



دانشگاه تبریز

دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

گروه مهندسی برق مخابرات

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی برق مخابرات گرایش میدان و امواج

عنوان:

تحلیل FDTD انتشار امواج الکترومغناطیسی در موج‌برهای پلاسمونی

استادان راهنما:

دکتر سعید نیک‌مهر

دکتر شهرام حسین‌زاده

پژوهشگر:

رامین جابری

شهریور ۹۱

نام خانوادگی دانشجو: جابری	نام: رامین
عنوان پایان نامه: تحلیل FDTD انتشار امواج الکترومغناطیسی در موج‌برهای پلاسمونی	
استادان راهنما: دکتر سعید نیک‌مهر، دکتر شهرام حسین‌زاده	
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد	رشته: مهندسی برق مخابرات
دانشگاه: دانشگاه تبریز	دانشکده: مهندسی برق و کامپیوتر
تاریخ فارغ‌التحصیلی: ۹۱/۶/۲۰	تعداد صفحه: ۶۸
کلید واژه: پلاسمون، موج‌بر، فیلتر، کوپلر، روش تفاضل محدود در حوزه‌ی زمان	
<p>چکیده:</p> <p>امواج نوری تابیده شده به سطح فلز باعث نوسان الکترون‌های آزاد آن می‌شود. نوسان الکترون‌های آزاد هماهنگ با فرکانس موج نوری تابیده شده سبب ایجاد امواجی موسوم به پلاسمون‌های سطحی می‌گردد. پلاسمون‌های سطحی امواج نوری هستند که در سطح هادی انتشار می‌یابند. این امواج از این جهت دارای اهمیت هستند که می‌توانند در ساختارهایی با ابعاد زیر طول موج انتشار یابند. این پدیده می‌تواند رویای رسیدن به فناوری پردازنده‌های فوق سریع را واقعیت ببخشد. تحقیق پیش رو از سه فصل تشکیل شده است. فصل اول به تحلیل و بررسی ساختارهای فلز-دی‌الکتریک-فلز اختصاص یافته است. در فصل دوم انواع روش‌های عددی مبتنی بر تفاضل محدود در حوزه‌ی زمان برای تحلیل این ساختارها مطرح شده است. در نهایت در فصل سوم با استفاده از روش تفاضل محدود در حوزه‌ی زمان (FDTD) و کدنویسی در برنامه MATLAB این ساختارها شبیه‌سازی شده‌اند و نتایج شبیه‌سازی ارائه شده است. در این تحقیق به دو نتیجه‌ی جدید دست یافته‌ایم. مورد اول حل مشکل شرایط مرزی بین فلز و دی‌الکتریک می‌باشد. تا کنون برای تحلیل FDTD ساختارهای پاشنده مجبور بودیم مولفه‌ی مماسی میدان را در مرز فلز و دی‌الکتریک قرار دهیم. با ارائه روشی جدید توانستیم این محدودیت را بر طرف کنیم چرا که در کاربردهای عملی لزوماً نمی‌توانیم مولفه مماسی میدان را در مرز قرار دهیم. در مورد دوم با اعمال تغییراتی بر روی ساختار فیلتری فلز-دی‌الکتریک-فلز توانستیم در کنار حذف لوب‌های جانبی در باند عبور، به پهنای باند بیشتری در باند تضعیف دست یابیم. لازم به ذکر است که در این تحقیق از روش جدید تفاضل محدود در حوزه‌ی زمان یک بعدی محلی (LOD FDTD) استفاده کرده‌ایم که باعث شده است مدت زمان تحلیل تا ۱۰ برابر کاهش یابد.</p>	

سپاس‌گذاری...

از استاد عزیزم جناب آقای دکتر سعید نیک‌مهر، که به من توانستن را آموختند سپاس‌گذارم.

از استاد عزیزم جناب آقای دکتر شهرام حسین‌زاده، که همواره یاریگر من بودند تشکر می‌کنم.

