

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی برق - کنترل

طراحی کنترل کننده تطبیقی پایدار برای سیستم با اشباع ورودی و مقاوم در برابر اغتشاش

توسط:

بابک ابراهیمی لامع

استاد راهنما:

دکتر حمید خالوزاده

استاد مشاور:

دکتر علی خاکی صدیق

زمستان ۱۳۹۱

تأییدیه هیات داوران

(برای پایان نامه)

اعضای هیئت داوران، نسخه نهائی پایان نامه خانم / آقای:

را با عنوان:

از نظر فرم و محتوی بررسی نموده و پذیرش آن را برای تکمیل درجه کارشناسی / کارشناسی ارشد تأیید می کند.

امضاء	رتبه علمی	نام و نام خانوادگی	اعضای هیئت داوران
			۱- استاد راهنما
			۲- استاد مشاور
			۳- استاد ممتحن
			۴- استاد ممتحن
			۵- نماینده تحصیلات تکمیلی

چکیده

در این پایان نامه برای گروهی از سیستم‌های دینامیکی خطی با پارامترهای نامعلوم، یک روش کنترل تطبیقی مدل مرجع به حالت فیدبک خروجی تعمیم یافته است، به طوری که تطبیق پایدار را در حضور اشباع ورودی تضمین می‌نماید. برای سیستم‌هایی که در حالت حلقه باز پایدارند، پایداری سیستم حلقه بسته به صورت سراسری و برای سیستم‌های به صورت حلقه باز ناپایدار، سیستم حلقه بسته به شکل محلی پایدار می‌گردد. در این روش به ازای برقراری شرایطی می‌توان تضمین نمود که سیگنال کنترل تطبیقی وارد ناحیه اشباع نگردد. علاوه بر این، با توجه به این که مدل خطای استفاده شده در مسئله به حالت استاندارد مورد استفاده در کنترل تطبیقی مقاوم است، با استفاده از یکی از کنترل تطبیقی مقاوم، مقاومت سیستم در برابر اغتشاشات محدود افزایش پیدا کرده است. این کار با اعمال روش اصلاح- σ انجام پذیرفته است. شبیه‌سازی یک سیستم با درجه نسبی ۲ نتایج حاصل شده را تایید می‌کند.

کلید واژه: کنترل تطبیقی، اشباع ورودی، اصلاح مدل مرجع، فیدبک خروجی، کنترل تطبیقی مقاوم.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
ج	فهرست شکل‌ها
۱	فصل ۱- مقدمه
۲	۱-۱- پیشگفتار
۳	۲-۱- انگیزه انجام تحقیق
۴	۳-۱- تاریخچه
۵	۴-۱- ساختار گزارش
۷	فصل ۲- مفاهیم اولیه
۸	۱-۲- مقدمه
۸	۲-۲- کنترل تطبیقی مدل مرجع پایدار
۸	۱-۲-۲- مقدمه
۹	۲-۲-۲- شرایط مسئله
۱۰	۳-۲-۲- کنترل تطبیقی برای سیستم‌های با درجه نسبی یک
۱۱	۱-۳-۲-۲- حالت (۱): kp نامشخص
۱۲	۲-۳-۲-۲- حالت (۲): صفرهای نامشخص
۱۴	۳-۳-۲-۲- حالت (۳): قطب‌های نامشخص
۱۶	۴-۳-۲-۲- حالت کلی ($n \neq 1$)
۱۹	۴-۲-۲- کنترل تطبیقی برای سیستم‌های با درجه نسبی $n \geq 2$
۲۰	۱-۴-۲-۲- بخش جبری به ازای $n \geq 2$
۲۰	۲-۴-۲-۲- بخش تحلیلی به ازای $n \geq 2$
۲۱	۳-۴-۲-۲- حالت kp مشخص
۲۳	۴-۴-۲-۲- حالت kp نامشخص
۲۴	۳-۲- کنترل تطبیقی مقاوم
۲۵	۱-۳-۲- شرایط مسئله
۲۶	۲-۳-۲- روش نشتی
۲۸	فصل ۳- کنترل تطبیقی در حضور محدودیت‌های ورودی
۲۹	۱-۳- مقدمه

۲۹	۲-۳	روش کنترل تطبیقی در حضور اشباع ورودی
۲۹	۱-۲-۳	شرایط مسئله
۳۰	۲-۲-۳	ساختار کنترل
۳۱	۳-۲-۳	تضمین محدود ماندن حالت ها
۳۴	۳-۳	روش اصلاح- μ و تضمین ماندن عملکرد سیستم در ناحیه خطی
۳۵	۱-۳-۳	شرایط مسئله
۳۵	۲-۳-۳	روش اصلاح- μ و دینامیک سیستم حلقه بسته
۳۸	۳-۳-۳	مدل مرجع تطبیقی و دینامیک خطا
۳۹	۴-۳-۳	تحلیل پایداری
۴۵	۵-۳-۳	شبیه سازی سیستم درجه یک با روش کنترل اصلاح- μ
۴۸	۴	فصل ۴ - اصلاح- μ با فیدبک خروجی و مقاوم در برابر اغتشاش
۴۹	۱-۴	مقدمه
۴۹	۲-۴	اصلاح- μ با فیدبک خروجی
۵۱	۳-۴	تحلیل پایداری
۵۳	۴-۴	کنترل تطبیقی مقاوم با استفاده از روش اصلاح- σ
۵۵	۵	فصل ۵ - شبیه سازی ها
۵۶	۱-۵	مقدمه
۵۶	۲-۵	کنترل تطبیقی سیستم با درجه نسبی ۲
۶۳	۶	فصل ۶ - نتیجه گیری و ارائه پیشنهادات
۶۴	۱-۶	نتیجه گیری
۶۴	۲-۶	پیشنهادات
۶۵		فهرست مراجع
۶۶		واژه نامه فارسی به انگلیسی
۶۷		واژه نامه انگلیسی به فارسی

فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۱۲	شکل ۱-۲: kp نامشخص
۱۳	شکل ۲-۲: کنترل کننده با صفرهای نامشخص
۱۵	شکل ۳-۲: کنترل کننده تطبیقی با قطب‌های نامشخص
۱۷	شکل ۴-۲: کنترل کننده تطبیقی در حالت کلی ($n \neq 1$)
۲۴	شکل ۵-۲: خطای افزوده، (kp) نامشخص
۴۵	شکل ۱-۳: عملکرد سیستم به ازای $\mu = 0$ و ۱
۴۶	شکل ۲-۳: ناکارایی کنترل به ازای $\mu = 0$ و ۱
۴۶	شکل ۳-۳: عملکرد سیستم به ازای $\mu = 10$ و ۱۰۰
۴۷	شکل ۴-۳: ناکارایی کنترل به ازای $\mu = 10$ و ۱۰۰
۵۷	شکل ۱-۵: عملکرد سیستم با درجه نسبی ۲ به ازای $\mu = 0$
۵۷	شکل ۲-۵: عملکرد سیستم با درجه نسبی ۲ به ازای $\mu = 1$
۵۸	شکل ۳-۵: ناکارایی سیگنال کنترلی به ازای $\mu = 0$ و ۱
۵۸	شکل ۴-۵: عملکرد سیستم با درجه نسبی ۲ به ازای $\mu = 20$ و $\delta = 0.2umax$
۵۹	شکل ۵-۵: عملکرد سیستم با درجه نسبی ۲ به ازای $\mu = 100$ و $\delta = 0.2umax$
۵۹	شکل ۶-۵: ناکارایی سیگنال کنترلی به ازای $\mu = 20$ و ۱۰۰
۶۰	شکل ۷-۵: پاسخ سیستم حلقه بسته و سیگنال کنترل در هنگام اعمال اغتشاش کراندار خروجی
۶۰	شکل ۸-۵: پاسخ سیستم حلقه بسته با روش اصلاح- σ به ازای $\mu = 0$
۶۱	شکل ۹-۵: سیگنال کنترل سیستم حلقه بسته با روش اصلاح- σ به ازای $\mu = 0$
۶۱	شکل ۱۰-۵: پاسخ سیستم حلقه بسته با روش اصلاح- σ به ازای $\mu = 50$
۶۲	شکل ۱۱-۵: سیگنال کنترل سیستم حلقه بسته با روش اصلاح- σ به ازای $\mu = 50$

فصل ۱ - مقدمه

۱-۱- پیشگفتار

آغاز پروژه X-15 به سال ۱۹۵۲ بازمی‌گردد. آن سال مصادف می‌شد با اولین پرواز هواپیمای YB-52 و انجمن هوانوردی آمریکا در کشمکش افزایش سرعت هواپیماها از ماخ ۱.۵ به ماخ ۲ بود؛ اگرچه آرزوی اصلی آن‌ها در رسیدن به سرعت‌ها و ارتفاع بیشتر و در نهایت رسیدن به مدار زمین می‌نمود. به همین علت بود که در همان سال انجمن ملی مشاوره هوانوردی^۱ توصیه نمود که تحقیقات در راستای پرواز در سرعت‌های ماخ ۱۰ تا ۱۲ و همچنین ارتفاع ۲۰ تا ۸۰ کیلومتر از سطح دریا افزایش یابد.

هواپیمای X-15 دارای ۱۵ متر طول بود و همچنین طول بال‌های آن به ۶.۷ متر می‌رسید. در هنگام حمل مهمات حدود ۱۵۰۰۰ کیلوگرم و در حالت خالی ۶۸۰۰ کیلوگرم وزن داشت. همچنین سطوح کنترلی پروازی آن به صورت هیدرولیکی عمل می‌کردند.

هر سه عدد X-15 ساخته شده، از یک سیستم کنترل دمپینگ ساده که متشکل از یک سیستم فیدبک نرخ^۲ در کلیه محورهای هواپیما بود استفاده می‌کردند. اما هواپیمای سوم در طول یک تست ساده پروازی حتی قبل از آنکه بتواند از زمین بلند شود دچار آسیب‌دیدگی شدیدی شد؛ هنگامی که دوباره مرمت گردید به یک سیستم کنترل پروازی تطبیقی مجهز گردید که شامل بهره‌های میراکننده تطبیقی، فرمان‌های افزوده شده، برخی مدهای اتوپایلوت و همچنین مخلوطی از کنترل‌کننده‌های آیروپنایمیکی و بالستیکی شده بود.

