

دانشکده فنی  
گروه مکانیک  
گرایش طراحی کاربردی

پیش‌بینی رفتار پس‌کمانش پوسته‌های استوانه FGM تحت بار محوری

از  
بهروز آرشی

استادان راهنما  
دکتر منصور درویشه  
دکتر ابوالفضل درویشه

استاد مشاور  
دکتر رضا انصاری

خرداد ۱۳۸۹

## پدر و مادرم:

دست‌هایتان سجده‌گاه من است که در سایه درخت پربار وجودتان آرام گرفته‌ام، در خستگی شانه‌هایتان ترانه‌های  
گمشده‌ام را یافته‌ام تا در راه علم و دانش شاخ و برگ گیرم، و آینده با وجودتان قدمی کشد، تا در وادی پر فراز و  
نشیب زندگی از شما بیاموزم. آموزگاران‌ی که برایم زندگی، بودن و انسان بودن را معنا کردند.

## تشکر و قدردانی:

"شناخت و دانش، صرف نظر از هر معنایی که ممکن است نزد دیگران داشته باشد، نزد من به معنای دنیایی از خطرها و پیروزی‌هاست، زندگی وسیله‌ای برای حصول معرفت و دانش است و هرکس این دستور را آویزه‌ی گوش کند می‌تواند دلیرانه و حتی طربناک زندگی کند."

فردریش نیچه

کسی نمی‌تواند چیزی بر شما آشکار گرداند جز آنکس که با شبچراغی در دل تاریکی‌ها آن‌چرا که در سپیده‌دم دانشتان نیم‌بیدار لنگر انداخته است نمایان می‌کند این بود کار شما. استادانی که تنها از خرد و دانش ارزانی نمی‌دارند، بل آنچه می‌آموزد ایمان و عاشقانگی است.

با تقدیر از استادان راهنمای گرامی جناب آقای دکتر منصور درویزه و ابوالفضل درویزه و استاد مشاور ارجمند جناب آقای دکتر انصاری.

## فهرست همطالب

صفحه	عنوان
چ	فهرست جدول ها
ح	فهرست شکل ها
د	چکیده فارسی
ذ	چکیده انگلیسی
۱	<b>فصل اول: پیشگفتار</b>
۲	۱-۱- مقدمه
۵	۱-۲- مروری بر کارهای انجام شده
۸	۱-۳- معرفی رساله حاضر
۹	<b>فصل دوم: درآمدی بر مواد FGM</b>
۱۰	۱-۲- مقدمه
۱۱	۲-۲- تاریخچه FGM
۱۱	۲-۳- کاربرد FGM
۱۳	۲-۴- فرآیندهای تولید مواد FGM
۱۳	۲-۴-۱- پراکندگی کنترل شده
۱۳	۲-۴-۲- اختلاط کنترل شده
۱۴	۲-۴-۳- رسوب الکتروفورتیکی
۱۴	۲-۴-۴- ساخت شکل آزاد جسم
۱۶	۲-۴-۵- متالورژی پودر متعارف
۱۷	۲-۵- تحلیل ساختار
۱۷	۲-۵-۱- مقدمه ای بر ریز ساختارهای مدرج
۱۸	۲-۵-۲- کسر حجمی
۱۹	۲-۵-۳- نوع پراکندی ساختار
۲۰	۲-۵-۴- تغییرات آرام بر خلاف ساختارهای لایه های مستقیم
۲۱	۲-۵-۵- تشریح ریاضی تغییرات

۲۴	۶-۲ برآورد خصوصیات مواد FGM
۲۴	۱-۶-۲ توضیحات کلی
۲۵	۲-۶-۲ روش تخمین
۲۷	۳-۶-۲ خصوصیات موثر مواد
۲۸	۷-۲ رفتار ماکرومکانیکی مواد FGM
۲۸	۱-۷-۲ رفتار ماکرومکانیکی یک ماده مرکب چند لایه
۳۰	۲-۱-۷-۲ روابط تنش و کرنش برای یک لایه در جهت های اختیاری
۳۱	۳-۱-۷-۲ تغییرات تنش - کرنش در یک چند لایه
۳۲	۴-۱-۷-۲ نیروها و ممانهای منتهی در چند لایه
۳۴	۲-۷-۲ روابط تنش و کرنش مواد FGM
۳۵	۲-۲-۷-۲ نیروها و ممانهای منتهی در FGM
۳۶	<b>فصل سوم: استخراج معادلات حاکم بر پوسته</b>
۳۷	۱-۳ مقدمه
۳۷	۱-۱-۳ روش همسایگی تعادل
۳۸	۲-۱-۳ روش انرژی
۳۹	۲-۳ معادلات حاکم برای پوسته استوانه‌ای
۳۹	۳-۳ روابط سینماتیک (تغییر شکلها) در پوسته های استوانه ای
۴۱	۴-۳ معادلات نیروها و ممان های منتهی
۴۱	۵-۳ معادلات تعادل
۴۴	۶-۳ معادله سازگاری
۴۶	۷-۳ شرایط مرزی
۴۷	<b>فصل چهارم: حل معادلات حاکم بر پوسته</b>
۴۸	۱-۴ - معادلات اساسی
۶۷	۲-۴ معادلات تفاضل محدود
۶۹	۳-۴ روابطی برای پتانسیل کل و کرنش های میانگین
۷۲	۴-۴ فرآیند حل عددی