رامین جابری

فهرست

عنوان.....	صفحه.....
مقدمه.....	۲.....
شرح تحقیق و اهداف.....	۳.....
(۱) بررسی خواص فلزات در فرکانس های نوری.....	۴.....
(۱-۱) معادلات ماکسول.....	۴.....
(۲-۱) تابع دی الکتریک فلزات در فرکانس های نزدیک مادون قرمز.....	۸.....
(۳-۱) پلاسمون پولاریتون سطحی در سطح مشترک فلز-دی الکتریک.....	۱۰.....
(۴-۱) تحلیل ساختار فلز-دی الکتریک-فلز.....	۱۲.....
(۵-۱) جمع بندی.....	۱۴.....
(۲) بررسی انواع روش های FDTD در ساختارهای پاشنده.....	۱۵.....
(۱-۲) معرفی محیط های پاشنده.....	۱۵.....
(۲-۲) انواع محیط های پاشنده.....	۱۶.....
(۱-۲-۲) محیط دبی.....	۱۶.....
(۲-۲-۲) محیط لورنتس.....	۱۷.....
(۳-۲-۲) محیط درود.....	۱۷.....
(۳-۲) معرفی روش LOD-FDTD.....	۱۸.....
(۴-۲) مدل سازی محیط های پاشنده با استفاده از روش کانولوشن بازگشتی.....	۲۲.....
(۱-۴-۲) روش PLRC.....	۲۳.....
(۲-۴-۲) روش TRC.....	۲۳.....
(۳-۴-۲) روش RC.....	۲۴.....
(۵-۲) بدست آوردن معادلات اصلی TRC-LOD-FDTD.....	۲۴.....
(۶-۲) مدل سازی محیط های پاشنده با استفاده از روش معادله دیفرانسیل کمکی.....	۲۶.....
(۷-۲) معادلات TRC-LOD-FDTD در مرز بین فلز-دی الکتریک.....	۲۸.....

۳۳.....	۸-۲) جمع بندی.....
۳۴.....	۳) نتایج شبیه سازی.....
۳۴.....	۳-۱) موج بر فلز-دی الکتریک-فلز.....
۳۸.....	۳-۲) کوپلر فلز-دی الکتریک-فلز.....
۴۲.....	۳-۳) فیلتر پلاسمونی فلز-دی الکتریک-فلز.....
۴۲.....	۳-۳-۱) شرط Bragg.....
۴۳.....	۳-۳-۲) انواع فیلترهای پلاسمونی.....
۵۰.....	۳-۳-۳) فیلتر جدید ارائه شده ی فلز-دی الکتریک-فلز.....
۵۶.....	۳-۴) جمع بندی.....
۵۷.....	۴) نتیجه گیری و پیشنهادات.....
۵۸.....	منابع و مراجع.....

شکل.....	صفحه
شکل (۱-۱) مرز مشترک بین فلز و دی الکتریک.....	۱۰
شکل (۲-۱) ساختار سه لایه فلز-دی الکتریک-فلز.....	۱۲
شکل (۱-۲) دوقطبی های همسو شده ی دی الکتریک در راستای میدان الکتریکی.....	۱۵
شکل (۲-۲) مش بندی مرز مشترک فلز و دی الکتریک.....	۲۸
شکل (۳-۲) موج بر پلاسمونی فلز-دی الکتریک-فلز.....	۳۱
شکل (۴-۲) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در نقطه مشاهده.....	۳۲
شکل (۵-۲) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در نقطه مشاهده.....	۳۲
شکل (۱-۳) موج بر پلاسمونی فلز-دی الکتریک-فلز.....	۳۴
شکل (۲-۳) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در صفحات مشاهده ی #۱ و #۲ با روش TRC و CFLN=1 و CFLN=5.....	۳۵
شکل (۳-۳) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در صفحات مشاهده ی #۱ و #۲ با روش ADE و CFLN=1 و CFLN=5.....	۳۶
شکل (۴-۳) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در صفحات مشاهده ی #۱ و #۲ با روش ADE و TRC و CFLN=5.....	۳۶
شکل (۵-۳) نمودار ثابت انتقال برای موج بر پلاسمونی فلز-دی الکتریک-فلز.....	۳۷
شکل (۶-۳) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x برای موج بر فلز-دی الکتریک-فلز در لحظه $t=29.5204$ fs.....	۳۷
شکل (۷-۳) کوپلر پلاسمونی فلز-دی الکتریک-فلز.....	۳۸

