١٠٢٧٤٦

دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد ریاضی (کاربردی)

روش عددی برای حل مسئله انتقال گرما در میکروکانال‌ها

مقداد یزدی

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران

استاد راهنما:
دکتر علاءالدین ملک

استاد مشاور:
دکتر سید حجت‌اله مومنی ماسوله

MAY 10/ 25

اسفند ۱۳۸۶

۱۰۲۷۴۶

دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده علوم پایه

بسمه تعالی

تأییدیه اعضای هیأت داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

اعضای هیئت داوران نسخهٔ نهایی پایان نامه آقای **مقداد یزدی** رشته **ریاضی (کاربردی)** تحت عنوان: «**روش عددی برای حل مسئلهٔ انتقال گرما در میکروکانالها**» از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آنرا برای اخذ درجهٔ کارشناسی ارشد مورد تائید قرار دادند.

اعضای هیأت داوران	نام و نام خانوادگی	رتبهٔ علمی	امضاء
۱- استاد راهنما	دکتر علاءالدین ملک	دانشیار	
۲- استاد مشاور	دکتر سیدحجت اله مؤمنی ماسوله	استادیار	
۳- استاد ناظر داخلی	دکتر فرشته سعدی	استادیار	
٤- استاد ناظر خارجی	دکتر جلیل رشیدی نیا	استادیار	
٥- نماینده تحصیلات تکمیلی	دکتر فرشته سعدی	استادیار	

۱۰۲۷۴۹

۴۳۲۳۷۵

بسمه تعالی

انشگاه تربیت مدرس
دانشکده علوم پایه

آیین‌نامهٔ چاپ پایان‌نامه (رساله) های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان‌نامه (رساله)های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس، مبین بخشی از فعالیتهای علمی - پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش‌آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهد می‌شوند:

مادهٔ ۲ در صفحهٔ سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه)، عبارت ذیل را چاپ کند

«کتاب حاضر حاصل پایان‌نامهٔ کارشناسی‌ارشد/رسالهٔ دکتری نگارنده در رشتهٔ ریاضی کاربردی است که در سال ۸۶ در دانشکدهٔ علوم پایه دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی سرکارخانم/جناب آقای دکتر علاءالدین متک، مشاورهٔ سرکارخانم/جناب آقای دکتر سید حجت الله مومنی ماسوله و مشاورهٔ سرکار خانم/جناب آقای دکتر ——— از آن دفاع شده است.»

مادهٔ ۳ به منظور جبران بخشی از هزینه‌های انتشارات دانشگاه، تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ) را به «دفتر نشر آثار علمی» دانشگاه اهدا کند. دانشگاه می‌تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

مادهٔ ۴- درصورت عدم رعایت مادهٔ ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ‌شده را به عنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس، تادیه کند.

مادهٔ ۵- دانشجو تعهد و قبول می‌کند درصورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می‌تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاه به دانشگاه حق می‌دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در مادهٔ ۴ را از محل توقیف کتابهای عرضه‌شدهٔ نگارنده برای فروش، تأمین نماید.

مادهٔ ۶- اینجانب مقداد نزدی دانشجوی رشته ریاضی کاربردی مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می‌شوم.

نام و نام خانوادگی: مقداد نزدی

تاریخ و امضا:

دستورالعمل حق مالکیت مادی و معنوی در مورد نتایج پژوهشهای علمی دانشگاه تربیت مدرس

مقدمه: با عنایت به سیاست‌های پژوهشی دانشگاه در راستای تحقق عدالت و کرامت انسانها که لازمه شکوفایی علمی و فنی است و رعایت حقوق مادی و معنوی دانشگاه و پژوهشگران، لازم است اعضای هیات علمی، دانشجویان، دانش آموختگان و دیگر همکاران طرح، در مورد نتایج پژوهشهای علمی که تحت عناوین پایان‌نامه، رساله و طرحهای تحقیقاتی که با هماهنگی دانشگاه انجام شده است، موارد ذیل را رعایت نمایند:

ماده ۱- حقوق مادی و معنوی پایان نامه‌ها / رساله‌های مصوب دانشگاه متعلق به دانشگاه است و هرگونه بهره‌برداری از آن باید با ذکر نام دانشگاه و رعایت آیین‌نامه‌ها و دستورالعمل‌های مصوب دانشگاه باشد.