۷۴	۵-۴ کلیات حل مسائل جبری غیرخطی
۷۶	۶-۴ انواع روش های حل مسائل غیر خطی هندسی
۷۶	۱-۶-۴ روش تکرار مستقیم
۷۷	۲-۶-۴ روش تکرار Newton-Raphson
۸۰	۳-۶-۴ مقایسه دو روش فوق
۸۲	<b>فصل پنجم: بحث و نتیجه گیری</b>
۸۳	۱-۵- نتایج عددی و بحث و نتیجه گیری
۹۳	۲-۵- جمع بندی
۹۴	۳-۵- پیشنهادهای ادامه کار
۹۵	<b>مراجع</b>

جدول (۱-۵) خواص مواد سازنده پوسته استوانه‌ای FGM

جدول (۲-۵) همگرایی بار بحرانی کمانش با توجه به تعداد جملات میدان جابجایی  $W$  و تابع تنش  $F$  در سری

فوریه برای  $\frac{L}{R} = 0.7$  و شرایط مرزی دو سر گیردار ( $N_{cr}^* = \frac{N_{cr}}{N_{cl}}, N_{cl} = Eh^2/[R\sqrt{3(1-\nu^2)}]$ )

## فهرست شکل ها

صفحه

- شکل (۱-۱) نمودار بار - تغییر مکان، بیانگر نقطه ماکزیمم بار و نقطه دو شاخه شدن ۳
- شکل (۲-۱) نمودار بار - تغییر مکان، بیانگر نقطه ماکزیمم بار و نقطه دو شاخه شدن ۴
- شکل (۱-۲) مثالهای از ریز ساختارهای با تغییرات تدریجی متفاوت با روشهای مختلف ساخت (a) متالورژی پودر آلومینا-نیکل ( $Al_2O_3-Ni$ ) (b) اسپری حرارتی ( $Al_2O_3-Ni$ ) (c) رسوب بخار شیمیایی سیلیکون کاربید- کربن (d) رسوب بخار آلومینیوم- سیلیکون ( $Al-Si$ ) [۱۵] ۱۵
- شکل (۲-۲) 3DP کنترل ترکیب موضعی (LCC) بوسیله ته نشست ذرات انتخابی از مواد مختلف در بستر مربوطه [۳۸] ۱۶
- شکل (۳-۲) نمای از فرآیند لایه چینی و جهت ارتعاشات اعمالی برای تولید FGM [۱۹] ۱۷
- شکل (۴-۲) شکل شماتیک تغییرات ریز ساختاری که در یک ماده دو فازی، بصورت افزایش کسر حجمی فاز دوم، رخ می دهد [۳۵] ۱۹
- شکل (۵-۲) شکل نشان دهنده تفاوت بین ریز ساختار لایه ای و یک ریز ساختار پیوسته [۳۵] ۲۰
- شکل (۶-۲) دیاگرام نشان دهنده پروفیل ترکیب یک زوج نفوذی (شکل بالا) و شکل بعد از زمان  $t$  برای یک سیستمی که حل شوندگی جامد کاملی را از خود بروز می دهد. حل معادله نفوذ بگونه ای که در شکل دیده می شود همان تابع خطاست [۳۵] ۲۲
- شکل (۷-۲) شکلهای مختلف پخش فاز بدست آمده از تغییرات توان در رابطه قانون توان [۳۵] ۲۴
- شکل (۸-۲) نمایش قانون اصلاح شده ترکیبها مورد استفاده برای تخمین منحنی تنش- کرنش FGM ها [۳۵] ۲۶
- شکل (۹-۲) لایه های تشکیل دهنده یک چند لایه ۲۸
- شکل (۱۰-۲) شکل یک چند لایه با  $N$  لایه مختلف ۳۳
- شکل (۱-۳) سیستم مختصات و هندسه پوسته ۳۹
- شکل (۱-۴) فرآیند کلی حل مسائل غیر خطی ۷۶
- شکل (۲-۴) روند همگرایی روش تکرار مسقیم ( محاسبه  $U$  برای یک مقدار مشخص  $F$  ) ۷۷
- شکل (۳-۴) الگوریتم محاسبه ماتریس  $[K_T]$  ۷۸
- شکل (۴-۴) روند همگرایی روش Newton-Raphson ۷۹
- شکل (۵-۴) روند همگرایی روش Modified Newton-Raphson ۸۰