- شکل ۳-۸) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در صفحات مشاهده‌ی #۱ و #۲ برای کوپلر فلز-دی‌الکتریک-فلز با روش TRC و $CFLN=1$ و $CFLN=5$ ۳۹
- شکل ۳-۹) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در صفحات مشاهده‌ی #۱ و #۲ برای کوپلر فلز-دی‌الکتریک-فلز با روش ADE و $CFLN=1$ و $CFLN=5$ ۳۹
- شکل ۳-۱۰) تغییرات شدت میدان الکتریکی E_x در صفحات مشاهده‌ی #۱ و #۲ برای کوپلر فلز-دی‌الکتریک-فلز با روش TRC و ADE و $CFLN=10$ ۴۰
- شکل ۳-۱۱) نمودار ثابت انتقال برای کوپلر پلاسمونی فلز-دی‌الکتریک-فلز ۴۰
- شکل ۳-۱۲) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در کوپلر پلاسمونی فلز-دی‌الکتریک-فلز در لحظه $t=21.0145$ fs ۴۱
- شکل ۳-۱۳) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در کوپلر پلاسمونی فلز-دی‌الکتریک-فلز در لحظه $t=32.7727$ fs ۴۱
- شکل ۳-۱۴) موج تابیده شده به ساختار پریودیک با پریود d ۴۲
- شکل ۳-۱۵) فیلتر پلاسمونی MIM با تغییرات پریودیک در ناحیه دی‌الکتریک ۴۴
- شکل ۳-۱۶) فیلتر پلاسمونی MIM با تغییرات پریودیک در ناحیه فلز ۴۴
- شکل ۳-۱۵) فیلتر پلاسمونی MIM با تغییرات پریودیک در عرض ناحیه دی‌الکتریک ۴۴
- شکل ۳-۱۸) فیلتر پلاسمونی فلز-دی‌الکتریک-فلز ۴۴
- شکل ۳-۱۹) نمودار ضریب شکست موثر برای موج بر MIM بر حسب عرض ناحیه دی‌الکتریک ۴۵
- شکل ۳-۲۰) تغییرات زمانی شدت میدان الکتریکی E_x برای فیلتر پلاسمونی MIM در ابتدا و انتهای فیلتر ۴۶
- شکل ۳-۲۱) نمودار ثابت انتقال برای فیلتر پلاسمونی MIM ۴۶

- شکل ۳-۲۲) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=34.1903$ fs ۴۷
- شکل ۳-۲۳) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=46.699$ fs ۴۸
- شکل ۳-۲۴) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=70.0485$ fs ۴۸
- شکل ۳-۲۵) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=34.1903$ fs ۴۹
- شکل ۳-۲۶) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=46.699$ fs ۴۹
- شکل ۳-۲۷) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=70.0485$ fs ۵۰
- شکل ۳-۲۸) فیلتر پلاسمونی فلز-دی الکتریک-فلز جدید ۵۱
- شکل ۳-۲۹) تغییرات زمانی شدت میدان الکتریکی E_x برای فیلتر پلاسمونی جدید MIM در ابتدا و انتهای فیلتر ۵۱
- شکل ۳-۳۰) نمودار ثابت انتقال برای فیلتر پلاسمونی جدید MIM ۵۲
- شکل ۳-۳۱) مقایسه نمودار ثابت انتقال برای فیلتر پلاسمونی قبلی و فیلتر پلاسمونی جدید ۵۲
- شکل ۳-۳۲) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=34.1903$ fs ۵۳
- شکل ۳-۳۳) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=46.699$ fs ۵۴
- شکل ۳-۳۴) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه $t=80.0554$ fs ۵۴

شکل ۳-۳۵) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه

۵۵..... $t=34.1903$ fs

شکل ۳-۳۶) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه

۵۵..... $t=46.699$ fs

شکل ۳-۳۷) تصویر اندازه شدت میدان الکتریکی E_x در فیلتر پلاسمونی MIM در لحظه

۵۶..... $t=70.882$ fs

مقدمه:

تقاضای روزافزون برای انتقال سریع اطلاعات و افزایش قابلیت پردازش سیستم‌های مدرن مخابراتی، امری غیر قابل انکار است. امروزه ما شاهد پیشرفت‌های عظیمی در صنعت الکترونیک برای پاسخ‌گویی به نیازهای فوق هستیم. در طی پنجاه سال اخیر قطعات الکترونیکی به تدریج سریع‌تر و کوچک‌تر شده‌اند و بهبود قابل توجهی یافته‌اند. در حال حاضر سیستم‌های الکترونیکی برای افزایش سرعت پردازش با دو مشکل اساسی حرارت و تاخیر سیگنال مواجه هستند. از سویی دیگر سیستم‌های فتونیک با قابلیت انتقال حجم وسیعی از اطلاعات و تلفات ناچیز، می‌توانند راه حل خوبی برای جبران این مشکلات باشند. با توجه به اینکه سیستم‌های الکترونیکی از نظر ابعاد در مقیاس نانومتر و سیستم‌های فتونیک در مقیاس میکرومتر هستند، متأسفانه به دلیل این عدم مطابقت در ابعاد، ساختن تراشه‌ای متشکل از سیستم‌های الکترونیکی و فتونیک امکان‌پذیر نیست. ابعاد قطعات فتونیک توسط قانون پراش به حدود نصف طول موج نور محدود می‌شود که خیلی بزرگتر از ابعاد قطعات الکترونیکی می‌باشد. در تراشه‌های جدید، انتقال اطلاعات باید در قطعاتی با ابعاد نانومتر و در فرکانس‌های نوری صورت گیرد. این تراشه‌ها به عنوان واسط بین دنیای نانومتری الکترونیکی و میکرومتری فتونیک عمل خواهند کرد.