ماده ۲- انتشار مقاله یا مقالات مستخرج از پایان نامه/ رساله به صورت چاپ در نشریات علمی و یا ارائه در مجامع علمی باید به نام دانشگاه بوده و استاد راهنما مسئول مکاتبات مقاله باشند.

تبصره: در مقالاتی که پس از دانش آموختگی بصورت ترکیبی از اطلاعات جدید و نتایج حاصل از پایان‌نامه/ رساله نیز منتشر می‌شود نیز باید نام دانشگاه درج شود.

ماده ۳- انتشار کتاب حاصل از نتایج پایان نامه / رساله و تمامی طرحهای تحقیقاتی دانشگاه باید با مجوز کتبی صادره از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه و بر اساس آئین نامه های مصوب انجام می‌شود.

ماده ۴- ثبت اختراع و تدوین دانش فنی و یا ارائه در جشنواره‌های ملی، منطقه‌ای و بین‌المللی که حاصل نتایج مستخرج از پایان نامه/ رساله و تمامی طرح‌های تحقیقاتی دانشگاه باید با هماهنگی استاد راهنما یا مجری طرح از طریق حوزه پژوهشی دانشگاه انجام گیرد.

ماده ۵- این دستورالعمل در ۵ ماده و یک تبصره در تاریخ ۱۳۸۴/۴/۲۵ در شورای پژوهشی دانشگاه به تصویب رسیده و از تاریخ تصویب لازم الاجرا است و هرگونه تخلف از مفاد این دستورالعمل، از طریق مراجع قانونی قابل پیگیری خواهد بود.

ناچیز است ولی

تقدیم به

مادر مهربانم

پدر بزرگوارم

خواهر عزیزم

و

برادر گرامیم

سپاسگزاری

از آقایان دکتر علاءالدین ملک و دکتر سید حجت‌اله مومنی ماسوله برای راهنمایی‌های ارزشمندشان سپاسگزاری می‌کنم.

چکیده

در این تحقیق روش کارایی برای محاسبهٔ سرعت و گرمای جریان گاز در میکروکانال‌های ساده و میکروکانال‌های با مانع ارائه شده است. تقریب چگالی توسط یک تابع توزیع که در معادلهٔ بولتزمن صدق می‌کند صورت می‌گیرد و منجر به بدست آوردن سرعت و دما در میکروکانال می‌شود. برای یک میکروکانال ثابت مدل‌های مختلف مانع استفاده شده‌است. مدل‌های ۹- سرعت و ۱۹- سرعت معادلهٔ لتیس بولتزمن برای بدست آوردن خواص ماکروسکوپی (چگالی و سرعت) در دو بعد و سه بعد بکار رفته‌است. برای اعداد نودسن بالا جریان لغزشی است و شرط مرزی لغزشی و برگشتی به ترتیب روی دیوار و روی موانع بکار گرفته شده‌است. نتایج عددی برای نمودار سرعت و دما در مکان‌های مختلف میکروکانال آورده شده است.

کلید واژه‌ها : معادلهٔ بولتزمن، جریان میکروکانال، روش لتیس بولتزمن، عدد نودسن.

