بسم الله الرحمن الرحيم

۳۳۲۵۲

«الف»

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده علوم ـ بخش فیزیک

پایان نامه برای تکمیل دوره کارشناسی ارشد فیزیک

افت‌خیز میدان خلاء و آهنگ گسیل خود به خود
در یک تیغه دی الکتریک

مؤلف

محمد کیانی چلمردی

استاد راهنما

دکتر محمدرضامطلوب

اسفند ۱۳۷۶

بسمه تعالی

این پایان نامه

به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد

به

بخش فیزیک

دانشکده علوم، دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

		امضاء
دانشجو:	محمد کیانی چلمردی	
استاد راهنما:	دکتر محمد رضا مطلوب	
داور ۱:	دکترحسن فاطمی امام غیث	
داور ۲:	دکترعبدالناصر ذاکری	
داور ۳:		
داور ٤:		

حق چاپ محفوظ و متعلق به مولف است.

به یاد پدرم

تقدیم به

مادر بزرگوارم

و همسر صبور و فداکارم

تشکر و قدردانی

اکنون که با عنایت پروردگار و مساعدت و همکاری بی‌دریغ استـاد بزرگـوارم جنـاب آقای دکتـر محمدرضـا مطلوب کار تدوین و تکمیل این اثـر مراحـل پایانـی خود را گذرانده و به پایان رسیده است وظیفه خود می‌دانم که از زحمات و رهنمودها و پیشنهادات سازنده آن استاد ارجمند که در تمامی مراحل نگارش ، از آغاز تا پایان ، هـمواره رهگشـا و چـاره‌ساز بـوده‌انـد، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایم .

چکیده:

محاسبه آهنگ واپاشی یک اتم و یا مولکول برانگیخته در نزدیکی یک تیغه دی‌الکتریک به دو روش متفاوت بررسی می‌شود:

روش اول: میدان الکترومغناطیسی با استفاده از توابع مد کوانتیزه شده و آهنگ واپاشی اتم برانگیخته با به کار بردن قاعده طلایی فرمی محاسبه می‌شود. فرض می‌کنیم که تابع دی‌الکتریک تیغه یک کمیت حقیقی ثابت است.

روش دوم: بر اساس کاربرد قضیه اتلاف ـ افت خیز (FDT) و فرمول کیوبو است. در این روش، آهنـگ واپاشی با قسمت موهومی تابع گرین پتانسیل برداری متناسب است. در این فرمول بندی تابع دی‌الکتریک تیغه تابعی حقیقی از فرکانس در نظر گرفته می‌شود. این روش برای استفاده در هندسه‌های پیچیده مناسب است.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول

مقدمه

دو تراز n_1 و n_2 با انرژیهای E_1 و E_2 ($E_2 > E_1$) برای یک اتم یا یک مولکول در نظر بگیرید. فرض کنید که اتم یا مولکول در حالت برانگیختگی یعنی حالت n_2 باشد (مناسب است که n_1 را حالت پایه بگیریم). چون $E_2 > E_1$ است، اتم تمایل خواهد داشت که به حالت n_1 واپاشی کند و انرژی ($E_2 - E_1$) را آزاد سازد. اگر این انرژی به شکل گسیل یک فوتون آزاد شود، این فرایند راگسیل خود به خود اتم یا مولکول برانگیخته نامند.

چنانچه عضو ماتریسی ممان دو قطبی الکتریکی این گذار μ باشد، آهنگ گسیل خود به خود اتم یا مولکول برانگیخته با استفاده از قاعده طلایی فرمی بصورت زیر بدست می‌آید.

$$\Gamma_j = \frac{2\pi}{\hbar^2}\mu^2 \langle 0 | \hat{E}^2_j(r) | 0 \rangle \qquad , \qquad j = x, y, z$$

(۱ - ۱)

که در آن $\hat{E}_j(r)$ عملگر میدان الکتریکی در موقعیت r و $\langle 0 |$ حالت خلاء میدان تابشی است. مقدار چشمداشتی $\langle 0 | \hat{E}^2_j(r) | 0 \rangle$ معرف افت‌خیز میدان الکتریکی خلاء است. محاسبه نشان می‌دهد که با جاگذاری عملگر میدان الکتریکی در فضای تهی در (۱ ـ ۱)، بزرگی آهنگ گسیل خود به خود اتم یا مولکول برانگیخته در فضای تهی مستقل از موقعیت r اتم یا مولکول است و مقدار آن عبارتست از:

$$\Gamma_0 = \frac{\mu^2 \omega_0^2}{3\pi\hbar c^3} \qquad (۲ - ۱)$$

بدیهی است که بستگی فضایی عملگر میدان الکتریکی برای هندسه‌هائی غیر از فضای تهی، موجب می‌شود که مقدار چشمداشتی $\langle 0 | \hat{E}^2_j(r) | 0 \rangle$ بستگی خاص آن هندسه را به خود بگیرد. برای مثال هنگامی که نیمی از فضا با یک دی‌الکتریک پر شده و نیم دیگر تهی است [۱] افت‌خیز میدان الکتریکی نسبت به مقدار نظیر در فضای تهی تغییر می‌کند. چنین تغییری برای هندسه‌های دیگر از قبیل کاواک فابرو ـ پرو[۲] مشاهده و بررسی شده است. این مطلب باعث تغییر آهنگ گسیل خود به خود اتم برانگیخته نسبت به فضای تهی می‌شود.