فناوری جدیدی که اخیراً در این راستا مطرح شده و مورد توجه قرار گرفته است، شاخه‌ی جدیدی از علم به نام پلاسمونیک^۱ می‌باشد [۱]. در این فناوری، با توجه به خواص منحصر به فرد فلزات در فرکانس‌های نوری، قادر هستیم نور را در ساختارهای نانومتری فلزی هدایت کنیم. ویژگی منحصر به فرد ساختارهای پلاسمونیک باعث شده است گستره‌ی وسیعی از کاربردهای عملی را شامل شوند. از جمله این کاربردها می‌توان به هدایت نور در ساختارهای نانومتری، تشخیص تک مولکولی، تصویر برداری فوق شفاف و نامرئی کردن اشیا اشاره کرد [۲].

^۱-Plasmonic

شرح تحقیق و اهداف:

تحقیق پیش رو از سه فصل اصلی تشکیل شده است. در فصل اول به مطالعه خواص نوری فلزات خواهیم پرداخت و سیستم‌های چندلایه فلز-دی‌الکتریک-فلز را تحلیل خواهیم کرد و امکان انتشار امواج الکترومغناطیسی را در این ساختارها بررسی خواهیم کرد. در فصل دوم انواع روش‌های عددی مبتنی بر تفاضل محدود در حوزه‌ی زمان را برای تحلیل ساختارهای پاشنده مطرح می‌کنیم و این روش‌ها را با یکدیگر مقایسه می‌کنیم. در این بخش روش LOD FDTD¹ را مورد بررسی قرار خواهیم داد که در مقایسه با روش FDTD سنتی از سرعت بسیار بالایی برخوردار است [۳]. در بخش سوم به شبیه‌سازی موج‌برهای فلز-دی‌الکتریک-فلز² پلاسمونیکی خواهیم پرداخت و ثابت انتقال را برای این موج‌برها بدست خواهیم آورد. در ادامه نتایج حاصل از شبیه‌سازی در نرم‌افزار MATLAB ارائه خواهد شد.

در این تحقیق به دو نتیجه‌ی جدید دست یافته‌ایم. مورد اول حل مشکل شرایط مرزی بین فلز و دی‌الکتریک می‌باشد. تاکنون برای تحلیل FDTD ساختارهای پاشنده³ مجبور بودیم مولفه‌ی مماسی میدان را در مرز فلز و دی‌الکتریک قرار دهیم. با ارائه روشی جدید توانستیم این محدودیت را بر طرف کنیم چرا که در کاربردهای عملی لزوماً نمی‌توانیم مولفه مماسی میدان را در مرز قرار دهیم [۴]. در مورد دوم با اعمال تغییراتی بر روی ساختار فیلتری فلز-دی‌الکتریک-فلز توانستیم در کنار حذف لوب‌های جانبی⁴ در باند عبور، به پهنای باند بیشتری در باند تضعیف دست یابیم.

¹-Locally One Dimensional Finite Difference Time Domain

²-Metal-Insulator-Metal (MIM)

³-Dispersive

⁴-Sidelobes

۱. بررسی خواص فلزات در فرکانس‌های نوری

مقدمه:

همانطور که می‌دانیم فلزات در فرکانس‌های کمتر از فرکانس نور مرئی موج را کاملاً بازتاب می‌کنند و اجازه عبور موج الکترومغناطیسی را نمی‌دهند. به همین دلیل از فلزات به عنوان لایه‌ی پوشش دهنده در ساخت موج‌برها و تشدید کننده‌ها در فرکانس‌های مایکروویو استفاده می‌شود. در این بازه‌ی فرکانسی پایین می‌توان فلزات را به عنوان هادی کامل در نظر گرفت چرا که بخش بسیار ناچیزی از موج به داخل هادی نفوذ می‌کند که قابل نظر است.

در فرکانس‌های بالاتر، نزدیک به فرکانس مادون قرمز و نور مرئی، مقدار نفوذ و در نتیجه تلفات بیشتر می‌شود. در فرکانس‌های ماورابنفش، فلزات از خود خاصیت دی‌الکتریکی نشان داده و موج الکترومغناطیسی را از خود عبور می‌دهند. فلزات قلیایی از جمله سدیم موج الکترومغناطیسی را در فرکانس‌های ماورابنفش کاملاً از خود عبور می‌دهند ولی در فلزات نجیب از جمله طلا و نقره انتقال بین باندهای الکترونی سبب جذب شدید موج در این بازه‌ی فرکانسی می‌شود.

این خاصیت پاشندگی را می‌توان توسط تابع دی‌الکتریک مختلط توصیف کرد. برای یافتن این تابع دی‌الکتریک مختلط ابتدا لازم است به یادآوری مفاهیم اساسی از جمله معادلات ماکسول بپردازیم.