فصل اول : کلیات ۱
۱-۱ مقدمه ۲
۱-۲ میکروجریان‌ها ۴
۱-۳ گاز رقیق ساده ۶
۱-۴ روش لتیس گاز ۱۰
۱-۴-۱ لتیس گاز *HPP* ۱۱
۱-۴-۲ لتیس گاز *FPP* ۱۲
۱-۴-۳ گام‌های تجدید آرایش ذرات مجازی در مدل‌های لتیس گاز ۱۲
۱-۴-۴ برخی معایب و نقاط ضعف روش‌های لتیس گاز ۱۵
۱-۵ روش لتیس بولتزمن ۱۵
۱-۵-۱ لتیس *D2Q9* ۱۸
۱-۵-۲ قواعد برخورد در مدل لتیس بولتزمن ۱۸
۱-۶ تاریخچه روش‌های لتیس گاز و لتیس بولتزمن ۱۹
فصل دوم : معادلهٔ بولتزمن ۲۵
۲-۱ مقدمه ۲۶
۲-۲ دینامیک‌های اتمی ۲۶
۲-۳ معادلهٔ بولتزمن ۲۹
۲-۴ فرم‌های تقریبی معادله بولتزمن ۳۱
۲-۴-۱ مدل *BGK* ۳۱
۲-۴-۲ مدل خطی ۳۲
فصل سوم : روش لتیس بولتزمن ۳۴
۳-۱ مقدمه ۳۵
۳-۲ گام برخورد و گام جریان در روش لتیس بولتزمن ۳۸
۳-۳ ارتباط معادله بولتزمن در حالت پیوسته و معادله لتیس بولتزمن ۴۰
۳-۴ استراتژی حل ۴۲
۳-۵ نحوه بدست آوردن خواص ماکروسکوپی سیال ۴۳
۳-۶ انواع شرایط روزی و شرایط اولیه در روش لتیس بولتزمن ۴۴
۳-۶-۱ شرایط مرزی ۴۴
۳-۶-۲ شرایط اولیه ۵۰
۳-۷ شرایط مرزی در میکروکانال با مانع ۵۰
۳-۷-۱ شرایط در مدل *D2Q9* ۵۱
۳-۷-۲ شرایط در مدل *D3Q19* ۵۴
۳-۸ پایداری روش لتیس بولتزمن ۵۷
فصل چهارم : مدل گرمایی روش لتیس بولتزمن ۵۹
۴-۱ مقدمه ۶۰
۴-۲ انرژی درونی و تابع تکامل آن ۶۱
۴-۳ معادله لتیس بولتزمن برای گرما ۶۳
۴-۴ نحوه بدست آوردن خواص ماکروسکوپی سیال ۶۴

۴-۵ شرایط مرزی در کانال با مانع ۶۶
فصل پنجم : نتایج عددی ۷۲
۵-۱ مقدمه ۷۳
۵-۲ مدل *D2Q9* و *D3Q19* ۷۴
۵-۳ میکروکانال با مانع ۷۵
۵-۴ مدل گرمایی معادلهٔ لتیس بولتزمن ۸۴
فصل ششم : جمع‌بندی ونتیجه‌گیری ۹۰
مراجع ۹۲
پیوست ۹۸