۸۱ شکل (۴-۶) فلوجارت حل (مرجع [۲۹])

۸۴ شکل (۵-۱) مقایسه منحنی بار- کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای آلومینیوم با نتیجه مرجع [۲۰] (با نسبت

$$n = 10 \text{ و } \xi = 1, L/R = 1, R/h = 500$$

۸۵ شکل (۵-۲): منحنی بار- کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای آلومینیوم برای مدهای محیطی مختلف (با نسبت

$$\frac{R}{h} = 500, \frac{L}{R} = 1, \xi = 1$$

۸۶ شکل (۵-۳) تغییرات مدول الاستیسیته در جهت ضخامت بدست آمده از تغییرات توان در رابطه قانون توان

۸۷ شکل (۵-۴) منحنی بار-کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SUS304}$  (با نسبت  $\frac{R}{h} = 500, \frac{L}{R} =$

$$1, \xi = 0.1$$

۸۸ شکل (۵-۵) منحنی بار-کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SUS304}$  (با نسبت  $\frac{R}{h} = 500, \frac{L}{R} =$

$$1, \xi = 0.1$$

۸۸ شکل (۵-۶) منحنی بار-کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SUS304}$  (با نسبت  $\frac{R}{h} = 500, \frac{L}{R} =$

$$1, \xi = 0.1$$

۸۹ شکل (۵-۷) منحنی بار- کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SUS304}$  (با نسبت  $\frac{L}{R} = 1, \xi = 0.1$ )

۹۰ شکل (۵-۸) منحنی بار- کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SUS304}$  ( $\frac{R}{h} = 500, \xi = 0.1$ )

۹۱ شکل (۵-۹) منحنی بار- کرنش کوتاه شدگی پوسته استوانه‌ای  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SUS304}$  ( $\frac{R}{h} = 1000, \xi = 0.1$ ): (الف)

با نسبت  $L/R = 1$ ، (ب) با نسبت  $L/R = 1.5$

۹۳ شکل (۵-۱۰) مدهای کمانشی پوسته  $\text{Si}_3\text{N}_4/\text{SUS304}$  در بار بحرانی کمانش ( $\frac{R}{h} = 500, \frac{L}{R} = 5$ ): (الف) مد

محیطی پنجم ( $n = 5$ )، (ب) مد محیطی ششم ( $n = 6$ )، (پ) مد محیطی پنجم ( $n = 7$ )

پیش‌بینی رفتار پس‌کمانش پوسته‌های استوانه FGM تحت بار محوری

بهرروز آرش

تحلیل غیر خطی پوسته‌های استوانه‌ای FGM جدار نازک با سطح مقطع مدور و نقص اولیه تحت بارگذاری یکنواخت محوری و شرایط مرزی مختلف ارائه گردیده است. بدین منظور تئوری کلاسیک پوسته جدار نازک (Kirchhoff-Love) با روابط سینماتیکی Donnell (Donnell-type) و با در نظرگیری رفتار الاستیک مواد بکاد گرفته می‌شود. به علاوه روش حل مبتنی بر رهیافت نیمه تحلیلی در پیوند با روش تفاضل محدود (FDM) شرح داده می‌شود و نتایج برای پوسته استوانه‌ای FGM ساخته شده از ترکیب‌های مختلف فلز و سرامیک با نقص اولیه بدست می‌آیند. اثر نقص اولیه، پارامترهای هندسی، ماده سازنده و شرایط مرزی بر روی رفتار کمانش و پس‌کمانش مورد مطالعه قرار می‌گیرد.

**کلید واژه:** پس‌کمانش، FGM، رهیافت نیمه تحلیلی، روش تفاضل محدود

**Abstract:**

Prediction of postbuckling behavior of FGM cylindrical shells subjected to axial loading

Behrouz Arash

The nonlinear analysis of geometrically imperfect, thin, Functionally Graded Materials (FGMs), circular, cylindrical shells subjected to uniform axial compression, and for various boundary conditions, is presented. For this aim, classic thin-shell theory (Kirchhoff-Love) with Donnell-type of kinematic nonlinearity and linearly elastic material behavior are employed. Moreover, the solution methodology based on a semi-analytical approach and Finite Difference Method (FDM) is described, and results are generated for imperfect FGM cylinders made of various combination of metal and ceramic. The applications deal with imperfection sensitivity studies and investigation of the effect of geometries, materials and boundary conditions.