۱-۱) معادلات ماکسول^۱

معادلات ماکروسکوپی ماکسول را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J}_{\text{ext}} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \quad (2-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{ext}} \quad (3-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (4-1)$$

که در این معادلات \mathbf{E} شدت میدان الکتریکی، \mathbf{D} چگالی شار الکتریکی، \mathbf{B} شدت میدان مغناطیسی، \mathbf{H} چگالی شار مغناطیسی، \mathbf{J}_{ext} چگالی جریان الکتریکی خارجی و ρ_{ext} چگالی بار الکتریکی خارجی می‌باشند.

^۱-Maxwell

چگالی جریان الکتریکی مجموع و چگالی بار الکتریکی مجموع را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\mathbf{J}_{\text{tot}} = \mathbf{J}_{\text{ext}} + \mathbf{J}_{\text{int}} \quad (5-1)$$

$$\rho_{\text{tot}} = \rho_{\text{ext}} + \rho_{\text{int}} \quad (6-1)$$

بردارهای پولاریزاسیون \mathbf{P} و مگنتیزاسیون \mathbf{M} توسط دو معادله زیر با میدان‌های بالا رابطه دارند:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} \quad (7-1)$$

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} \quad (8-1)$$

که در این معادلات ε_0 گذردهی الکتریکی و μ_0 نفوذپذیری مغناطیسی می‌باشند. چون در این تحقیق مواد بکار برده شده غیرمغناطیسی هستند مغناطیس‌شوندگی را در نظر نمی‌گیریم. بردار پولاریزاسیون نشان‌گر گشتاور دوقطبی الکتریکی در واحد حجم می‌باشد و از طریق معادله زیر با چگالی بار الکتریکی داخلی رابطه دارد:

$$\nabla \cdot \mathbf{P} = -\rho_{\text{int}} \quad (9-1)$$

قانون پیوستگی بار را نیز به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = -\frac{\partial \rho_{\text{int}}}{\partial t} \quad (10-1)$$

با استفاده از روابط (9-1) و (10-1) معادله زیر بدست می‌آید:

$$\mathbf{J} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (11-1)$$

از رابطه (11-1) می‌توان نتیجه گرفت که میدان الکتریکی ماکروسکوپیک تمام اثرات پولاریزاسیون را در بر می‌گیرد.

به عبارت دیگر هم میدان داخلی و هم میدان خارجی را شامل می‌شود. از قرار دادن رابطه (7-1) در رابطه (3-1) می‌توان به این نتیجه رسید:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho_{\text{tot}}}{\varepsilon_0} \quad (12-1)$$

در ادامه مطلب فقط محیط‌های خطی، ایزوتروپیک و غیرمغناطیسی را در نظر می‌گیریم. روابط ساختاری برای این محیط‌ها به شکل زیر می‌باشند:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E} \quad (13-1)$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 \mu_r \mathbf{H} \quad (14-1)$$

که در آن ε_r و μ_r به ترتیب گذردهی نسبی و نفوذپذیری نسبی می‌باشند.

رابطه خطی بین بردار پولاریزاسیون و شدت میدان الکتریکی به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{P} = \varepsilon_0 \chi \mathbf{E} \quad (15-1)$$

که در آن χ پذیرندگی الکتریکی می‌باشد. از قرار دادن رابطه (15-1) در (7-1) نتیجه زیر بدست می‌آید:

$$\varepsilon_r = 1 + \chi \quad (16-1)$$

آخرین رابطه‌ی مهم، رابطه خطی بین چگالی جریان داخلی و شدت میدان الکتریکی است که به صورت زیر می‌باشد:

$$\mathbf{J}_{\text{int}} = \sigma \mathbf{E} \quad (17-1)$$

که در آن σ رسانایی الکتریکی می‌باشد.

روابط زمانی بین چگالی شار الکتریکی و شدت میدان الکتریکی و چگالی جریان الکتریکی به صورت زیر خواهند بود:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \int dt' d\mathbf{r}' \varepsilon_r(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') \quad (18-1)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t) = \int dt' d\mathbf{r}' \sigma(\mathbf{r} - \mathbf{r}', t - t') \mathbf{E}(\mathbf{r}', t') \quad (19-1)$$

با گرفتن تبدیل فوریه از روابط (18-1) و (19-1)، روابط زیر بر حسب فرکانس ω و بردار موج \mathbf{K} بدست می‌آیند:

$$\mathbf{D}(\mathbf{K}, \omega) = \varepsilon_0 \varepsilon_r(\mathbf{K}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{K}, \omega) \quad (20-1)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{K}, \omega) = \sigma(\mathbf{K}, \omega) \mathbf{E}(\mathbf{K}, \omega) \quad (21-1)$$