فصل اول

کلیات

۱-۱ مقدمه

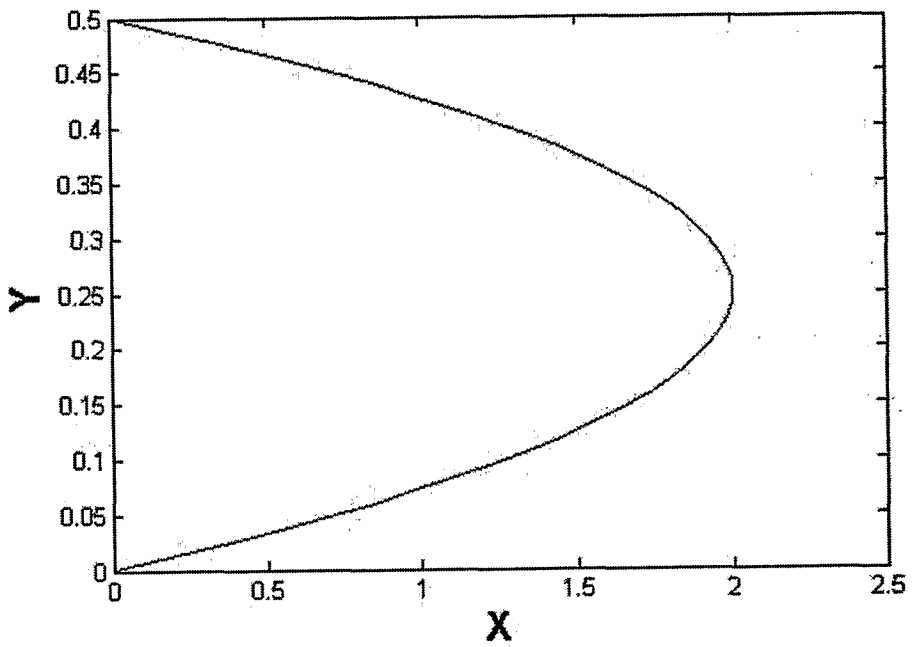
مطالعهٔ خصوصیات جریان از قبیل سرعت، چگالی، اندازه حرکت، گرما و... از مسایل قدیمی در مکانیک سیالات بوده است که روش‌های حل تحلیلی و عددی متعددی برای بدست آوردن این خصوصیات مورد استفاده قرار گرفته‌اند. روش‌های تحلیلی برای دستهٔ بسیار محدودی از جریان‌ها کاربرد دارند و تقریباً تمام مسایل مهندسی فاقد حل تحلیلی می‌باشند و فقط تعداد کمی از جریان‌ها نظیر جریان پوازی[۱] را می‌توان توسط روش‌های تحلیلی بررسی کرد [۱] . لذا با پیشرفت کامپیوترها، روش‌های عددی بررسی جریان سیال گسترش چشمگیری پیدا کردند. معادلات ناویر- استوکس که بعنوان معادلات حاکم بر سیالات شناخته می شوند از طریق گسسته سازی، جبری سازی، خطی سازی و حل دستگاه معادلات حل شده‌اند. روش‌های تفاضلات متناهی و المان محدود را می‌توان از این نوع تکنیک‌ها دانست. برای مثال شکل (۱-۱) پروفایل سرعت در یک کانال را نشان می‌دهد که معادلهٔ حاکم بر این جریان بصورت زیر است:

$$\rho(\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y})=-\frac{\partial P}{\partial x}+\mu(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2})$$

که u سرعت در جهت x، v سرعت در جهت y، ρ چگالی، P فشار و μ ضریب چسبندگی است که توسط روش تفاضلات متناهی حل عددی شده است.

[۱] Poiseuille

از دیگر روش‌های تحلیل جریان، روش‌های شبیه‌سازی برخورد مولکولی است. از این نوع می‌توان روش شبیه‌سازی مستقیم مونت- کارلو[۱] (*DSMC*) را نام برد. در این روش‌ها، برخوردهای بین مولکولی سیال مورد مطالعه، شبیه‌سازی کامپیوتری می‌شوند و از این طریق خصوصیات جریان در سطوح میکروسکوپی و ماکروسکوپی بدست می‌آیند. مشکل عمدهٔ این روش‌ها این است که برای بازسازی حتی یک لحظهٔ کوچک از حرکت سیال، حجم محاسبات زیاد بوده و امکانات کامپیوتری بسیاری نیاز است.



شکل۱-۱. پروفایل سرعت در یک کانال

شبیه‌سازی مستقیم مونت - کارلو بعنوان روشی تصادفی شناخته می‌شود. برد[۲] [۲] با بکارگیری این روش نتیجه گرفت که رابطه ای مستقیم بین تکنیک‌های انتخاب نمونه و معادلهٔ بولتزمن[۳] وجود دارد. محدودیت‌ها و خطاهای محاسباتی این تکنیک‌ها که سال‌ها مورد استفاده قرار گرفته‌اند توسط کارنیاداکیس، بسکوک و آلورو [۳] بحث شده است.