در این پایان نامه به محاسبه افت خیز میدان خلاء و آهنگ گسیل خود به خود اتم یا

مولکول برانگیخته در مجاورت یک تیغه دی‌الکتریک با ضخامت و ضریب شکست اختیاری می‌پردازیم. در فصل سوم ، ابتدا مروری خواهیم داشت بر کوانتش میدان الکترومغناطیسی در فضای تهی از طریق وابسته کردن نوسانگرهای هماهنگ ساده کوانتومی به هر مد میدان تابشی. سپس در بخشهای دوم و سوم این فصل، با معرفی مدهای فضایی رونده و به دام افتاده، میدان الکترومغناطیسی را بر حسب مجموعه کاملی از مدهایی فضایی رونده و به دام افتاده برای یک تیغه دی‌الکتریک بسط داده و به روش معمول کوانتیزه می‌کنیم. سرانجام در بخشهای چهار و پنج این فصل ، افت‌خیز میدان الکتریکی و آهنگ گسیل خود به خود اتم یا مولکول برانگیخته را بصورت تابعی از موقعیت بدست می‌آوریم.

در فرمولبندی پدیده‌های فیزیکی که در آنها محیط و سطوح مرزی نقش چشمگیری دارند، می‌توان به اهمیت و کارآیی تابع گرین اشاره کرد. مسئله افت‌خیز میدان خلاء و آهنگ گسیل خود به خود اتم برانگیخته در مجاورت یک تیغه دی‌الکتریک از جمله مسائلی است که می‌توان آن را از طریق تابع گرین مورد بررسی قرار داد و نتیجه آن را با آنچه که از طریق کوانتش میدان الکترومغناطیسی بدست آمده مقایسه کرد.

در فصل دوم، رابطه افت خیز (تابع بستگی) میدان الکترومغناطیسی با تابع گرین را بدست می‌آوریم. در این فصل افت خیز کمیتهای توصیف کننده یک سیستم در حالت تعادل را، به عنوان تابعی از زمان که منجر به بررسی مفهوم تابع بستگی می‌گردد مورد بررسی قرار می‌دهیم. البته بحث اصلی در مورد کمیتهای غیر ترمودینامیکی سیستم است و به بررسی خواص آماری میدان الکترومغناطیس در یک محیط مادی اختصاص دارد. در ادامه این فصل با بیان قضیه «اتلاف - افت خیز» و فرمول «کیوبو» به معرفی تابع پذیرفتاری تعمیم یافته می‌پردازیم. و در ادامه نشان خواهیم داد که افت خیز پتانسیل برداری برای محیطی غیرمغناطیسی بصورت زیر بدست می‌اید.

$$(A_i^{2})_{\omega} = \frac{\hbar}{\pi} \, \mathrm{Im} G_{ii}(\omega, r, r) \qquad (۳-۱)$$

که در آن $G_{ij}(\omega,r,r')$ تانسور تابع گرین پتانسیل برداری است .

در فصل چهارم، ابتدا با استفاده از پیوستگی مؤلفه‌های مماسی $\vec{E}$ و $\vec{H}$ و مؤلفه‌های عمودی $\vec{D}$ و $\vec{H}$، شرایط مرزی تابع گرین را روی سطوح دی‌الکتریک بدست می‌آوریم و سپس با استفاده از شرایط مرزی بدست آمده مؤلفه‌های تانسورگرین را محاسبه می‌کنیم. در بخشهای دوم و سوم این فصل، با استفاده از تابع بستگی که در فصل دوم بیان شده است افت‌خیز میدان الکتریکی و آهنگ گسیل خود به خود اتم یا مولکول برانگیخته را در مجاورت تیغه دی‌الکتریک بدست می‌آوریم و سعی می‌کنیم که نتیجه این محاسبات را با آنچه که در فصل سوم بدست آمده مقایسه کنیم.

فصل دوم

افت‌خیز میدان الکترومغناطیس، تابع بستگی

افت خیز [1]

کمیتهای فیزیکی که یک جسم ماکروسکپی در حال تعادل را توصیف می‌کنند تقریباً همواره نزدیک به مقدار میانگین هستند. انحراف از مقادیر میانگین؛ هر چند کوچک باشد را افت خیز نامند.