با استفاده از روابط (۷-۱)، (۱۱-۱)، (۲۰-۱) و (۲۱-۱) و با توجه به اینکه $\frac{\partial}{\partial t} \rightarrow j\omega$ ، به رابطه زیر

می‌رسیم:

$$\varepsilon_r(\mathbf{K}, \omega) = 1 + \frac{\sigma(\mathbf{K}, \omega)}{j\omega\varepsilon_0} \quad (22-1)$$

در اندرکنش نور و ماده شکل کلی تابع دی‌الکتریک را می‌توان به شکل ساده $\varepsilon(\mathbf{K}=0, \omega) = \varepsilon(\omega)$ نوشت. این ساده‌سازی تا زمانی ممکن خواهد بود که طول موج نور از ابعاد سلول یا میانگین مسیر آزاد الکترون، به اندازه کافی بزرگتر باشد. این امر تا فرکانس‌های ماورابنفش صادق می‌باشد.

در حالت کلی $\varepsilon_r(\omega) = \varepsilon_1(\omega) + j\varepsilon_2(\omega)$ و $\sigma(\omega) = \sigma_1(\omega) + j\sigma_2(\omega)$ توابع مختلطی از فرکانس ω می‌باشند. در فرکانس‌های نوری ε_r توسط آزمایش‌های بازتاب و تعیین ضریب شکست $\tilde{n}(\omega) = n(\omega) + j\kappa(\omega)$ بدست می‌آید. روابط بین ضریب شکست و ثابت دی‌الکتریک به صورت زیر می‌باشند:

$$\tilde{n} = \sqrt{\varepsilon} \quad (23-1)$$

$$\varepsilon_1 = n^2 - \kappa^2 \quad (24-1)$$

$$\varepsilon_2 = 2n\kappa \quad (25-1)$$

$$n^2 = \frac{\varepsilon_1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{\varepsilon_1^2 + \varepsilon_2^2} \quad (26-1)$$

$$\kappa = \frac{\varepsilon_2}{2n} \quad (27-1)$$

که در آن κ ثابت محوشده‌گی^۱ است که نشانگر جذب نوری موج الکترومغناطیسی منتشر شونده در محیط می‌باشد. رابطه ثابت محوشده‌گی κ با ثابت جذب α در قانون بیر^۲ به صورت زیر است:

$$\alpha(\omega) = \frac{2\kappa(\omega)\omega}{c} \quad (28-1)$$

که در آن c سرعت نور در فضای آزاد می‌باشد.

با توجه به رابطه (۲۷-۱) و (۲۸-۱) می‌توان نتیجه گرفت که قسمت موهومی ε_r یعنی ε_2 میزان تضعیف در محیط را تعیین می‌کند.

^۱-Extinction Coefficient

^۲-Beer

در قسمت آخر این فصل به بررسی معادله موج می‌پردازیم. با استفاده از روابط (۱-۱) و (۲-۱) معادله موج به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\nabla \times \nabla \times \mathbf{E} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{D}}{\partial t^2} \quad (29-1)$$

$$\mathbf{K} (\mathbf{K} \cdot \mathbf{E}) - K^2 \mathbf{E} = -\varepsilon_r (K, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{E} \quad (30-1)$$

دو حالت مختلف را برای پولاریزاسیون بردار میدان الکتریکی بررسی می‌کنیم. برای موج عرضی $\mathbf{K} \cdot \mathbf{E} = 0$ می‌باشد و در نتیجه داریم:

$$K^2 = \varepsilon_r (\mathbf{K}, \omega) \frac{\omega^2}{c^2} \quad (31-1)$$

برای موج طولی خواهیم داشت:

$$\varepsilon_r (\mathbf{K}, \omega) = 0 \quad (32-1)$$

از رابطه بالا می‌توان نتیجه گرفت که موج طولی فقط در فرکانس‌های بوجود می‌آید که صفرهای تابع $\varepsilon_r(\omega)$ هستند.

(۲-۱) تابع دی‌الکتریک فلزات در فرکانس‌های نزدیک مادون قرمز:

خواص نوری فلزات را برای گستره‌ی وسیع فرکانسی، می‌توان توسط مدل پلاسما توصیف کرد. در این مدل، الکترون‌های آزاد در حضور هسته با توجه به میدان الکترومغناطیسی اعمال شده حرکت می‌کنند و حرکت آنها با توجه به فرکانس کولیشن^۱ $\gamma = \frac{1}{\tau}$ تضعیف می‌شود. ثابت τ ، زمان استراحت^۲ الکترون می‌باشد و در دمای اتاق دارای مقدار 10^{-14} می‌باشد که در نتیجه مقدار $\gamma = 100 \text{THz}$ خواهد بود.