---

[۱] Direct Simulation Monte Carlo
[۲] Bird
[۳] Boltzmann Equation

از دیگر روش‌های عددی که در دهۀ اخیر گسترش پیدا کرده اند و به موفقیت‌های چشمگیری دست پیدا کرده اند روش‌های عددیی است که برخورد ذرات مجازی را روی یک شبکه منظم مدل می‌کنند.

۱-۲ میکروجریان‌ها[۱]

مطالعات خصوصیات جریان و انتقال گرما در مقیاس میکرو بعلت کاربردهای فراوان آن‌ها از جمله در چیپ‌های *VLSI*[۲]، وسایل الکترونیکی، بیوچیپ‌ها، سلول‌های الکتریکی و ...[۴]، مورد توجه مجامع علمی قرار گرفته است. تاکرمن و پیس [۵] مسئلۀ گرما را روی وسایل *VLSI* بررسی کردند و مطالعات آن‌ها دیگران را برای بررسی جریان‌های میکروکانالی ترغیب کرد. در سیستم‌های میکروکانالی، مسیر آزاد میانی مولکولی[۳]، λ ،که فاصلۀ طی شده توسط مولکول‌ها بین دو برخورد متوالی است، نزدیک به مشخصۀ طول خواهد بود. این مشخصۀ طول در یک میکروکانال توسط ارتفاع کانال H بیان می شود.

آرکلیک و بروئر [۶] جریان گاز در یک میکروکانال را بصورت تجربی بررسی کردند. طبق مطالعات آن‌ها بیان شد هنگامی که ابعاد جریان به مسیر آزاد میانی مولکولی نزدیک می‌شود خصوصیات جریان توسط عددی ثابت و بدون بعد به نام عدد نودسن[۴] Kn بیان می‌شود. این عدد درجۀ رقّت یک گاز را بیان می‌کند و عبارت است از نسبت مسیر آزاد میانی مولکولی به مشخصۀ طول:

$$Kn = \frac{\lambda}{H}.$$

---

[۱] Micro- flows
[۲] Very larg scale integration
[۳] Molecular mean free path
[۴] Knudsen number

عدد نودسن را می‌توان توسط دو پارامتر بی بعد دیگر نیز تعریف کرد. این دو پارامتر بی بعد عدد ماخ[1] و عدد رینولدز[2] هستند. عدد ماخ یک سرعت بی‌بعد است که فاکتور بی‌بعد کنندهٔ آن سرعت صوت می‌باشد [۷] و بصورت زیر تعریف می‌شود:

$$M = \frac{V}{a},$$

و در آن $a = \sqrt{\gamma RT}$ که $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$.

که V سرعت، R ثابت گازها، c_p ضریب انتقال حرارت در فشار ثابت، c_v ضریب انتقال حرارت در حجم ثابت و T دماست.

از طرف دیگر عدد رینولدز نسبت نیروی اینرسی به نیروی چسبندگی در سیال می‌باشد:

$$\mathrm{Re} = \frac{\rho V L}{\mu}$$

که در آن μ ضریب چسبندگی سیال و L طول مشخصهٔ میدان جریان است.

در مطالعهٔ میکروجریان‌ها بر اساس عدد نودسن، جریان‌ها به سه رژیم جریانی تقسیم می‌شوند و خواص جریان با توجه به این تقسیم بندی به‌طور جداگانه بررسی می‌شود. این رژیم‌ها عبارتند از:

- $Kn < 10^{-3}$، که در این رژیم، جریان رفتاری پیوسته دارد و به خوبی با معادلهٔ ناویر-استوکس با شرایط مرزی غیر لغزشی[3] قابل توصیف است.
- $Kn > 10$، که در این رژیم، بعلت رقّت بالا، جریان به صورت مولکول آزاد فرض می-شود.