**Keywords:** Postbuckling, FGM, Semi-analytical approach, FDM

فصل اول

پیشگفتار

کمانش<sup>۱</sup> یکی از انواع ناپایداری‌هاست که عضوهای تحت فشار سازه‌ها دچار آن می‌شوند. عبارت دیگر این پدیده به تفاوت رفتار فیزیکی یک عضو نازک تحت فشار و کشش تاکید دارد و از نقطه نظر عملی، تعیین بار بحرانی کمانش، مبحثی با اهمیت فوق العاده در طراحی مهندسی محسوب می‌گردد. در این میان، پوسته‌ها (و ورقها) از مهمترین موضوعاتی هستند که در سازه‌ها و عناصر سازه‌های بزرگ مورد استفاده قرار می‌گیرند، لذا مطالعه کمانش بر روی این اجزاء، توجه بسیاری از محققان را به خود جلب نموده است. در مورد پوسته‌ها، وقوع کمانش همیشه مترادف با زوال ساختمان آن محسوب نمی‌گردد و پوسته‌ها غالباً پس از کمانش نیز قابلیت تحمل بار را خواهند داشت ولی از نظر مهندسی وقوع کمانش مقدمه‌ای بر زوال پوسته به شمار می‌آید.

بطور کلی در مطالعه سازه‌های کامل، از دو پدیده بعنوان کمانش نام برده می‌شود که عبارتند از:

۱- فرو ریختن<sup>۲</sup> در نقطه ماکزیمم بار (در منحنی بار - تغییر مکان)

۲- کمانش دو شاخه شدن<sup>۳</sup>

مطابق شکل (۱-۱)، ملاحظه نقطه B (نقطه دو شاخه شدن) بعد از نقطه A (نقطه بار ماکزیمم) قرار دارد. در اینصورت با افزایش بار فشاری محوری، تغییر مکان نیز زیاد می‌شود تا هنگامی که به نقطه A می‌رسیم، در این نقطه کمانش سازه آغاز خواهد شد. در ادامه دو مسیر قابل پیش بینی است: مسیر OABC که متناظر با تغییر شکل متقارن محوری سازه است و مسیر OABD که در ابتدا تغییر شکل متقارن داشته و در نقطه B به فرم تغییر شکل نامتقارن تبدیل می‌شود. در مسیر BD ملاحظه می‌کنیم که تغییر شکل با الگویی متفاوت با مسیر شروع به رشد می‌کند.

اکنون شکل (۲-۱)، را در نظر می‌گیریم که در آن نقطه B قبل از نقطه A قرار دارد. در اینصورت کمانش در نقطه B آغاز خواهد گردید. عبارت دیگر در اینحالت قبل از اینکه به نقطه بار ماکزیمم برسیم، تغییر شکلهای نامتقارن شروع شده و سازه تخریب می‌گردد. عموماً این همان حالتی است که در کمانش اتفاق می‌افتد.

معمولاً پدیده‌های کمانش یا چروک شدن<sup>۴</sup> بطور ناگهانی در پوسته‌ها (و ورقها) رخ می‌دهد و بسیار خطرناک است. لذا ارزیابی این پدیده برای پیشگیری از وقوع آن و محدود کردن مقدار صدمات وارد در صورت بروز آن، ضروری است.

مواد FGM به دلیل خواص منحصر بفرد خود بطور وسیع در سازه‌های پیشرفته‌ای از قبیل بدنه هواپیماها<sup>۵</sup>، بدنه زیر دریایی‌ها<sup>۶</sup>، فضا پیماها<sup>۷</sup>، پوسته راکتها<sup>۸</sup>، خطوط لوله زیردریایی<sup>۹</sup> و مخازن تحت فشار، مورد استفاده قرار می‌گیرند. همچنین اهمیت