پروژه X-15 یکی از نخستین هواپیماهایی بود که از کنترل تطبیقی در سیستم‌های خود بهره می‌گرفت، به طوری که به منظور انجام عملکرد یکنواخت هواپیما در حالت‌های مختلف پروازی، تعدادی از پارامترهای آن به شکل تطبیقی تنظیم می‌شدند. طراحی اولیه سیستم کنترلی جدید در سال ۱۹۵۵ آغاز شد و کل آن برنامه موجب حدود ۲۰۰ پرواز موفق از ۱۹۵۱ تا ۱۹۶۸ گردید [۱]. کل طرح تا حدود زیادی یک موفقیت محسوب می‌شد.

یک استثنا برای آن حادثه مهیبی بود که در ۱۵ نوامبر سال ۱۹۶۷ رخ داد. در آن روز X-15 No.3 پروازی داشت که در آن قرار بود یک سیستم هدایت پیشران^۳ مورد ارزیابی قرار گیرد. در طول پرواز، یک اغتشاش الکتریکی توجه خلبان را منحرف کرد و به آرامی کنترل هواپیما را کاهش داد. با افزایش ارتفاع، جهت حرکت هواپیما انحراف پیدا کرد و در ارتفاع اوج، ۱۵ درجه به سمت چپ منحرف شد. با شروع به کاهش ارتفاع، در ۷۰ هزار متری هواپیما ناگهان شروع به چرخش به دور خود نمود. هنگامی که در ارتفاع

¹ National Advisory Committee for Aeronautics(NACA)

² Rate-Feedback

³ Boost

۳۶ هزار متر خلبان توانست کنترل سیستم‌ها را به دست گیرد دوباره کاهش ارتفاع شدید آغاز شد. در حالت تئوری خلبان در موقعیت مناسبی بود تا بتواند از وضعیت سقوط خارج شده و فرود اضطراری انجام دهد، اما به علت بهره زیاد کنترل‌کننده تطبیقی و اشباع عملگرها هواپیما در جهت محور فراز^۱ به نوسان درآمد و بالاخره در ارتفاع ۲۰ هزار متری در هم شکست.

از زمان سقوط X-15 تاکنون توجه بیشتری به مقاوم نمودن کنترل‌کننده‌های تطبیقی معطوف شده است. از آنجا که علت اصلی سقوط، انحراف در پارامترها شناخته شده بود تئوری کنترل تطبیقی تا حدود ۳۰ سال بعد جایی در صنعت هوافضا پیدا نکرد. در میان علل بی‌شمار این انحراف، اشباع عملگرها نقش مهمی را بازی می‌کرد.

۱-۲- انگیزه انجام تحقیق

تقریباً تمامی سیستم‌های فیزیکی دارای محدودیت‌هایی در سیگنال‌های ورودی و کنترلی خود هستند. این‌که تصور کنیم تنها به صرف طراحی مناسب یک کنترل‌کننده و با داشتن مدلی تقریبی از سیستم و بدون در نظر گرفتن محدودیت‌هایی که در عمل و به هنگام اعمال کنترل به سیستم با آن‌ها مواجه می‌شویم، قادر هستیم تا پایداری حلقه بسته یک سیستم را تضمین کنیم، اگرچه ممکن است در بدو امر موضوعی معقول به نظر رسد، اما برای فردی که در عمل با طراحی سیستم‌های کنترلی سروکار دارد امری دور از ذهن است.

محدودیت‌های ورودی موضوعی است که بیشتر سیستم‌های فیزیکی به نحوی با آن درگیرند، از این رو عملکرد انواع کنترل‌کننده‌ها در حضور این عامل غیرخطی دستخوش تغییراتی می‌گردد. گسترش روش‌های مختلف و همچنین ایجاد تغییرات در کنترل‌کننده‌های مرسوم به منظور مواجهه با این پدیده امری لازم است.

اهمیت کنترل تطبیقی در حضور محدودیت‌های ورودی را می‌توان با استفاده از کاربرد آن در هواپیماهای بدون سرنشین تشریح کرد. سیستم کنترل پرواز نامی، به یک المان تطبیقی مجهز می‌گردد تا بتواند فرامین را در حضور نامعینی‌های محیطی دنبال کند. اگر یک اشکال نامشخص در جایی رخ دهد (مثلاً در صورت عدم کارکرد صحیح یک سطح کنترلی و یا اغتشاش محیطی)، در عوض قطع عمل کنترل، کنترل‌کننده به ارسال فرامینی که دیگر برای هواپیما قابل وصول نیست ادامه می‌دهد. در نتیجه سیگنال مورد نیاز، در حالی که تلاش می‌کند تا عملکرد قابل قبول در ردیابی مرجع را حفظ کند، به سرعت سطوح کنترلی را به اشباع برده و در نتیجه موجب ناپایداری می‌گردد. این موقعیت با قبول این

¹ Pitch

واقعیت که اکثر هواپیماهای با عملکرد بالای امروزی به صورت حلقه باز ناپایدارند ممکن است پرواز پرنده را بحرانی سازد [۲].