[1] Mach
[2] Reynolds
[3] Nonslip

- $10^{-3} < Kn < 10$، که این جریان خود به دو دستهٔ جریان لغزشی[1] و جریان انتقالی تقسیم می‌شود.

نتایج تجربی پفاهلر، هارلی، باؤ و زِمِل [۸] و بررسی‌های پنگ وهمکاران [۱۱-۹] روی انتقال گرما نشان داد که مشخصه‌های میکروجریان‌ها از جریان‌های سنتی قبلی متفاوت است. همچنین بیان داشتند که پارامترهای هندسی نقش معناداری را در تعیین خصوصیات جریان دارند.

در سال ۱۹۹۴، بسکوک و کارنیاداکیس [۱۲] روش اسپکترال را برای شبیه‌سازی انتقال گرما و اندازه حرکت در ساختارهای میکروهندسی پیاده‌سازی کردند و بیان کردند که نتایجشان برای رژیم‌های غیرلغزشی معتبر است ولی برای اعداد نودسن بالاتر نیاز به حل ویژهٔ معادلهٔ بولتزمن می‌باشد.

با توجه به هندسهٔ کانال، مشخصهٔ طول در جریان‌های لغزشی نزدیک به مسیر آزاد میانی است و مقدار عدد نودسن نسبت به رژیم پیوسته بزرگ است. در رژیم جریان لغزشی شرایط مرزی غیرلغزشی معتبر نخواهد بود و زیر لایه‌هایی از مرتبهٔ یک مسیر آزاد میانی که بعنوان لایه‌های نودسن معرفی می‌شوند، شروع به غالب شدن بین جریان و لایهٔ دیوار می‌کند. جریان در لایهٔ نودسن نمی‌تواند توسط معادلهٔ ناویر- استوکس تحلیل شود و نیاز به حل ویژهٔ معادلهٔ بولتزمن دارد.

۱-۳ گاز رقیق ساده

در حالت کلی جریان گاز می تواند بصورت دو حالت ماکروسکپی و یا میکروسکپی مدل شود. در مدل ماکروسکپی، گاز پیوسته و دارای جمله‌هایی از متغیرهای فضایی و زمانی می باشد که خواص جریان نظیر سرعت، چگالی، فشار و دما از آن جمله می‌باشند. معادلات ناویر –

[1] Slip

استوکس مدل ریاضی برای یک گاز پیوسته را فراهم می آورد. خواص ماکروسکوپی جریان، متغیرهای وابسته‌ای دراین معادلات خواهند بود و متغیرهای مستقل در این معادلات مختصات فضایی و زمانی می‌باشند.

درمدل میکروسکوپی گاز به عنوان سازه‌ای بخش‌بخش و متشکل از هزارها مولکول مجزا شناخته می‌شود و این مدل اطلاعاتی نظیر موقعیت، سرعت و حالت هر یک از مولکول‌ها را در همه زمان‌ها در خود دارد. مدل ریاضی در این حالت به کمک معادله بولتزمن بیان می شود.

کمیت‌های اصلی مرتبط با مدل مولکولی عبارتند از: تعداد مولکول‌ها در واحد حجم، جرم، اندازه و سرعت و حالت داخلی هر مولکول. این کمیت‌ها باید به مسیر آزاد میانی و فرکانس تصادم به منظور ایجاد مقیاس‌های زمانی و مسافتی از اثرات منتجه از اندرکنش‌های[1] بین مولکول‌های برخورد کننده به یکدیگر مرتبط گردند. همچنین از آنجا که نتایج مولکولی در فرم‌هایی از کمیت‌های ماکروسکوپی گاز نمود پیدا می‌نماید، بنابراین باید راهی برای مرتبط نمودن کمیت-های میکروسکوپی و ماکروسکوپی گاز به یکدیگر پیدا نماییم. برای ساده‌سازی، فرض می‌کنیم در این بخش گاز مورد نظر ما دارای یک عنصر شیمیایی می‌باشد و بنابراین تمام مولکول‌ها ساختار یکسانی دارند. چنین گازی را گاز ساده می نامیم.