<sup>۱</sup> -Buckling

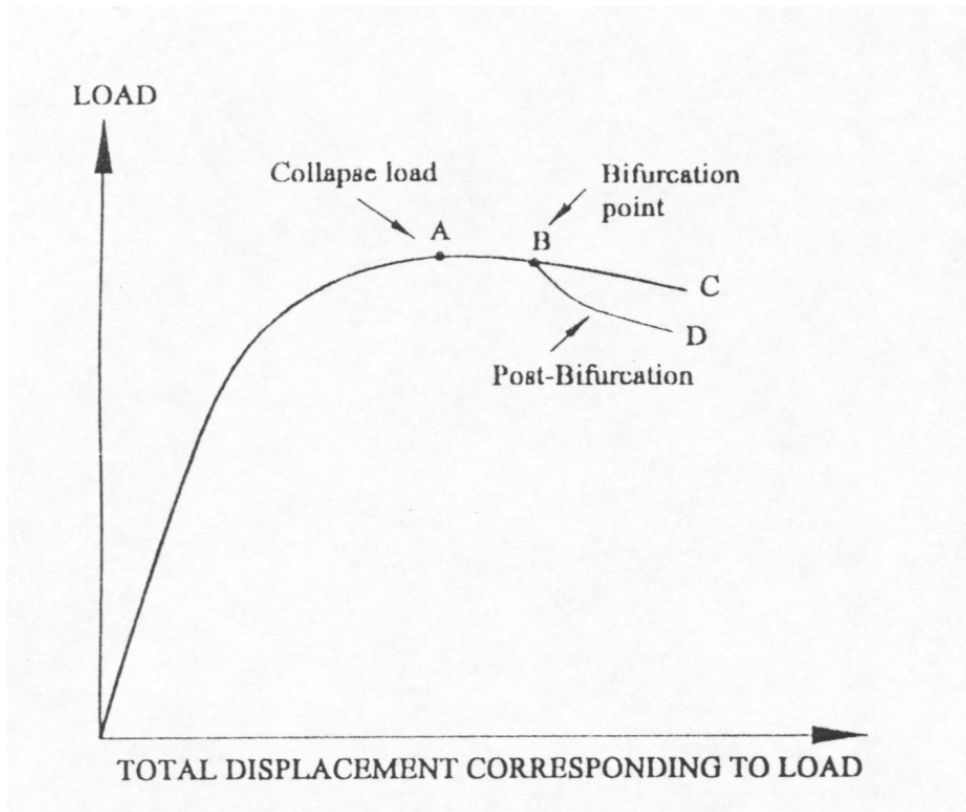
<sup>۲</sup> - Collapse

<sup>۳</sup> - Bifurcation buckling

<sup>۴</sup> - Wrinkling

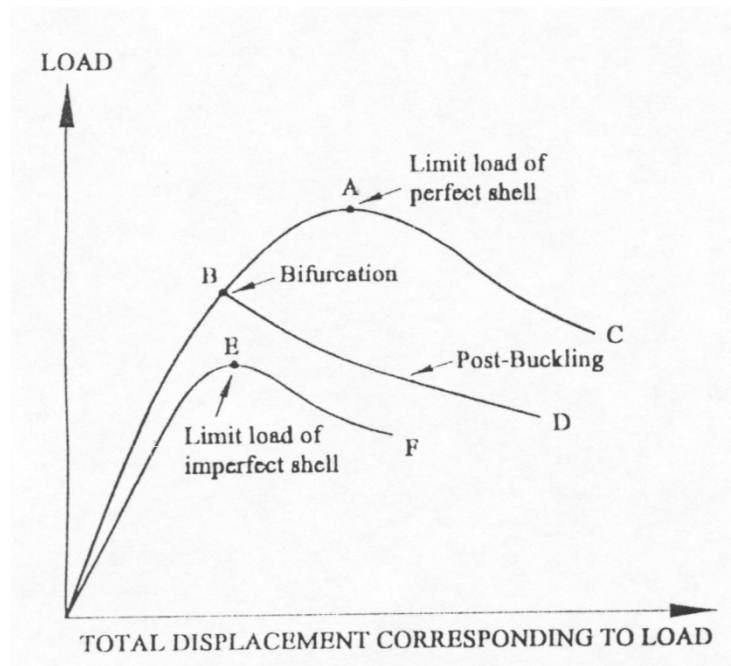
<sup>۵</sup> - Aircraft fuselages

حمل بار پایه<sup>۱۰</sup> در اعضاء این سازه ها، کمانش سازه های مرکب را مورد توجه بیشتر قرار می دهد. بعنوان مثال امروزه با بهره گیری از دانش مواد مرکب امکان انتقال نفت و گاز تا عمق ۲۴۰۰ متر در زیر دریا تحقق یافته است که نمونه ای از مساله کمانش تحت فشار شعاعی خارجی می باشد.



شکل (۱-۱) نمودار بار - تغییر مکان، بیانگر نقطه ماکزیمم بار و نقطه دو شاخه شدن

- 
- <sup>6</sup> - Submarine hulls
  - <sup>7</sup> - Space vehicles
  - <sup>8</sup> - Booster rockets
  - <sup>9</sup> - Sub - sea pipelines
  - <sup>10</sup> - Basic load



شکل (۲-۱) نمودار بار - تغییر مکان، بیانگر نقطه ماکزیمم بار و نقطه دو شاخه شدن

کمانش پوسته ها (و ورقها) از نظر کیفیت مشابه کمانش ستونهاست اما آنالیز کمانش این اجزاء به آسانی کمانش ستونها نیست. تحلیل کمانش پوسته ها (و ورقها) معمولاً مستلزم دشواری و موشکافی و دقت زیاد است و شرایطی که منجر به یافتن مقدار ویژه<sup>۱۱</sup> یا بار حقیقی کمانش می شود، در بسیاری مواقع واضح و آشکار نیست.