معادله دیفرانسیلی حرکت الکترون درون پلاسما در حضور میدان الکتریکی خارجی به صورت زیر می‌باشد:

$$m \frac{\partial^2 \mathbf{x}}{\partial t^2} + m \gamma \frac{\partial \mathbf{x}}{\partial t} = -e \mathbf{E} \quad (33-1)$$

^۱-Collision

^۲-Relaxation Time

که در آن m جرم الکترون می‌باشد. اگر از رابطه (۳۴-۱) عکس تبدیل فوریه بگیریم به رابطه زیر می‌رسیم:

$$\mathbf{x}(t) = \frac{e}{m(\omega^2 + j\gamma\omega)} \mathbf{E}(t) \quad (34-1)$$

رابطه الکترون‌های جابجا شده با بردار پولاریزاسیون به صورت زیر است:

$$\mathbf{P} = -n e \mathbf{x} \quad (35-1)$$

با استفاده از روابط (۳۴-۱) و (۳۵-۱) خواهیم داشت:

$$\mathbf{P} = -\frac{n e^2}{m(\omega^2 - j\gamma\omega)} \mathbf{E} \quad (36-1)$$

با قرار دادن رابطه (۳۶-۱) در رابطه (۷-۱) به نتیجه زیر می‌رسیم:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - j\gamma\omega} \right) \mathbf{E} \quad (37-1)$$

که در آن ω_p فرکانس پلاسما می‌باشد و به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\omega_p^2 = \frac{n e^2}{\epsilon_0 m} \quad (38-1)$$

در نهایت تابع دی‌الکتریک برای مدل پلاسما به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\epsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - j\gamma\omega} \quad (39-1)$$

در مدل پلاسما برای فرکانس‌های $\omega \gg \omega_p$ مقدار $\epsilon_r \rightarrow 1$ خواهد بود. برای فلزات نجیب لازم است

فرمول (۳۹-۱) را کمی تغییر دهیم. این تغییر با اضافه کردن رابطه $\mathbf{P}_\infty = \epsilon_0(\epsilon_\infty - 1)\mathbf{E}$ به رابطه

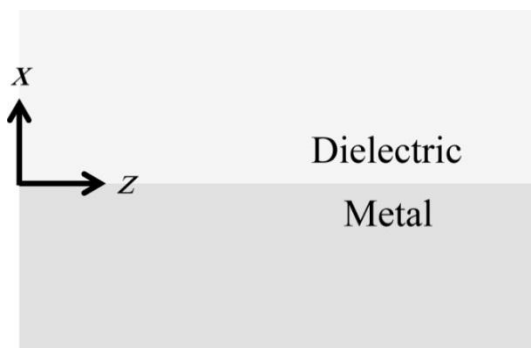
(۷-۱) حاصل می‌شود. در نتیجه تابع دی‌الکتریک نهایی به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\epsilon_r(\omega) = \epsilon_\infty - \frac{\omega_p^2}{\omega^2 - j\gamma\omega} \quad (40-1)$$

رابطه (۴۰-۱) در واقع همان مدل کلاسیک درود می‌باشد.

۳-۱) پلاسمون پولاریتون سطحی^۱ در سطح مشترک فلز-دی‌الکتریک:

شکل زیر را در نظر بگیرید:



شکل (۱-۱) مرز مشترک بین فلز و دی‌الکتریک

می‌خواهیم نحوه‌ی انتشار مدهای TE و TM را در این ساختار بررسی کنیم. معادلات ماکسول برای مد TM به صورت زیر می‌باشند:

$$H_y = \frac{1}{j\omega\mu_0} \left(\frac{\partial E_z}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial z} \right) \quad (41-1)$$

$$E_x = \frac{-1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (42-1)$$

$$E_z = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \frac{\partial H_y}{\partial x} \quad (43-1)$$

با جایگذاری روابط (۴۳-۱) و (۴۲-۱) در رابطه (۴۱-۱) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 H_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon_r H_y = 0 \quad (44-1)$$

برای مد TE معادلات ماکسول به صورت زیر خواهند بود:

$$E_y = \frac{1}{j\omega\epsilon_0\epsilon_r} \left(\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} \right) \quad (45-1)$$

$$H_x = \frac{1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (46-1)$$

$$H_z = \frac{-1}{j\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial x} \quad (47-1)$$

^۱-Surface Plasmon Polariton

با جایگذاری روابط (۴۷-۱) و (۴۶-۱) در رابطه (۴۵-۱) خواهیم داشت:

$$\frac{\partial^2 E_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon_r E_y = 0 \quad (48-1)$$