بنابراین، توسعه روش‌هایی که پایداری کنترل‌کننده‌های تطبیقی را در حضور اشباع دامنه عملگر حفظ کرده و یا حتی سیستم را از ورود به فاز اشباع محافظت می‌نمایند، امری مهم به نظر می‌رسد. از سوی دیگر طراحی کنترل‌کننده با در نظر گرفتن محدودیت‌های ورودی خود به تنهایی در همه موارد پاسخ‌گوی نیاز کنترلی ما نمی‌باشد؛ زیرا این‌گونه طراحی، سیستم را در حالت ایده‌آل و فارغ از هرگونه نامعینی مدل و اغتشاش محیطی در نظر گرفته و بنابراین در صورت بروز هرگونه اغتشاش داخلی و یا خارجی در سیستم، دیگر نمی‌توان عملکرد صحیح آن را در حالت حلقه بسته تضمین نمود. از این رو نوعی اطمینان از عدم واگرایی پارامترها و همچنین خطای کنترل، در این حالت امری لازم به نظر می‌رسد.

۱-۳- تاریخچه

طراحی کنترل‌کننده در حضور اشباع ورودی، پژوهش‌های فراوانی را چه از جنبه طراحی و کاربردی و چه از جنبه تحلیلی در پی داشته است (برای مشاهده روند تاریخی^۱ موضوع به [۳] مراجعه کنید). این موضوع مخصوصاً چالشی در سیستم‌های کنترل تطبیقی به حساب می‌آید، زیرا تطبیق ادامه دار در طول اشباع ورودی می‌تواند به سادگی به ناپایداری سیستم منجر گردد.

اولین تلاش‌ها به منظور فائق آمدن بر اثرات اشباع در طول فرآیند تطبیق پارامترهای کنترل‌کننده، ارائه ساختار بهبودی برای قانون تطبیق، متناسب با ناکارایی کنترل^۲ بود که در سال ۱۹۷۵ ارائه شد [۴]، اما هیچ‌گونه اثبات پایداری در این مقاله داده نشده بود. نویسندگان [۵] کنترل تطبیقی در حضور اشباع را برای حالت گسسته در زمان فرمول‌بندی نمودند، اما این مقاله نیز هیچ‌گونه اثباتی بر پایه لیاپانوف با خود به همراه نداشت. بعدها در [۶] روشی برای کنترل تطبیقی در حضور اشباع ورودی ارائه شد و نشان داده شد که کنترل‌کننده در این روش، در صورتی که سیستم در حالت حلقه باز پایدار باشد به شکل سراسری^۳، و در غیر این صورت در حالتی که شرایط اولیه در داخل ناحیه جذب پایداری قرار داشته باشند، به شکل محلی^۴، پایداری سیستم حلقه بسته را تضمین می‌کند. روش‌های بسیاری در مواجهه با اشباع ورودی از این نگرش استفاده نموده‌اند. روش ارائه شده در [۷] از مشخصه‌های تقریباً اکیدا مثبت

¹ Chronological bibliography

² Control deficiency

³ Global

⁴ Local

معین بودن سیستم تحت کنترل برای مواجهه با اشباع ورودی استفاده نموده و با کم نمودن دامنه بهره‌های تطبیق در عمل انتگرال و مشتق در هنگام اشباع، توانسته قابلیت‌های کنترل‌کننده را بهبود بخشد. کنترل تطبیقی مقاوم در حضور اشباع ورودی برای سیستم‌های غیرخطی در [۸] مورد بررسی قرار گرفته است. در [۹] یک طراحی سیستم تطبیقی که در حالت می‌نیمم فاز بودن سیستم حلقه باز، پایداری سراسری سیستم را، در حضور اشباع ورودی تضمین می‌نماید مورد مطالعه قرار گرفته است. تجدید ساختار کنترل‌کننده تطبیقی در مواجهه با خرابی‌های عملگر و همچنین اشباع ورودی، موضوعی است که در کنترل‌کننده‌های پروازی حائز اهمیت می‌باشد و برای مطالعه در این زمینه می‌توان به [۱۰] و [۱۱] مراجعه کرد. در [۱۲] یک روش طراحی جدید با نام اصلاح- μ ارائه شد که در آن پارامتر طراحی μ یک ترکیب محدب از کنترل تطبیقی مدل مرجع خطی در پارامترها، و مرز اشباع اصلاح شده را تعریف می‌نمود. با این کار می‌توان ناکارایی کنترل را کاهش داده و حتی در صورت نیاز، تضمین نمود که سیگنال کنترل هرگز وارد ناحیه اشباع نگردد (ناکارایی کنترل عبارت است از سیگنال اعمال شده به سیستم که به علت اشباع، دامنه آن محدود شده است، منهای فرمان اصلی صادر شده توسط کنترل‌کننده). اما ضعف موجود در این روش آن است که اصلاح- μ تنها برای فیدبک حالت ارائه شده و در حالتی که تنها خروجی سیستم برای اندازه‌گیری در دسترس باشد پاسخ‌گو نیست. به علاوه این روش و روش قبلی تنها زمانی پایداری سیستم را تضمین می‌کنند که نامعینی‌های موجود در سیستم از نوع پارامتری باشند. یعنی با به کارگیری این روش‌ها در مواجهه با اغتشاش ورودی و یا خروجی نمی‌توان در مورد پایداری سیستم حلقه بسته نظر داد.