امروزه، روشهای مختلفی در آنالیز استاتیکی و دینامیکی سازه ها بکار می روند که بطور کلی می توان آنها را به سه دسته زیر تقسیم نمود:

۱- روش های حل تقریبی<sup>۱۲</sup>: این روشها عبارتند از روش Ritz، روش Rayleigh-Ritz یا روش تغییرات<sup>۱۳</sup> و نیز روش مانده های وزنی<sup>۱۴</sup>. توضیح آنکه روشهایی از قبیل روش تجمع نقطه ای<sup>۱۵</sup>، روش تجمع زیر منطقه ای<sup>۱۶</sup>، روش کمینه مربعات و روش گالرکین Calerkin، همگی زیر مجموعه روش جامع و کلی مانده های وزنی می باشند.

۲- روشهای حل عددی<sup>۱۷</sup>: این روشها عبارتند از روش اجزاء محدود (FEM)، روش تفاضل محدود (FDM) و روش تجمع محدود (FIM).

<sup>11</sup> - Eigenvalue

<sup>12</sup> - Approximate Solution

<sup>13</sup> - Variational method

<sup>14</sup> - Residual method

<sup>15</sup> - Point collection method

<sup>16</sup> - Subdomain collection method

<sup>17</sup> - Numerical solution

۳- روش محاسبه دقیق<sup>۱۸</sup>: این روش در واقع حل مستقیم معادلات حاکم بر مسئله است و دقیق ترین روشهاست. در بسیاری از مسائل مهندسی، امکان حل مستقیم معادلات حاکم بر مسئله وجود ندارد این دشواری ممکن است بدلیل پیچیدگی معادلات، شکل ناحیه حل و یا شرایط مرزی مسئله باشد. در چنین مواردی باید بجای روش محاسبه دقیق از روشهای حل تقریبی یا روشهای حل عددی بهره جست.

شیوه ای که در این رساله بکار گرفته شده در واقع ترکیبی از روشهای محاسبه دقیق و عددی می باشد که امکان بهره گیری از مزایای هر دو روش را فراهم می نماید.

## ۲-۱ مروری بر کارهای انجام شده

در میان تئوریهای مختلفی که بر اساس میدان تغییر مکان در تحلیل سازه ها به کار می روند می توان به دو دسته کلی زیر اشاره نمود. [۴-۱]

دسته اول بنام تئوری کلاسیک<sup>۱۹</sup> (CL) معروف می باشد و اساس آن بر فرضیه Love استوار است. این فرضیه بیان می دارد که تمامی خطوط مستقیمی که عمود بر سطح میانی پوسته (یا ورق) می باشند، قبل و بعد از تغییر شکل نیز مستقیم و عمود بر آن باقی می مانند. عبارت دیگر از تغییر شکل برشی عرضی صرفنظر می گردد. در دسته دوم که اصلاحی بر فرضیه Love می باشد اثرات تغییر شکل برشی عرضی در نظر گرفته می شود. البته در این دسته، تقسیم بندیهای دیگری نیز وجود دارد؛ از جمله می توان به تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول<sup>۲۰</sup> (FOSD) که به تئوری Reissner-Mindlin [۵-۶] معروف می باشد و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا<sup>۲۱</sup> (HOSD) که توسط Reddy [۷-۸] معرفی شد، اشاره نمود.

Flugge [۹] کمانش الاستیک پوسته های استوانه ای ایزوتروپیک را تحت انواع بارگذاریها در شرایط دو سر تکیه گاه ساده تحلیل نمود. Lin و Yell [۱۰] کمانش الاستو پلاستیک پوسته های استوانه ای (دایروی) ایزوتروپیک را تحت بار محوری در شرایط مرزی مختلف با بهره گیری از روش المانهای محدود، مورد بررسی قرار دادند. آنها تاثیر نقصهای ساختمانی از جمله تغییرات ضخامت در پیرامون مقطع و نیز بیضوی بودن مقطع و ... را در تخمین بار بحرانی لحاظ کردند و بیان داشتند کمانش در فاز الاستیک فقط در پوسته های خیلی نازک اتفاق می افتد و هنگامیکه تنش بحرانی بزرگتر از تنش تسلیم باشد باید اثرات رفتار غیر الاستیک در کمانش در نظر گرفته شود. همچنین آنها اظهار داشتند که شرایط مرزی تاثیر کمی بر مقدار بار بحرانی دارد لیکن رفتار postbuckling را تحت تاثیر قرار می دهد. Hansen [۱۱] نیز اثر نقصهای اتفاقی را بر روی کمانش الاستیک پوسته های استوانه ای (دایروی) بررسی نمود. Rotter و Teng [۱۲] و Rotter و Zhang [۱۳] تاثیر نقاط

<sup>18</sup> - Exact method

<sup>19</sup> - Classical

<sup>20</sup> - First – order shear deformable

<sup>21</sup> - Higher – order shear deformable



جوشکاری شده را بعنوان یک نقص در تعیین بار محوری کمانش لحاظ کردند. Tsan san و Whitney [۱۴] بار بحرانی کمانش را برای نمونه های آزمایشگاهی تیوبهای استوانه ای مرکب، تحت بار پیچشی و محوری در شرایط دو سرگیردار محاسبه کردند. آنها معادلات Flugge را برای مواد مرکب اصلاح کردند و بارهای بحرانی را از روش حل دقیق با استفاده از تبدیل Stoke و نیز روش حل تقریبی بدست آوردند.