ابتدا به تحلیل مد TM می‌پردازیم. با توجه به معادلات ماکسول، مولفه‌های میدان الکتریکی و مغناطیسی برای $x > 0$ به صورت زیر خواهند بود:

$$H_y(z) = A_2 e^{-j\beta z} e^{-k_2 x} \quad (49-1)$$

$$E_x(z) = A_2 \frac{\beta}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{r2}} e^{-j\beta z} e^{-k_2 x} \quad (50-1)$$

$$E_z(z) = A_2 \frac{jk_2}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{r2}} e^{-j\beta z} e^{-k_2 x} \quad (51-1)$$

برای $x < 0$ خواهیم داشت:

$$H_y(z) = A_1 e^{-j\beta z} e^{k_1 x} \quad (52-1)$$

$$E_x(z) = A_1 \frac{\beta}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{r1}} e^{-j\beta z} e^{k_1 x} \quad (53-1)$$

$$E_z(z) = -A_1 \frac{jk_1}{\omega \epsilon_0 \epsilon_{r1}} e^{-j\beta z} e^{k_1 x} \quad (54-1)$$

از شرط پیوستگی مولفه‌های H_y و E_z در مرز نتیجه می‌شود که $A_1 = A_2$ و:

$$\frac{k_2}{k_1} = -\frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \quad (55-1)$$

با توجه به رابطه (۵۵-۱) و اینکه $\epsilon_2 > 0$ می‌باشد، باید $\text{Re}[\epsilon_1] < 0$ باشد تا موج سطحی ایجاد شود.

با قرار دادن روابط (۴۹-۱) و (۵۲-۱) در رابطه (۴۴-۱) نتیجه زیر بدست می‌آید:

$$k_1^2 = \beta^2 - k_0^2 \epsilon_1 \quad (56-1)$$

$$k_2^2 = \beta^2 - k_0^2 \epsilon_2 \quad (57-1)$$

با استفاده از روابط (۵۵-۱)، (۵۶-۱) و (۵۷-۱) رابطه پراش به صورت زیر بدست می‌آید:

$$\beta = k_0 \sqrt{\frac{\epsilon_{r1} \epsilon_{r2}}{\epsilon_{r1} + \epsilon_{r2}}} \quad (58-1)$$

حال به بررسی مد TE می‌پردازیم. با توجه به معادلات ماکسول، مولفه‌های میدان الکتریکی و

مغناطیسی برای $x > 0$ به صورت زیر خواهند بود:

فصل اول: بررسی خواص فلزات در فرکانس‌های نوری

$$E_y(z) = A_2 e^{-j\beta z} e^{-k_2 x} \quad (59-1)$$

$$H_x(z) = -A_2 \frac{\beta}{\omega \mu_0} e^{-j\beta z} e^{-k_2 x} \quad (60-1)$$

$$H_z(z) = A_2 \frac{k_2}{j \omega \mu_0} e^{-j\beta z} e^{-k_2 x} \quad (61-1)$$

برای $x < 0$ خواهیم داشت:

$$E_y(z) = A_1 e^{-j\beta z} e^{k_1 x} \quad (62-1)$$

$$H_x(z) = -A_1 \frac{\beta}{\omega \mu_0} e^{-j\beta z} e^{k_1 x} \quad (63-1)$$

$$H_z(z) = -A_1 \frac{k_1}{j \omega \mu_0} e^{-j\beta z} e^{k_1 x} \quad (64-1)$$

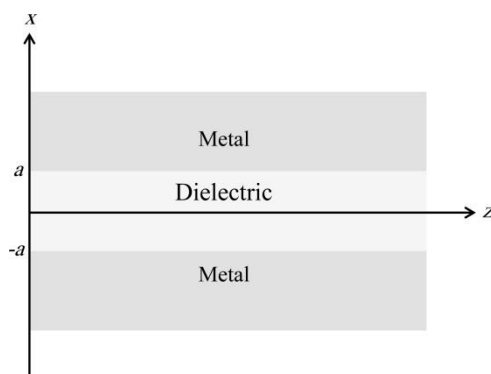
از شرط پیوستگی مولفه‌های H_y و E_z در مرز نتیجه می‌شود $A_1 = A_2$ و:

$$A_1(k_1 + k_2) = 0 \quad (65-1)$$

برای آنکه موج سطحی داشته باشیم باید شروط $\text{Re}[k_1] > 0$ و $\text{Re}[k_2] > 0$ را داشته باشیم. با توجه به رابطه (65-1) نتیجه می‌گیریم که باید $A_1 = A_2 = 0$ باشد. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که مدهای TE برای این ساختارها وجود ندارند و پلاسمون پولاریتون سطحی فقط برای مد TM وجود دارد.

(4-1) تحلیل ساختار فلز-دی‌الکتریک-فلز

شکل زیر را در نظر بگیرید:



شکل (4-1) ساختار سه‌لایه فلز-دی‌الکتریک-فلز