـای مجهـول کـه در واقـع همـان مختصات تعمیم یافته هستند را نتیجه می‌دهد.

از آن جـایی کـه در صـنعت کـاربرد، آنـالیز و طراحـی تـنش‌هـا و کـرنش‌هـا در سـطح ورق، تحـت اثـر بارهـای بهـره‌بـرداری از نظـر مهندسـی بسـیار حـائز اهمیـت اسـت، از جملـه مزایـای روش اخیـر، پیوسـتگی و دقـت

[1] Assemble

در توزیع تنش و کرنش در سطح ورق می‌باشد. یکی دیگر از مشکلات تحلیل صفحات به روش‌های متداول اجزاء محدود مربوط به هندسه مرزی آن‌هاست که این روش، رفع اشکال این مورد را نیز تحت الشعاع قرار می‌دهد. تحلیل مسئله اخیر در نهایت منجر به یک دستگاه معادلات غیر خطی خواهد شد. از دیگر مزایای حائز اهمیت این روش همگرایی سریع در حل این مسائل می‌باشد.

۱-۵ محتوای فصول بعدی

پایان نامه حاضر شامل شش فصل می‌باشد. در فصل اول مقدمه‌ای بر بهینه سازی و تحلیلی بر مسئله مورد بحث در این پایان نامه را داشتیم. در فصل دوم، به آنالیز ارتعاش آزاد ورق بیضوی خواهیم پرداخت. در همین راستا از دو شیوهٔ ریلی ریتز و اجزاء محدود را برای تحلیل مسئلهٔ ارتعاشی بکار خواهیم برد. فصل سوم به مبانی و مفاهیم بهینه سازی اختصاص یافته است و شامل اصول و تعاریف کلی و اولیهٔ مباحث مطرح شده در بهینه سازی استاندارد می‌باشد. در فصل چهارم، به حل مسئله بهینه سازی مورد بحث پرداخته و تحلیل نهایی انجام شده است.در فصل پنجم، نتایج بدست آمده از این تحلیل به طور مفصل آورده شده است. نهایتاً، جمع بندی و نتیجه گیری حاصل از پایان نامه، به طور اجمالی در فصل ششم آورده شده است.

فصل دوم
ارتعاش آزاد ورق بیضی

۲-۱ مقدمه

بطور کلی صفحات سازه‌های مسطحی هستند که ضخامت آن‌ها در مقایسه با دو بعد دیگرشان بسیار کوچکتر است. از نظرمهندسی مرزهای صفحات می‌تواند خطوط مستقیم و یا منحنی بوده و از نظر سازه ای، شرایط مرزی صفحه می‌تواند یکی از حالت مفصلی، گیردار، آزاد، الاستیک و یا ترکیبی از این شرایط باشد. صفحات بارهای استاتیکی و دینامیکی را عمدتاً بصورت عمود برسطح خود، تحمل می‌کنند. سختی خمشی یک ورق در مقایسه با دیگر ابعاد ورق صرفاً به ضخامت آن وابسته است. صفحات را می‌توان به سه دستهٔ ورق‌های نازک با خیز کوچک، ورق‌های نازک با خیز بزرگ و ورق‌های ضخیم تقسیم بندی کرد.

بر طبق معیاری که اغلب در تعریف یک ورق نازک استفاده می‌شود، نسبت ضخامت به حداقل بعد باید کمتر از یک به بیست، باشد. صفحات نازک در واقع زیر مجموعه‌ای از صفحات ضخیم هستند که به دلیل کاربرد بیش‌تر و سهولت محاسبات، از مجموعه صفحات ضخیم جدا شده‌اند. در حقیقت در