Ruter [۱۵] رفتار پوسته های استوانه ای مرکب را تحت فشار داخل با استفاده از تئوری Donnell [۱۶] تحلیل نمود. همچنین Yuon [۱۷] رفتار پوسته های استوانه ای مرکب را تحت فشار داخل با حل معادلات الاستیسیته بکمک تابع تنش Lekhnitskii مورد بررسی قرار داد. Stavsky و Greenberg [۱۸] کمانش پوسته های استوانه ای مرکب را تحت بار محوری غیر یکنواخت در شرایط دو سر تکیه گاه ساده تحلیل نمودند. Anastasiadis و Simiteses [۱۹] تئوری HOSD را برای معادلات تعادل و شرایط مرزی بکار بستند و با بهره گیری از تکنیک فراشفتن<sup>۲۲</sup> معادلات کمانش را برای پوسته های استوانه ای مرکب (با لایه های متقارن) بدست آوردند و بکمک روش Galerkin نتایج محدودی را بر اساس تئوری های FOSD, CL<sup>۲۳</sup> و FOSD - W/CF برای بار گذاری محوری تحت شرایط مرزی دو سر گیردار و فشار خارجی برای طولهای بلند بدست آوردند. نتایج بدست آمده در مورد بار گذاری محوری بیان می دارد که تئوری CL یک تخمین بالا<sup>۲۴</sup> برای بار کمانش می باشد؛ مخصوصاً برای طولهای کوتاهتر و نیز تئوری FOSD - W/CF دقت بسیار نزدیکی نسبت به تئوری HOSD دارد. همچنین در مورد فشار خارجی مشاهده می شود تئوری CL فشار بحرانی بیشتری را نسبت به HOSD پیش بینی می کند و نیز تئوری FOSD در اکثر ترتیب های چیده شده<sup>۲۵</sup> (لایه ها) اختلافی کمتر از یک درصد نسبت به تئوری HOSD دارد. Sheinman و همکارانش [۲۰] پس کمانش پوسته های استوانه ای مرکب با نقص اولیه تحت بار محوری را مورد مطالعه قرار دادند. Anastasiadis و Simiteses در مقاله ای دیگر [۲۱] به توسعه نتایج خود در مورد فشار خارجی (برای طولهای بلند) پرداختند. همچنین آنها به اتفاق Tabiei [۲۲] نتایج متعددی را برای ترکیب بار محوری و فشار خارجی بدست آوردند. Gibson و Mistry [۲۳] به تحلیل زوال<sup>۲۶</sup> (عدم کار آیی) در پوسته های استوانه ای مرکب تحت ترکیبی از بار محوری و فشار خارجی پرداختند که می تواند شامل کمانش دو شاخه شدن یا تخریب اولین لایه<sup>۲۷</sup> (FPF) در اثر زوال، لغزش<sup>۲۸</sup> یا شکست<sup>۲۹</sup> ماده هم فشرده باشد. Babich و Kilin [۲۴] تحلیل سه بعدی پایداری را روی

22 - Perturbation technique

23 - FOSD theory with a shear correction factor of  $\frac{5}{6}$

24 - Overestimate

25 - Stacking sequences

26 - Failure

27 - First Ply failure

28 - Weeping

29 - Fracture

پوسته های استوانه ای ارتوتروپیک سه لایه مورد بررسی قرار دادند. Kardomateas [۲۵] نیز کمانش پوسته های استوانه ای مرکب جداره ضخیم را در وضعیت کرنش مسطح تحت فشار خارجی با استفاده از تحلیل سه بعدی الاستیسیته مورد مطالعه قرار داد. Zhang و Wu [۲۶] تئوری غیر خطی کمانش را برای پوسته های استوانه ای مرکب تقویت شده با رینگهای مجزا<sup>۳۰</sup>، بکار بردند. آنها اثرات تغییر شکل برشی عرضی و نقصهای اولیه را در نظر گرفته و با استفاده از اصل کار مجازی به تحلیل pre-buckling bifurcation و نیز postbuckling bifurcation بر مبنای معیار<sup>۳۱</sup> Huchinson پرداختند. همچنین آنها با توجه به تغییر شکل الاستیک - پلاستیک مدل که منجر به سیلان پلاستیک در ماتریس اکثر مواد مرکب (به ویژه مواد مرکب یا ماتریس فلزی) می گردد، رفتار غیر خطی ماده مرکب را به کمک رابطه Romberg-Osgood و معیار Hill اصلاح نمودند. Simites و همکارانش [۲۷] با ارائه یک مدل یک بعدی، بارهای کمانشی تورق<sup>۳۲</sup> را در تیرهای چند لایه با شرایط تکیه گاهی ساده و گیردار محاسبه کردند؛ آنها بیان داشتند که وقتی بارهای کمانشی خیلی کوچک باشند، رشد تورق می تواند احتمالاً زیاد باشد و بستگی به میزان سفت شوندگی<sup>۳۳</sup> ماده دارد. همچنین Grady و همکارانش [۲۸] به تحلیل کمانش تورق دینامیکی و انتشار تورق<sup>۳۴</sup> مواد مرکب چند لایه تحت بار ضربه با بهره گیری از روش اجزاء محدود پرداختند.