۴-۱- ساختار گزارش

این پایان‌نامه به ترتیب زیر به نگارش درآمده است:

در فصل دوم به مفاهیم اولیه مورد نیاز در این تحقیق در حد لزوم پرداخته شده است. ابتدا کنترل تطبیقی مدل مرجع برای سیستم‌های خطی با فیدبک خروجی و با درجه نسبی ۱ معرفی شده و پس از آن، روش گسترش این ساختارهای کنترلی، به سیستم با درجه نسبی دلخواه ارائه می‌گردد. سپس به طور مختصر به روش کنترل تطبیقی مقاوم اصلاح- σ پرداخته شده است که در فصل چهارم از این روش برای مقاوم نمودن قوانین تطبیق در برابر اغتشاشات وارد بر سیستم استفاده می‌شود. در فصل سوم مروری بر دو روش برخورد با مسئله اشباع ورودی در هنگام کنترل تطبیقی مدل مرجع انجام گرفته است. در روش اول، کنترل تطبیقی برای سیستم‌های خطی با اشباع ورودی ارائه گردیده و پس از آن روش دوم یعنی

¹ μ -Modification

اصلاح- μ بررسی شده که این روش دوم توانایی کاهش و حفظ سیگنال ورودی در محدوده عملکرد خطی سیستم را دارا می باشد. در فصل چهارم با استفاده از نگرش روش اول در مواجهه با اشباع ورودی برای فیدبک خروجی، روش اصلاح- μ به حالت فیدبک خروجی تعمیم یافته است و پس از آن با استفاده از تکنیک کنترل تطبیقی مقاوم اصلاح- σ مقاومت سیستم در برابر اغتشاشات خارجی کراندار افزایش یافته است. فصل پنجم به شبیه‌سازی‌ها اختصاص یافته است. در این فصل با شبیه‌سازی رفتار یک سیستم با درجه نسبی ۲ نتایج به دست آمده در فصل چهارم مورد ارزیابی قرار گرفته‌اند. فصل ششم به نتیجه‌گیری کلی و پیشنهادات در راستای کارهایی که در آینده ممکن است انجام گیرند معطوف شده است.

فصل ۲ – مفاهيم اوليه

۲-۱- مقدمه

کنترل سیستم‌های دینامیکی که پارامترهای آن‌ها به طور کامل مشخص نیستند هدف بسیاری از محققان رشته کنترل بوده است. این مسئله زمانی جالب‌تر می‌گردد که تنها ورودی و خروجی سیستم در حال کنترل، برای اندازه‌گیری در دسترس باشند. در این فصل کنترل تطبیقی برای سیستم‌های با فیدبک خروجی ارائه شده است. ساختار کنترل معرفی شده، همان ساختاری است که در فصل‌های بعد به طور مستقیم در روند طراحی کنترل‌کننده مورد استفاده قرار خواهد گرفت. ابتدا کنترل سیستم با درجه نسبی یک بررسی می‌گردد. پایه و اساس طراحی کنترل‌کننده تطبیقی پایدار در این حالت بر اکیدا مثبت حقیقی بودن تابع تبدیل مدل مرجع بنا نهاده شده است. با افزایش درجه نسبی سیستم، این خاصیت ذاتی آن از بین رفته و تحلیل پایداری در این حالت به نسبت حالت قبل به طور چشم‌گیری پیچیده‌تر می‌گردد. برای کنترل سیستم در این حالت، با تعریف خطای افزوده و همچنین نرمالیزه کردن سیگنال‌ها، تابع خطا به فرم استاندارد درآمده و مسئله قابل حل می‌گردد.

قوانین تطبیق به دست آمده با روش‌های مذکور، پایداری سیستم حلقه بسته را در حالت ایده‌آل تضمین نموده و تنها هنگامی که نامعینی‌های موجود در سیستم از نوع پارامتری باشند، تضمین همگرایی پارامترهای کنترل و همچنین همگرایی خطای تعقیب به صفر، امکان‌پذیر خواهد بود. در صورت وجود اغتشاش و یا نویز در سیستم، نمی‌توان در مورد پایداری سیستم حلقه بسته با استفاده از قوانین تطبیق به دست آمده در حالت ایده‌آل اظهار نظر کرد. در انتهای فصل، یک روش کنترل تطبیقی مقاوم به طور مختصر بیان شده است. با استفاده از این روش خصوصیات پایداری سیستم در هنگام وجود اغتشاش کران‌دار حفظ شده، اما دیگر خطای تعقیب به طور مجانبی به صفر همگرا نمی‌گردد.

۲-۲- کنترل تطبیقی مدل مرجع پایدار

۲-۲-۱- مقدمه

مسئله کنترل تطبیقی برای حالت فیدبک خروجی و هنگامی که درجه نسبی n^* سیستم برابر با یک است در حدود دهه ۷۰ حل شد. انگیزه انتخاب ساختار کنترل‌کننده و همچنین قوانین تطبیق در این حالت، به نسبت شفاف بوده و بر پایه مثبت معین بودن^۱ تابع تبدیل مدل مرجع بنا نهاده شده است. برخلاف آن، حل مسئله در حالت عمومی و برای سیستم با درجه نسبی $n^* \geq 2$ به طور قابل ملاحظه‌ای

^۱ Positive Definiteness

پیچیده‌تر می‌گردد. در این حالت برای رسیدن به پاسخ کامل، تغییراتی در ساختار کنترل‌کننده و همچنین قوانین تطبیق، مورد نیاز می‌باشد.