تعداد مولکول‌های موجود در یک مول از یک گاز، ثابت فیزیکی بسیار مهمی است که عدد آووگادرو[2] (Na) نامیده می شود. قانون آووگادرو همچنین بیان می‌دارد که فضای اشغال شده توسط یک گاز در یک دما و فشار معین برای تمام گازها یکسان است. تعداد مولکول‌ها بر واحد حجم یا عدد دانسیته (n) برای یک گاز وابسته به دما و فشار بوده اما از ترکیب گاز مستقل است.

---

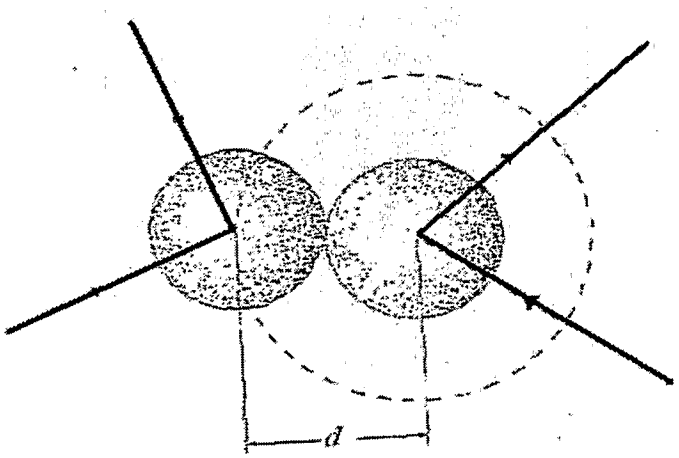
[1] Interaction
[2] Avogadro number

حجم متوسطی که در دسترس هر مولکول می باشد برابر است با $\frac{1}{n}$ ، بنابراین فضای متوسط مولکولی، δ، برطبق فرمول زیر بیان می شود:

$$\delta = n^{-1/3}$$

یک کره الاستیک سخت با قطر d یک مدل خیلی ساده شده ولی مفید از مولکول می تواند باشد. بنابراین آنچنانکه در شکل (۱-۲) نشان داده شده دو مولکول وقتی به هم تصادم می-نمایند که مسیر آن‌ها طوری باشد تا فاصله بین مرکزهای آن‌ها تا مقدار d کاهش پیدا نماید. سطح مقطع کلی تصادم برای این مولکول‌ها عبارتست از:

$$\sigma_T = \pi d^2$$



شکل۱-۲. برخورد دو کرهٔ سخت با قطر d

لغت مولکول به عنوان یک کلمه عمومی مورد استفاده قرار گرفته و شامل هم مولکول‌های تک اتمی که تنها یک اتم منفرد دارند می شود و هم مولکول‌های دو اتمی با دو اتم جداگانه و همچنین مولکول‌های چند اتمی با بیشتر از دو اتم جداگانه را شامل می‌شود. هر اتم یک مولکول واقعی شامل هسته و الکترون‌هایی است که اطراف هسته روی مدارهایی در حرکت می باشند.

مطالعات کلاسیک راجع به اثرات تصادم‌های بین مولکولی بر پایه میدان‌های نیرویی بین مولکول‌ها استوار است. این میدان‌ها بصورت کروی متقارن درنظر گرفته شده است. نیروی بین مولکولی در یک گاز دو یا چند اتمی تابعی از موقعیت‌های مولکول‌ها است.

نسبت فضای اشغال شده توسط یک گاز که عملاً شامل یک مولکول است برابر است با:

$$\left(d/\delta\right)^3.$$

رابطه بالا نشان می دهد که برای دانستیه‌های به اندازه کافی کوچک، فضای مولکولی δ در مقایسه با قطر مولکولی d خیلی بزرگ است. تحت چنین شرایطی، تنها بخش فوق العاده کوچکی از فضا توسط مولکول‌ها اشغال شده و بنابراین هر یک از مولکول‌ها، بخش بسیار بزرگی از مسیر حرکتی خود را خارج از محدوده تاثیر پذیر از مولکول‌های دیگر طی خواهد نمود.

بنابراین چنانچه در این حالت تصادمی رخ دهد، می توان مطمئن بود که یک تصادم دوتایی بین تنها دو مولکول جداگانه رخ داده است. چنین وضعیتی تحت شرایط زیر رخ می دهد:

$$\delta >> d$$

و چنین گازی به عنوان یک گاز رقیق[۱] معروف است.

جدیدترین روش‌هایی که برای تحلیل عددی جریان در میکروکانال‌ها استفاده شده است روش لتیس[۲] گاز[۳] و بعد از آن روش لتیس بولتزمن[۴] می‌باشد. در این روش‌ها نوع ذرات و قواعد برخورد در سطح میکروسکوپی منطبق بر واقعیت فیزیکی نمی‌باشد ولی ثابت می‌گردد که الگوریتم‌های فوق در سطح ماکروسکوپی و برای اعداد ماخ کوچک منجر به ارضای معادلات بقای جرم و ناویر - استوکس می‌گردند. جزییات میکروسکوپی جریان معمولاً مورد نظر نمی-باشند و خواص ماکروسکوپی نظیر سرعت و گرمای جریان مورد بحث است.

---

[۱] Dilute

[۲] کلمهٔ لتیس در فارسی شبکه و مشبکه نیز ترجمه شده است.

[۳] Lattice gas method

[۴] Lattice Boltzmann method

۱-۴ روش لتیس گاز

روش‌های موسوم به لتیس گاز، مدل‌هایی از برخورد ذرات مجازی بر روی یک شبکه منظم می باشند در این مدل‌ها، با استفاده از ایده ماشین سلولی[۱] ، الگوریتم‌های موضعی، ساده و تکرار شونده برای شبیه سازی جریان سیال مورد استفاده قرار می گیرند. در این بخش، کلیات روش لتیس گاز به‌طور خلاصه ارائه می گردد[۱].

ساختار لتیس مورد استفاده در یک مدل لتیس گاز و همچنین قواعد ذرات مجازی ممکن است، در مدل دیگر متفاوت باشد، ولی موارد ذیل در کلیه مدل‌های لتیس گاز مشترک می باشند:

- در کلیه برخوردها قوانین بقای جرم و مومنتوم ارضاء می گردند.
- ذرات مجازی فقط در روی مسیرهای لتیس حرکت می نمایند.
- در هر لحظه، در روی هر مسیر، فقط یک ذره مجاز به حرکت در یک جهت معین می باشد.
- تمام برخوردها در مراکز لتیس، یعنی در گره‌ها، رخ می دهند.
- تمام برخوردها به‌طور همزمان صورت می پذیرد.
- هر برخورد فقط توزیع ذرات در گروه‌های مجاور را تحت تأثیر قرار می دهد. به بیان دیگر، الگوریتم لتیس گاز موضعی می باشد.

هر ذره مجازی در روش لتیس گاز را می توان بسته‌ای حاوی تعدادی زیاد از ذرات شبهه فیزیکی فرض نمود که مسیر، سرعت و زمان حرکت آن‌ها محدود و مقید گردیده است. در یک سیستم از ذرات فیزیکی واقعی، برخوردها غیرهمزمان بوده و مسیرهای ذرات کاملا متنوع می باشند، از اینرو، مدل لتیس گاز را نمی‌توان برای بررسی رفتار میکروسکوپی سیال مورد استفاده

[۱] Cellular Automata