مطالعات زیادی روی رفتار اولیه پس از وقوع کمانش یا رفتار کاملاً غیر خطی بعد از کمانش پوسته های استوانه ای همگن و متورق مرکب به وسیله تئوری کلاسیک پوسته استوانه ای صورت گرفته است. با وجود این مطالعه رفتار پوسته های استوانه ای FGM تحت بارگذاری گرمایی یا مکانیکی محدود به چند مورد می باشد. Firer و Sheinman [۲۹] کمانش پوسته های استوانه ای با سطح مقطع غیر دایروی را مورد مطالعه قرار دادند. Loy و همکارانش [۳۰] تحلیل ارتعاشات پوسته های استوانه ای جدار نازک FGM با شرایط تکیه گاهی ساده را ارائه داده است. این کار سپس برای پوسته های استوانه ای جدار نازک FGM تحت شرایط مرزی مختلف توسط Pradhan و همکارانش [۳۱] توسعه داده شده است. Ng و همکارانش [۳۲] پایداری دینامیکی پوسته های استوانه ای جدار نازک تحت بارگذاری محوری متناوب را مورد بررسی قرار داده است. Stein [۳۳] اولین شخصی بود که اهمیت تغییر شکل قبل از کمانش را بر بار کمانش پوسته های استوانه ای تایید کرد. Shen [۳۴] پس کمانش پوسته های استوانه ای FGM در محیط های حرارتی را مورد بررسی قرار داده است.

<sup>30</sup> - Discretely stiffened

<sup>31</sup> - Criterion

<sup>32</sup> - Delamination buckling loads

<sup>33</sup> - Toughness

<sup>34</sup> - Delamination propagation

### ۱-۳- معرفی رساله حاضر

در این رساله پس کمانش الاستیک پوسته‌های استوانه‌ای FGM جداره نازک تحت بارگذاری محوری در شرایط مرزی مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است. با توجه به اینکه کمانش در فاز الاستیک فقط در پوسته‌های خیلی نازک اتفاق می‌افتد، از تئوری کلاسیک (CL) استفاده نموده و معادلات تعادل در وضعیت کمانش و سازگاری برای مواد FGM بدست آمده است. به منظور حل این معادلات، روشی نیمه تحلیلی ارائه می‌شود که بر اساس آن جابجایی و تابع تنش به صورت سری فوریه کامل با ضرایبی که تابع مختصه طولی پوسته می‌باشند بیان شده‌اند. سپس با بکارگیری روش با گالرکین (Galerkin) و با استفاده از روش خطی‌سازی نیوتن تعمیم یافته (Generalized Newton's Method) معادلات دیفرانسیل جزئی غیرخطی حاکم بر پوسته به معادلات دیفرانسیل عادی خطی تبدیل می‌شود. نهایتاً، با استفاده از روش تفاضل محدود (FDM) معادلات جبری بدست می‌آیند.

در فصل اول، به کلیات امر و معرفی کارهای انجام شده قبلی در زمینه پدیده کمانش و مواد FGM اختصاص داده شده است.

در فصل دوم، مکانیک مواد FGM به اجمال ارائه شده است.

در فصل سوم، تئوری کمانش در پوسته‌های استوانه‌ای بیان گردیده است و سپس معادلات پوسته‌های FGM بدست آورده شده است.

در فصل چهارم حل معادلات بکار رفته به منظور تحلیل کمانش و پس کمانش پوسته‌های استوانه‌ای FGM ارائه شده است. در فصل پنجم، نتایج حاصل از تحلیل پوسته با شرایط تکیه‌گاهی ساده و گیردار مورد بحث قرار گرفته است. در این فصل پوسته تحت بارگذاری محوری قرار گرفته است و اثرات پارامترهای هندسی و مکانیکی مختلف روی رفتار کمانش و پس-کمانش پوسته‌ها مورد مطالعه قرار گرفته است.

فصل دوم

**FGM** درآمدی بر مواد