۲-۲-۲- شرایط مسئله

سیستم P را به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= A_p x_p + b_p u \\ y_p &= h_p^T x_p \end{aligned} \quad (1-2)$$

که در آن $u: R^+ \rightarrow R$ ورودی، $y_p: R^+ \rightarrow R$ خروجی و $x_p: R^+ \rightarrow R^n$ بردار n-بعدی حالت‌های سیستم می‌باشند. فرض می‌کنیم سه‌گانه $\{h_p^T, A_p, b_p\}$ رویت‌پذیر و همچنین کنترل‌پذیر بوده اما المان‌های نامشخصی داشته باشند.

همچنین فرض کنید یک مدل مرجع خطی تغییرناپذیر با زمان، دارای تابع تبدیل پایدار $W_m(s)$ و جفت ورودی و خروجی $\{r(\cdot), y_m(\cdot)\}$ است به طوری که r تابعی به طور یکنواخت کراندار و پیوسته تکه ای^۱ در زمان می‌باشد. تابع تبدیل سیستم را به شکل زیر در نظر بگیرید:

$$W_p(s) = k_p \frac{Z_p(s)}{R_p(s)} \quad (2-2)$$

فرض ۱.۲

شرایط زیر برقرارند:

- (۱) علامت بهره فرکانس بالای k_p سیستم مشخص است.
- (۲) حد بالایی از مرتبه سیستم یعنی n معلوم می‌باشد.
- (۳) درجه نسبی n^* از تابع تبدیل $W_p(s)$ مشخص است.
- (۴) صفرهای چندجمله‌ای صورت $Z_p(s)$ در نیمه چپ صفحه مختلط قرار دارند.

با لحاظ نمودن شرایط بالا برای سیستم و همچنین در نظر گرفتن درجه نسبی n_m^* از $W_m(s)$ برابر با درجه نسبی سیستم تحت کنترل، می‌خواهیم یک کنترل‌کننده بدون عمل مشتق‌گیری طراحی کنیم تا سیگنال کنترلی محدود u را به نحوی تولید کند که کلیه سیگنال‌های سیستم حلقه بسته محدود مانده و همچنین داشته باشیم:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} |y_p(t) - y_m(t)| = 0 \quad (3-2)$$

¹ Uniformly bounded piecewise-continuous

توجه داشته باشید که این شرط به طور همزمان قابلیت رگولاتوری^۱ و تعقیب^۲ سیگنال مرجع را برآورده می‌سازد.

۲-۳-۲- کنترل تطبیقی برای سیستم‌های با درجه نسبی یک

فرض کنیم سیستم تحت کنترل P که با معادلات دیفرانسیل (۱-۲) توصیف شده است دارای تابع تبدیل $W_p(s)$ است، به طوری که در آن $Z_p(s)$ و $R_p(s)$ چندجمله‌ای‌هایی هستند که ضریب جمله با بزرگترین توان آن‌ها یک بوده^۳ و به ترتیب از مرتبه $n-1$ و n می‌باشند. از فرض کنترل‌پذیری و رویت‌پذیری سیستم نتیجه می‌شود که این دو چندجمله‌ای نسبت به یکدیگر اول می‌باشند. مدل مرجع از مرتبه n لحاظ شده و تابع تبدیل اکیدا حقیقی مثبت^۴ آن به شکل زیر است:

$$W_m(s) = k_m \frac{Z_m(s)}{R_m(s)} \quad (۴-۲)$$

همچنین $Z_m(s)$ و $R_m(s)$ چندجمله‌ای‌های monic و همچنین هرویتز^۵ از مرتبه $n-1$ و n بوده و k_m مثبت است. در بخش‌های پیش رو سه حالت ساده را در نظر می‌گیریم که بنا به اطلاعات پیشین ما از سیستم، روند طراحی کنترل‌کننده را تحت تاثیر قرار می‌دهند:

(۱) تابع تبدیل سیستم به غیر از بهره فرکانس بالای آن (k_p) مشخص است و $Z_p(s) = Z_m(s)$ و همچنین $R_p(s) = R_m(s)$ می‌باشند.

(۲) چندجمله‌ای مخرج $R_p(s)$ معلوم بوده و $R_p(s) = R_m(s)$ می‌باشد، اما چندجمله‌ای صورت $k_p Z_p(s)$ مشخص نیست، البته از هرویتز بودن آن اطلاع داریم.

(۳) چندجمله‌ای monic و هرویتز $Z_p(s)$ مشخص است و $Z_p(s) = Z_m(s)$ اما در عین حال بهره k_p و $R_p(s)$ نامشخص می‌باشند.

قوانین تطبیق برای حالت‌های خاص بالا و همچنین در حالت کلی که بعداً بحث خواهد شد و هنگامی که $n^* = 1$ باشد، از لم زیر نتیجه می‌گردند:

لم ۱.۲

سیستم دینامیکی که با معادلات زیر توصیف می‌شود را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + b\phi^T(t)w(t); & y &= h^T x(t) \\ z_1 &= ky(t) \end{aligned} \quad (۵-۲)$$

¹ Regulation

² Tracking

³ Monic

⁴ Strictly positive Real (SPR)

⁵ Hurwitz

به طوری که (A, b) پایدارپذیر و (h^T, A) آشکارپذیر هستند، و $h^T(sI - A)^{-1}b = H(s)$ یک تابع تبدیل SPR می‌باشد.