(۲ ـ ۱) «توزیع گوسی»

سیستم بسته‌ای در نظر بگیرید، فرض کنید xکمیت فیزیکی باشد که تمامی این سیستم یا قسمتی از آن را توصیف می‌کند. برای سادگی مقدار میانگین کمیت x را صفر در نظر بگیرید ($\bar{x}=0$).

احتمال این که مقدار کمیت x در بازه x و $x+dx$ باشد از رابطه $W(x)\ dx \propto \exp(S(x))$ برآورد می‌شود که $S(x)$ آنتروپی سیستم است. در نتیجه :

$$W(x)\ dx \propto \exp(S(x)) \Rightarrow W(x)\ dx = \text{Constant} \exp(S(x)) \qquad (۱ ـ ۱ ـ ۲)$$

بدیهی است آنتروپی سیستم در $x = \bar{x} = ۰$ ماکزیمم است، بنابراین برای $x = ۰$ باید داشته باشیم

$$\frac{\partial^۲ s}{\partial x^2} < ۰ \qquad , \qquad \frac{\partial s}{\partial x} = ۰ \qquad (۲ ـ ۱ ـ ۲)$$

چنانچه افت خیزهای کمیت xکوچک باشد؛ می‌توان آنتروپی سیستم را حول نقطه $x = ۰$ بسط تیلور داد.

$$S(x) = S(۰) - \frac{۱}{۲}\beta x^۲ + \dots \qquad (۳ ـ ۱ ـ ۲)$$

که در آن βمقدار ثابت و مثبتی است. با جایگزینی (۲ ـ ۱ ـ ۳) در عبارت (۲ ـ ۱ ـ ۱) داریم.

$$W(x)dx = A\exp(-\frac{۱}{۲}\beta x^۲)\, dx \qquad (۵ ـ ۱ ـ ۲)$$

A ثابتی است که با استفاده از شرط بهنجارش [2] به دست می‌آید.

هر چند که $W(x)$ برای xهای کوچک معتبر است اما این تابع با افزایش $|x|$ به سرعت

1- *Fluctuations.* 2- *Normalisation.*

کاهش می‌یابد. لذا بازه انتگرال‌گیری را می‌توان از ∞- تا ∞+ در نظر گرفت.

$$A\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(-\frac{\beta x^۲}{۲})\, dx = 1 \quad => \quad A=\sqrt{\frac{\beta}{۲\pi}}$$

بنابراین شکل بهنجار شده (۲ - ۱ - ۴) به صورت زیر به دست می‌آید:

$$W(x)\, dx = (\frac{\beta}{۲\pi})^{۱/۲} \exp-(\frac{۱}{۲}\beta x^۲)\, dx \tag{۲ - ۱ - ۵}$$

رابطه فوق تابع توزیع احتمال برای مقادیر مختلف افت خیزهای کمیت x است. این توزیع را توزیع گوسی نامند.

با توجه به توزیع احتمال (۲ - ۱ - ۵) میانگین مجذور افت خیز کمیت x را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\langle x^۲\rangle = \int_{-\infty}^{+\infty} x^۲\, W(x)dx= \int_{-\infty}^{+\infty} (\frac{\beta}{۲\pi})^{۱/۲}x^۲ \exp(-\frac{1}{۲}\beta x^۲)\, dx=\frac{1}{\beta} => \langle x^۲\rangle =\frac{1}{\beta}$$

(۲ - ۱ - ۶)

لذا شکل مناسب توزیع گوسی عبارت است از:

$$W(x)\, dx = \frac{1}{\sqrt{۲\pi \langle x^۲\rangle}} \exp(-\frac{x^۲}{۲\langle x^۲\rangle})\, dx \tag{۲ - ۱ - ۷}$$

تعمیم این مطلب به گونه‌ای که برای سیستمهای چند متغیره، مناسب باشد بدیهی است. آنتروپی سیستم تابعی از کمیتهای $x_1 , \dots , x_n$ است و توزیع احتمال به شکل $W dx_1 , \dots , dx_n$ در می‌آید. بدینسان بسط آنتروپی حول نقطه تعادل عبارت است از:

$$S = S_0 - \frac{1}{۲} \beta_{ik} X_i X_k \tag{۲ - ۱ - ۸}$$

می‌توان به سادگی نشان داد که شکل تابع توزیع گوسی برای چنین سیستمی عبارت است از:

$$W = \frac{\sqrt{\beta}}{(۲\pi)^{n/۲}} \exp(-\frac{1}{۲} \beta_{ik} X_i X_k) \tag{۲ - ۱ - ۹}$$