علاوه بر آن فرض کنید $\phi : R^+ \rightarrow R^m$ برداری قابل تنظیم از پارامترها، k ثابتی نامعلوم اما با علامت مشخص و $w : R^+ \rightarrow R^m$ و $z_1 : R^+ \rightarrow R$ توابع متغیر با زمانی باشند که قابل اندازه‌گیری می‌باشند. اگر $\phi(t)$ به شکل زیر تنظیم گردد:

$$\dot{\phi}(t) = -\text{sgn}(k)z_1(t)w(t) \quad (۶-۲)$$

در این صورت نقاط تعادل $(x = 0, \phi = 0)$ معادلات (۲-۵) و (۲-۶) به طور یکنواخت پایدار می‌باشند. اثبات لم بالا در مراجع [۱۳] و [۱۴] موجود می‌باشد.

حال به ترتیب، مسئله کنترل را در سه حالت ذکر شده در بالا حل می‌کنیم.

۱-۳-۲-۲ - حالت (۱): k_p نامشخص

فرض کنیم تابع تبدیل سیستم و کنترل‌کننده تنها در بهره فرکانس بالا با یکدیگر تفاوت داشته باشند. پارامتر قابل تنظیم $k(t)$ همان‌طور که در شکل ۲-۱: k_p نامشخص [۱۴] مشاهده می‌شود به صورت سری با سیستم قرار داده شده و ورودی کنترل به سیستم به صورت زیر انتخاب می‌گردد:

$$u(t) = k(t)r(t)$$

اگر $W(s) = \frac{Z_m(s)}{R_m(s)}$ باشد، آن‌گاه خروجی y_p و y_m از سیستم و مدل به ترتیب به صورت زیر بیان می‌گردند:

$$y_p(t) = W(s)k_p k(t)r(t)$$

$$y_m(t) = W(s)k_m r(t)$$

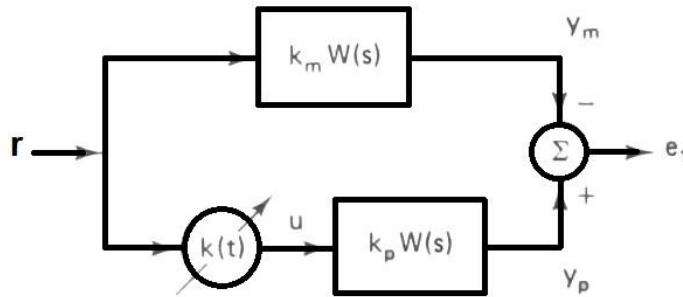
با تعریف e_1 به عنوان خطای میان خروجی‌های سیستم و مدل، و همچنین ψ به عنوان خطای پارامتر داریم:

$$e_1(t) = W(s)k_p \psi(t)r(t) \quad (۷-۲)$$

چون $W_m(s)$ یک تابع تبدیل SPR بوده و k_m مثبت است، $W(s)$ نیز SPR می‌باشد؛ بنابراین می‌توانیم از لم ۱.۲ برای حصول قانون تطبیق زیر استفاده کنیم

$$\dot{k}(t) = -\text{sgn}(k_p)e_1(t)r(t) \quad (۸-۲)$$

بنابراین حالت $e(t)$ از سیستم دینامیکی توصیف شده در معادله (۷-۲) و همچنین $\phi(t)$ ، برای کلیه زمان‌های $t \geq t_0$ محدود باقی می‌مانند. چون r به طور یکنواخت محدود می‌باشد از معادله (۷-۲) نتیجه می‌شود که e محدود است. بنابراین با به‌کارگیری لم باربالات داریم^۱ $\lim_{t \rightarrow \infty} |y_p(t) - y_m(t)| = 0$.



شکل ۲-۱: نامشخص k_p

۲-۳-۲-۲-۲ حالت (۲): صفرهای نامشخص

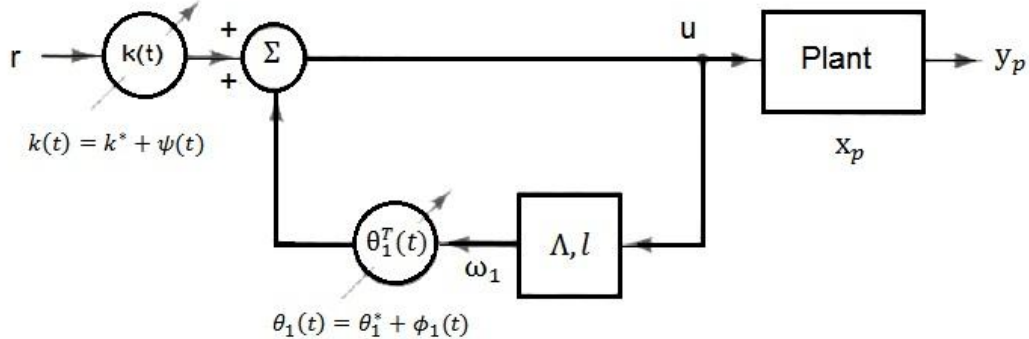
فرض کنیم چندجمله‌ای مخرج $R_p(s)$ از تابع تبدیل سیستم، هرویتز و مشخص است، در حالی که چندجمله‌ای صورت $k_p Z_p(s)$ با وجود هرویتز بودن نامعین می‌باشد. یک مدل مرجع را به‌گونه‌ای برمی‌گزینیم که $R_m(s) = R_p(s)$ باشد، یعنی قطب‌های مدل، همانند قطب‌های سیستم باشند. به این علت که صفرهای تابع تبدیل سیستم را نمی‌توان با استفاده از فیدبک حالت تغییر داد، کنترل‌کننده به شکل پیش‌فیلتر و به صورت سری با سیستم انتخاب می‌شود. هدف در اینجا، انتخاب پارامترهای کنترل‌کننده است به طوری که تابع تبدیل آن به شکل زیر گردد:

$$W_c^*(s) = \frac{k_m Z_m(s)}{k_p Z_p(s)} \quad (9-2)$$

این امر بدین معناست که سیستم و کنترل‌کننده به همراه یکدیگر یک تابع تبدیل پایدار با n قطب دارند، در حالی که $n-1$ صفر تابع تبدیل سیستم در C^- به وسیله $n-1$ قطب $W_c^*(s)$ خنثی شده است. بنابراین سیستم کلی که از بُعد $2n-1$ است، دارای $n-1$ مود رویت‌ناپذیر اما پایدار می‌باشد. اگرچه بسیاری از تحقق‌های ساختار کنترل‌کننده ممکن می‌باشند، اما در انتخاب آن‌ها باید دقت داشته باشیم که ساختار برگزیده شده باید به طراحی قوانین تطبیق پایدار بیانجامد. چون کنترل‌کننده باید فارغ از عمل مشتق‌گیری باشد، بنابراین به صورت شکل ۲-۲ [۱۴] انتخاب می‌گردد. همان طور که در شکل

¹ Barbalat's lemma

مشاهده می‌شود، کنترل‌کننده شامل یک پارامتر $k(t)$ به صورت سری با یک حلقه فیدبک است که این حلقه دارای یک بهره واحد در مسیر پیش رو و یک سیستم دینامیکی در مسیر فیدبک می‌باشد.



شکل ۲-۲: کنترل‌کننده با صفرهای نامشخص

معادله دیفرانسیل بیانگر کنترل‌کننده به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1(t) &= \Lambda \omega_1(t) + l u(t) \\ u(t) &= \theta_1^T(t) \omega_1(t) + k(t) r(t) \end{aligned} \quad (10-2)$$

که در آن ماتریس $(n-1) \times (n-1)$ و به شکل مجانبی پایدار بوده و $\det(sI - \Lambda) = \lambda(s)$ می‌باشد. همچنین (Λ, l) کنترل‌پذیر است. اگر $k(t) \equiv k_c$ و $\theta_1(t) \equiv \theta_{1c}$ باشند، به طوری که $k_c \in \mathbb{R}$ و $\theta_{1c} \in \mathbb{R}^{n-1}$ ، آن‌گاه تابع تبدیل کنترل‌کننده به شکل زیر بیان می‌گردد

$$W_c(s) = k_c \frac{\lambda(s)}{\lambda(s) - C(s)} \quad \text{و} \quad \frac{C(s)}{\lambda(s)} = \theta_{1c}^T (sI - A)^{-1} l \quad (11-2)$$

حال Λ را طوری برمی‌گزینیم که $\lambda(s) = Z_m(s)$ شود. از آن جایی که چندجمله‌ای $C(s)$ وابسته به بردار θ_{1c} است، مقدار خاصی از آن مانند θ_{1c}^* را می‌توان برگزید که مقدار متناظر با $C(s)$ در این حالت، یعنی $C^*(s)$ برابر با $C^*(s) = Z_m(s) - Z_p(s)$ شود. اگر $k^* = \frac{k_m}{k_p}$ باشد، با انتخاب $k_c = k^*$ و $\theta_{1c} = \theta_{1c}^*$ ، تابع تبدیل مطلوب کنترل‌کننده معادله (۹-۲) محقق می‌شود.

پس هدف مسئله کنترل، هنگامی که پارامترهای سیستم مشخص باشند قابل تحقق می‌باشد. در حالت تطبیقی، پارامترهای k_c و θ_{1c} با مقادیر متغیر با زمان $k(t)$ و $\theta_1(t)$ جایگزین گردیده و هدف، تعیین قوانینی است که به وسیله آن‌ها این پارامترها به گونه‌ای تنظیم گردند که در نهایت سیستم پایداری را نتیجه دهند. با تعریف

$$\begin{aligned} \psi(t) &= k(t) - k^*, & \phi_1(t) &= \theta_1(t) - \theta_{1c}^*, & \bar{\theta}_1(t) &= [k(t), \theta_1(t)]^T \\ \bar{\phi}_1(t) &= [\psi(t), \phi_1^T(t)]^T, & \bar{\omega}_1(t) &= [r(t), \omega_1^T(t)]^T \end{aligned}$$

معادلات نشان‌دهنده سیستم کلی (سیستم به همراه کنترل‌کننده) و مدل، به ترتیب به شکل زیر توصیف می‌گردند: