

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشکده فنی و مهندسی

بخش مهندسی برق

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد رشته برق گرایش  
مخابرات

---

متامتریال (فراماده) و کاربرد آن در طراحی مدارهای مایکروویو

---

استادان راهنما :

دکتر احمد حکیمی

دکتر مسعود موحدی

استاد مشاور :

دکتر عبدالعلی عبدی پور

مؤلف :

رسول کشاورز

اسفند ماه ۱۳۸۹



این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط درجه کارشناسی ارشد به

**بخش مهندسی برق**

**دانشکده فنی و مهندسی**

**دانشگاه شهید باهنر کرمان**

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو: رسول کشاورز

استادان راهنما: دکتر احمد حکیمی

دکتر مسعود موحدی

استاد مشاور: دکتر عبدالعلی عبدی پور

دوره ۱: دکتر سعید سریزدی

دوره ۲: دکتر محسن صانعی

نماینده‌ی تحصیلات تکمیلی در جلسه دفاع: مهندس محمد جواد رستمی

معاونت پژوهشی و تحصیلات تکمیلی دانشکده:

**حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر کرمان است.**

تقدیم به :

پدر و مادرم، به پاس آموزه هایشان که زندگی را برایم عاشقانه و پر ارج ساخته اند.

تشکر و قدردانی:

با تشکر فراوان از اساتید محترم،

دکتر احمد حکیمی، دکتر مسعود موحدی، دکتر عبدالعلی عبدی پور و دکتر

کامبیز افروز

## چکیده:

متامتریال یا فراماده یک ساختار مصنوعی و همگن است که خواص غیرعادی الکترومغناطیسی از خود نشان می‌دهد. همچنین، مواد دست چپی که دارای  $\epsilon$  و  $\mu$  منفی هستند، دارای خواص فراماده می‌باشند. اما مواد دست چپی خالص را نمی‌توان ایجاد کرد، زیرا به دلیل وجود عناصر پارازیتیک در فرکانسهای بالا، همواره ترکیبی از مواد دست راستی (که دارای  $\epsilon$  و  $\mu$  مثبت هستند) و دست چپی وجود دارد که به آنها Composite Right/Left Handed یا به اختصار CRLH می‌گویند. به این نکته نیز باید اشاره کرد که فراماده فقط به مواد CRLH محدود نمیشود.

در این پایان نامه خط انتقال اینتردیجیتال بر اساس مفاهیم خط انتقال CRLH معرفی شده است که معایب و مشکلات خط انتقال CRLH را ندارد. با کنار هم قرار دادن و سری کردن خازنهای اینتردیجیتال می‌توان یک خط انتقال اینتردیجیتال ایجاد کرد. به ازای فرکانسهای بیشتر از فرکانس تشدید سری ساختار، ثابت انتشار این خط انتقال پیشنهاد شده، حقیقی و مثبت خواهد شد، بنابراین خط انتقال عملکردی مشابه خط انتقال معمولی دارد. اما این ثابت انتشار و در نتیجه امپدانس مشخصه آنها تابعی از فرکانس می‌باشند و از این نظر با خط انتقال معمولی تفاوت دارند.

سپس چند تزویج کننده با استفاده از خط انتقال اینتردیجیتال ارائه داده شده است. از ویژگیهای این ساختارهای ارائه شده می‌توان به کوچک بودن طول و عرض ساختارها، افزایش میزان تزویج، افزایش پهنای باند و آسان بودن طراحی اشاره کرد. همچنین خط انتقال اینتردیجیتال خاصیت dual-band نیز از خود نشان می‌دهد.

**کلید واژه:** متامتریال (فراماده)، خازن اینتردیجیتال، CRLH، تزویج کننده، dual-band، تزویج

کننده متعامد branch.

## فهرست مطالب:

۱	مقدمه
	<b>فصل اول: فراماده و ویژگیهای آن</b>
	<b>۶</b>
۶	۱-۱ تعریف فراماده و مواد دست چپی
۸	۲-۱ ساختارهای پیشنهادی برای ساخت مواد دست چپی
۹	۳-۱ بررسی معادلات ماکسول در مواد دست چپی
۱۱	۴-۱ خاصیت پراکندگی مواد دست چپی
۱۲	۵-۱ اثر معکوس Doppler در مواد دست چپی
۱۳	۶-۱ اثر معکوس قانون Snell در مواد دست چپی
	<b>فصل دوم: تئوری خط انتقال در مواد دست چپی و CRLH</b>
	<b>۱۸</b>
۱۸	۱-۲ خط انتقال CRLH، مدل مداری و پارامترهای آن
۲۴	۲-۲ حالت متعادل و غیرمتعادل CRLH
۲۵	۳-۲ مزیت‌های ساختار متعادل نسبت به غیرمتعادل
۲۷	۴-۲ روش‌های پیاده سازی خط انتقال CRLH در خطوط میکرواستریپ
۲۷	۱-۴-۲ خط انتقال CRLH با استفاده از خازن اینتردیجیتال و استاب
۲۸	۲-۴-۲ خط انتقال CRLH با استفاده از مدارات مجتمع SMT
۲۸	۳-۴-۲ خط انتقال CRLH با استفاده از SRR و CSRR

۳۱ فصل سوم: ویژگیهای خاص خط انتقال CRLH

۳۱ ۱-۳ ویژگی Dual-Band (DB)

۳۶ ۲-۳ ویژگی افزایش پهنای باند

### فصل چهارم: خط انتقال اینتردیجیتال

۴۲

۴۲ ۱-۴ خازن اینتردیجیتال

۴۴ ۲-۴ خط انتقال اینتردیجیتال

### فصل پنجم: تقسیم کننده توان تزویجی

۴۶

۴۶ ۱-۵ مقدمه ای بر تقسیم کننده توان تزویجی

۴۷ ۲-۵ تزویج کننده متقارن رو به عقب (IC)

۵۱ ۳-۵ تزویج کننده متقارن رو به جلو (PC)

۵۳ ۴-۵ تزویج کننده غیر متقارن

۵۳ ۱-۴-۵ تزویج کننده نامتقارن رو به عقب

۵۵ ۲-۴-۵ تزویج کننده نامتقارن رو به جلو

۵۶ ۵-۵ تزویج کننده های توان فراماده و ویژگی های آنها

۵۶ ۱-۵-۵ تزویج کننده IC متقارن با استفاده از خط انتقال CRLH

۲-۵-۵ تزویج کننده PC غیر متقارن با استفاده از خط انتقال

۶۵ CRLH

## فصل ششم: تقسیم کننده های توان تزویجی پیشنهادی

۶۸

- ۶۸ ۱-۶ تزویج کننده مقارن رو به عقب با استفاده از خط انتقال اینتردیجیتال
- ۷۲ ۲-۶ تزویج کننده نامتقارن رو به عقب با استفاده از خط انتقال اینتردیجیتال
- ۸۰ ۳-۶ تزویج کننده مقارن رو به عقب با استفاده از استابهای زمین شده متناوب
- ۸۶ ۴-۶ تزویج کننده مقارن رو به جلو با استفاده از خازن اینتردیجیتال

## فصل هفتم: خاصیت Dual-Band خط انتقال اینتردیجیتال

۹۴

- ۹۴ ۱-۷ بررسی خاصیت Dual-Band خط انتقال اینتردیجیتال
- ۹۶ ۲-۷ تقسیم کننده توان متعامد branch در حالت Dual-Band، با استفاده از خط انتقال اینتردیجیتال

## فصل هشتم: پیشنهادهایی برای ادامه کار

۹۹

۱۰۱

مراجع

## مقدمه:

ماتریال<sup>۱</sup> یا فراماده یک ساختار مصنوعی و همگن<sup>۲</sup> می باشد که خواص غیرعادی الکترومغناطیسی از خود نشان میدهد [۱]. همچنین به ساختاری که ابعاد سلولی آن از طول موج کوچکتر است، همگن می گویند [۲].

از طرفی به موادی که داری  $\epsilon$  و  $\mu$  منفی باشند مواد دست چپی<sup>۳</sup> (LH) می گویند که در مقابل مواد دست راستی<sup>۴</sup> (RH) قرار دارند (در مواد دست راستی  $\epsilon$  و  $\mu$  مثبت هستند). از آنجایی که مواد LH دارای ویژگیهای فراماده هستند، می توان این مواد را فراماده به حساب آورد.

اولین بار Viktor Veselago به تحلیل ساختارهای LH پرداخت (۱۹۶۷ میلادی) [۳]. اما تمام تحقیقات وی جنبه نظری داشت و موفق به ساخت این مواد نشد. ۳۰ سال پس از Veselago، Smith موفق به ساخت مواد LH شد [۴]. این مواد بر خلاف مواد دست راستی دارای سرعت فاز و ثابت انتشار منفی می باشند، ولی سرعت گروه در این مواد مانند مواد دست راستی مثبت است.

از آن زمان تا کنون روشهای متفاوتی برای پیاده سازی مواد LH ارائه شده است. اما نکته ای که در اینجا باید به آن اشاره کرد این است که مواد LH خالص وجود خارجی ندارند. زیرا با افزایش فرکانس مقادیر عناصر پارازیتیک در ساختار افزایش پیدا میکنند و این عناصر پارازیتیک خاصیت دست راستی از خود نشان داده و بنابراین به جای مواد LH خالص ما با ترکیبی از مواد LH و RH روبرو هستیم که به آنها CRLH<sup>۵</sup> می گویند.

روشهای متفاوتی برای پیاده سازی خط انتقال CRLH وجود دارد که از آن جمله می توان به اینتردیجیتال<sup>۶</sup>/استاب، استفاده از حلقه های تشدید دوتایی<sup>۷</sup> و مکمل آنها، و همچنین استفاده از

---

<sup>1</sup> Metamaterial

<sup>2</sup> Homogeneous

<sup>3</sup> Left-Handed (LH)

<sup>4</sup> Right-Handed (RH)

<sup>5</sup> Composite Right/Left Handed (CRLH)

<sup>6</sup> Interdigital

<sup>7</sup> Split Ring Resonator (SRR)

عناصر فشرده SMT اشاره کرد. هر یک از این روشهای پیاده سازی در پایان نامه توضیح داده خواهد شد و مزایا و معایب آنها نیز بیان میشود.

مدار معادل یک خط انتقال CRLH از خازن سری، خازن موازی، سلف سری و سلف موازی تشکیل شده است. در پیاده سازی با روش اینتردیجیتال/استاب از خازن اینتردیجیتال به عنوان خازن سری ساختار استفاده میشود و استاب زمین شده سلف موازی ساختار را تعیین میکند. این دو عنصر قسمت LH ساختار را فراهم میکنند. مقادیر پارازیتیک خازن اینتردیجیتال نیز سلف سری و خازن موازی ساختار (قسمت دست راستی) را ایجاد میکنند [۱]. این مقادیر پارازیتیک قابل کنترل می باشند و به نحوه محاسبه آنها خواهیم پرداخت.

خازن اینتردیجیتال یک ساختار متناوب بند انگشتی است که همانطور اشاره شد از آن برای ایجاد خازن سری استفاده میشود و در فرکانسهای بالا مانند یک عنصر فشرده رفتار میکند [۱].

نکته ای که باید در اینجا به آن اشاره کرد این است که اگر فرکانس تشدید سری و موازی خط انتقال CRLH با هم برابر باشند، ساختار را متعادل<sup>۱</sup> و در غیر اینصورت نامتعادل<sup>۲</sup> گویند.

خط انتقال CRLH ویژگیهای منحصر بفردی از خود نشان میدهد که از آن جمله می توان به خاصیت dual-band و بهبود پهنای باند اشاره کرد. یک ساختار dual-band ساختاری است که در دو فرکانس دلخواه بتواند رفتار مورد نظر ما را از خود نشان دهد. از این خاصیت در ساخت تقسیم کننده های توان و مخلوط کننده ها و سایر مدارات میکروویوی استفاده میشود.

استفاده از روش اینتردیجیتال/استاب مشکلاتی را پیش روی ما برای طراحی CRLH قرار میدهد که از آن جمله میتوان به موارد زیر اشاره کرد:

- به علت استفاده از استاب زمین شده، عرض ساختار زیاد میشود.
- برآورده کردن شرایط متعادل در CRLH در این روش سخت می باشد. زیرا فرمول دقیقی برای خازن و عناصر پارازیتیک آن وجود ندارد و با تغییر اندکی در این المانها شرط متعادل

---

<sup>1</sup> Balanced

<sup>2</sup> Unbalanced

بودن مدار از بین رفته و ساختار نامتعادل میشود و همانطور که در ادامه به آن اشاره خواهد شد، ساختار نامتعادل مشکلات خاص خود را دارد.

- در ساخت مدارهای میکروویو، از قبیل تقسیم کننده های توان، با استفاده از خط انتقال اینتردیجیتال/استاب، طول ساختار زیاد میشود.

در این پایان نامه خط انتقال اینتردیجیتال معرفی شده است که مشکلات خط انتقال CRLH را ندارد. خط انتقال اینتردیجیتال با قرار دادن خازنهای اینتردیجیتال به طور سری و پشت سر هم ایجاد میشود. به عبارت دیگر خط انتقال اینتردیجیتال مشابه یک خط انتقال CRLH است که سلف موازی آن حذف شده است. به دلیل حذف کردن استاب، عرض ساختار کم میشود. طول ساختار نیز همانطور که در ادامه پایان نامه اشاره خواهد شد در کاربردهای مختلفی از جمله تقسیم کننده های توان، کاهش می یابد. همچنین، ثابت انتشار خط انتقال اینتردیجیتال به ازای فرکانسهای بزرگتر از فرکانس تشدید سری ساختار، حقیقی و مثبت می باشد و ساختار مشابه یک ساختار دست راستی رفتار میکند.

یکی از ادوات میکروویوی که کاربردهای گسترده ای دارند، تقسیم کننده های توان می باشند که انواع مختلفی دارند. از آن جمله می توان به تزویج کننده ها، تزویج کننده های متعامد branch و هیبرید دایره ای اشاره کرد. تزویج کننده های معمولی به دلیل پهنای باند زیادی که نسبت به سایر تقسیم کننده ها دارند در مدارات میکروویو پهن-باند استفاده زیادی دارند. ولی مشکل استفاده از آنها این است که میزان تزویج آنها کم می باشد [۱].

یک تزویج کننده دارای چهار دهانه است که به آنها دهانه ورودی، مستقیم، تزویج و ایزوله می گویند. همچنین این ساختارها را می توان به دو دسته متقارن و غیر متقارن تقسیم بندی کرد. اگر دو خط تزویج مشابه باشند ساختار را متقارن و در غیر اینصورت غیر متقارن می گویند. همچنین اگر دهانه تزویج در مجاورت دهانه ورودی باشد آن تزویج کننده رو به عقب و در غیر اینصورت رو به جلو است.

در سالهای اخیر تحقیقات گسترده ای روی تزویج کننده های ساخته شده با خطوط انتقال CRLH انجام شده است. در این نوع می توان به تزویج بالا حتی  $0\text{ dB}$  نیز دست یافت [۱]. اما آنها نیز مشکلات خاص خود را دارند که به چند نمونه اشاره میکنیم:

- طول آنها زیاد می باشد.
- به دلیل استفاده از استاب زمین شده در خطوط تزویج آنها، عرض ساختار زیاد است.
- طراحی آنها مشکل است و روند طراحی مشخصی ندارند. در این ساختارها میزان تزویج را با تغییر طول ساختار کنترل میکنند.

در این پایان نامه یک تزویج کننده متقارن و یک تزویج کننده نامتقارن که هر دو رو به عقب و  $3\text{ dB}$  می باشند، با استفاده از خط انتقال اینتردیجیتال ارائه شده است. از مزایای آنها نسبت به نمونه های ساخته شده از CRLH می توان به موارد زیر اشاره کرد:

- طول آنها کمتر می باشد.
- به دلیل به کار نرفتن استاب در این ساختارها عرض آنها نیز کمتر است.
- پهنای باند آنها بیشتر است.
- روند طراحی و ساخت ساده ای دارند.

همچنین در ادامه پایان نامه یک تزویج کننده رو به عقب دیگر نیز ارائه شده است. در این ساختار در کنار خطوط تزویج معمولی به صورت متناوب، استاب زمین شده اضافه شده است. میزان تزویج تا  $3\text{ dB}$  افزایش یافته است و پهنای باند نیز مطلوب می باشد.

در نهایت یک تزویج کننده رو به جلو نیز ارائه شده است که تا  $0\text{ dB}$  تزویج دارد و پهنای باند نیز زیاد می باشد.

همچنین مشابه با خط انتقال CRLH می توان اثبات کرد که خط انتقال اینتردیجیتال نیز خاصیت dual-band از خود نشان میدهد که این خاصیت در مورد یک تقسیم کننده توان متعامد branch

به کار برده شده است. از ویژگیهای این ساختار نسبت به نمونه هایی ساخته شده به وسیله خط انتقال CRLH، می توان به افزایش پهنای باند و کوچکی ابعاد اشاره کرد.

# فصل اول

## فراماده و ویژگیهای آن

### ۱-۱ تعریف فراماده و مواد دست چپی

ماتریال یا فراماده یک ساختار الکترومغناطیسی مصنوعی و همگن می باشد که خواص غیرعادی الکترومغناطیسی از خود نشان می دهد و همچنین در طبیعت موجود نیست [۱]. در تعریف ارائه شده برای فراماده، واژه ی همگن باید به طور کامل مشخص شود. به عبارت دیگر یعنی به چه ساختاری همگن می گویند. به ساختاری همگن می گویند که طول متوسط سلولی ساختار ( $p$ ) از طول موج ( $\lambda_g$ ) کوچکتر باشد. میزان این کوچک بودن را معمولاً یک چهارم طول موج ( $\frac{\lambda_g}{4}$ ) در نظر می گیرند [۲].

$$p \leq \frac{\lambda_g}{4} \quad (1-1)$$

یکی دیگر از تعاریفی که در ادامه مورد استفاده قرار خواهد گرفت، ضریب انکسار<sup>۱</sup> ( $n$ ) می باشد که عبارت است از [۱]:

$$n = \sqrt{\epsilon_r \mu_r} \quad (2-1)$$

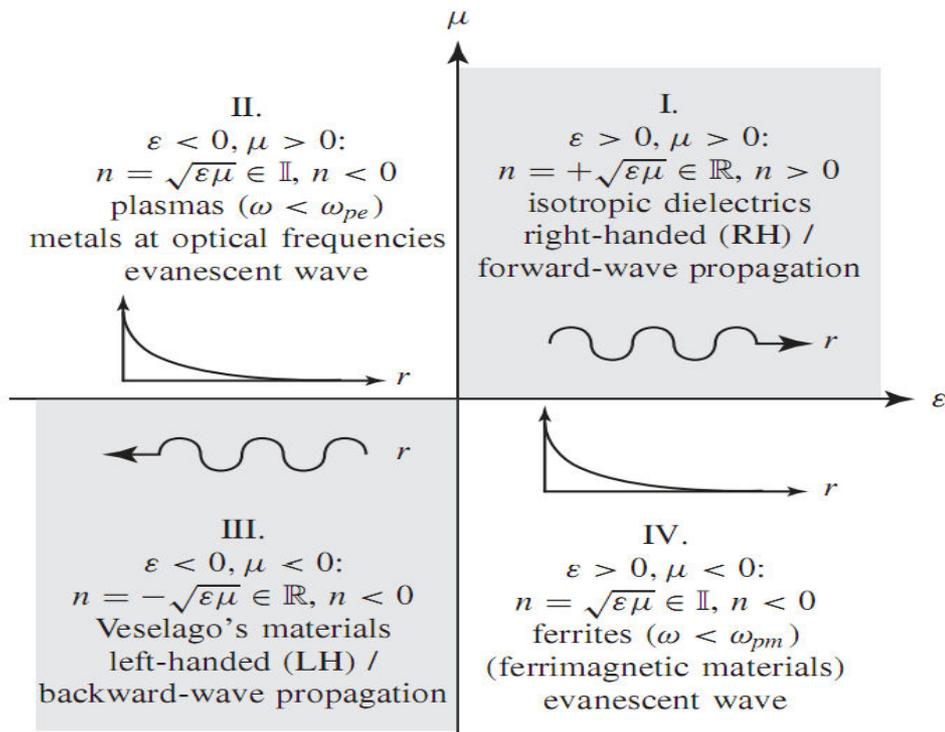
در این رابطه  $\epsilon_r$  و  $\mu_r$  به ترتیب، ضریب گذردهی نسبی الکتریکی و مغناطیسی محیط می باشند. با توجه به علامت منفی یا مثبت  $\epsilon_r$  و  $\mu_r$ ، چهار حالت کلی می توان برای مواد در نظر گرفت که در شکل (۱-۱) نشان داده شده است. این چهار حالت به تفصیل در زیر بیان می شود.

۱-  $\epsilon > 0$  و  $\mu > 0$ : این حالت در بر گیرنده موادی است که تا به حال با آنها سر و کار داشته ایم که به آنها مواد دست راستی (RH) می گویند. یکی از نمونه های این مواد، دی الکتریکهای همسانگرد<sup>۲</sup> می باشند. در این مواد انتشار موج رو به جلو<sup>۱</sup> است.

---

<sup>1</sup> Refraction Index

<sup>2</sup> Isotropic Dielectrics



شکل ۱-۱: نمودار حالات مختلف  $\epsilon$  و  $\mu$  از لحاظ علامت.

۲-  $\epsilon < 0$  و  $\mu > 0$ : به این مواد پلاسما<sup>۲</sup> می گویند. البته به شرطی که فرکانس کاری آنها از فرکانس  $\omega_{pe}$  (فرکانس تشدید الکتریکی پلاسما) کمتر باشد. فلزات در فرکانسهای نوری خواص پلاسمایی از خود نشان می دهند. در این مواد موج منتشر نمی شود و حالت ناپایدار دارد.

۳-  $\epsilon > 0$  و  $\mu < 0$ : به این مواد فریت<sup>۳</sup> می گویند. البته به شرطی که فرکانس کاری آنها از  $\omega_{pm}$  (فرکانس تشدید مغناطیسی فریت) کمتر باشد. انتشار موج در مواد فریمگنتیک هم ناپایدار می باشد.

۴-  $\epsilon < 0$  و  $\mu < 0$ : به اینها مواد دست چپی می گویند. همچنین چون برای اولین بار Veselago در سال ۱۹۶۷ تئوری این مواد را مطرح کرد به آنها مواد Veselago هم می گویند [۳]. انتشار امواج در این مواد به صورت رو به عقب<sup>۴</sup> می باشد.

<sup>1</sup> Forward-Wave Propagation

<sup>2</sup> Plasma

<sup>3</sup> Ferrite

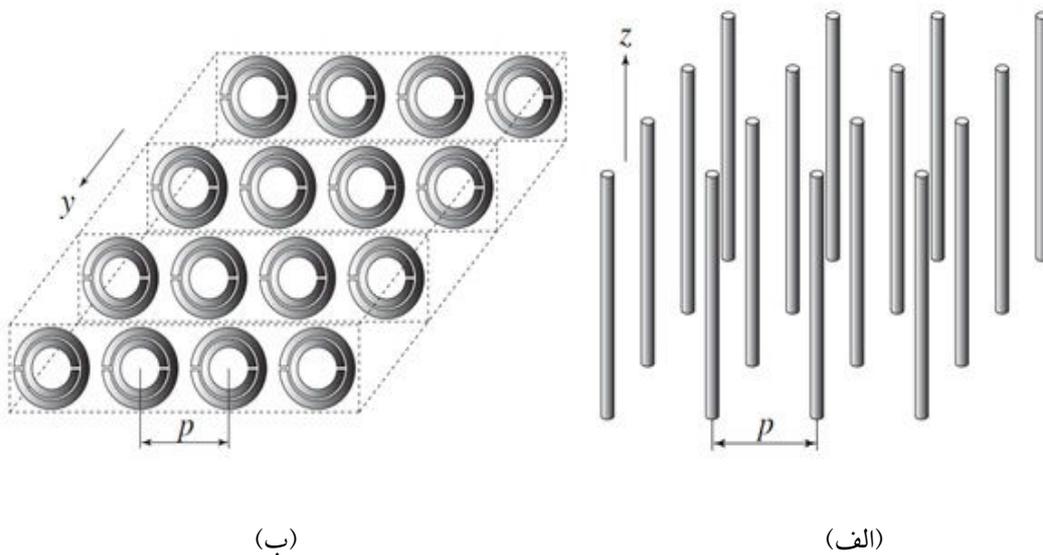
<sup>4</sup> Backward-Wave Propagation

## ۲-۱ ساختارهای پیشنهادی برای ساخت مواد دست چپی

نکته ای که در مورد تحقیقات Veselago قابل ذکر است این است که او موفق به ساخت مواد LH نشد. زیرا وی در طبیعت به دنبال این مواد میگشت و غافل از اینکه این مواد مصنوعی می باشند و در طبیعت وجود ندارند. ۳۰ سال بعد فردی به نام Smith اولین ساختار مواد LH را ایجاد کرد [۴]. البته قبل از Smith، فردی به نام Pendry نیز موفق به ساخت مواد با  $\epsilon < 0$  و همچنین  $\mu < 0$  به صورت جداگانه شده بود، که هر دو این ساختارها همگن بودند.

Pendry با کنار هم قرار دادن میله های نازک<sup>۱</sup>  $\epsilon < 0$  ایجاد کرد و اثبات کرد که اگر میدان الکتریکی موازی با این میله های نازک به ساختار اعمال شود ساختار خاصیت  $\epsilon < 0$  از خود نشان می دهد (شکل ۱-۲-الف) [۶۵].

وی همچنین اثبات کرد که اگر به حلقه های دوتایی<sup>۲</sup> میدان مغناطیسی به صورت عمود بر صفحه آنها وارد شود کل ساختار مشابه  $\mu < 0$  رفتار میکند (شکل ۱-۲-ب) [۷].

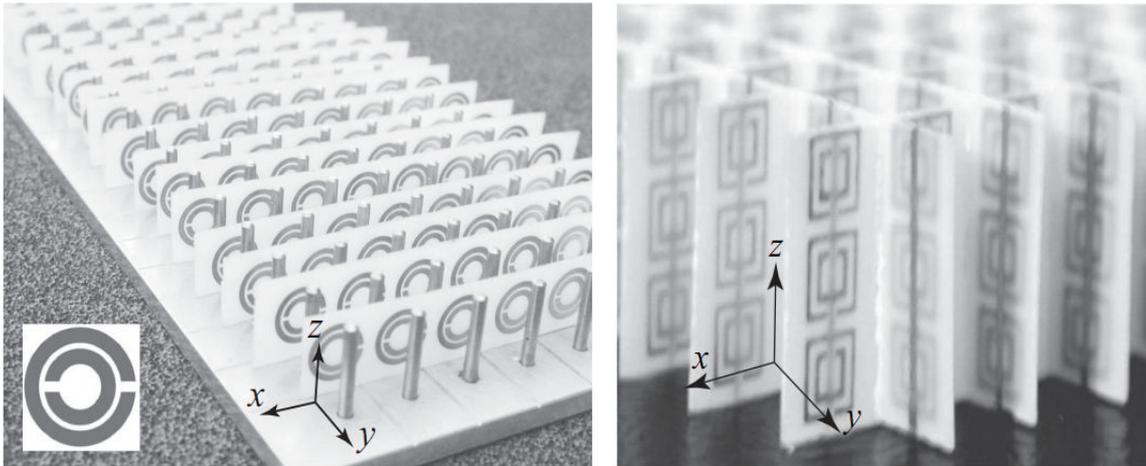


شکل ۱-۲: ساختارهای پیشنهادی Pendry برای ایجاد الف)  $\epsilon < 0$  و ب)  $\mu < 0$ .

<sup>1</sup> Tin-Wire  
<sup>2</sup> Split Ring

اما Smith برای اولین بار این سیمهای نازک و حلقه های دوتایی را کنار هم قرار داد و ساختار فراماده را ایجاد کرد (شکل ۳-۱).

به این نکته نیز باید توجه کرد که فراماده مفهومی فراتر از مواد LH دارد. اما به دلیل اینکه مواد LH ویژگیهای فراماده را دارا می باشند، می توان آنها را جزو فراماده به حساب آورد.



شکل ۳-۱: اولین ساختارهای مواد LH ساخته شده که توسط Smith ارائه شده است.

### ۳-۱ بررسی معادلات ماکسول در مواد دست چپی

حال به بررسی معادلات میدان در ساختار مواد LH می پردازیم و خواص متفاوت این مواد را نسبت به مواد معمولی بیان می کنیم.

همانطور که در قبل اشاره شد، یک ماده LH، یک ماده الکترومغناطیسی است با  $\epsilon < 0$  و  $\mu < 0$ . در نتیجه در ادامه اثبات خواهد شد در این مواد سرعت گروه ( $v_g$ ) و سرعت فاز ( $v_p$ ) در جهت مخالف یکدیگر هستند.

با توجه به معادلات ماکسول داریم:

$$\begin{aligned}
 \nabla \times \vec{E} &= -j\omega\mu \vec{H} - \vec{M}_s \\
 \nabla \times \vec{H} &= -j\omega\epsilon \vec{E} + \vec{J}_s \\
 \nabla \cdot \vec{D} &= \rho_e \\
 \nabla \cdot \vec{B} &= \rho_m
 \end{aligned}
 \tag{۳-۱}$$

و

$$\begin{aligned}\vec{D} &= \varepsilon \vec{E} \\ \vec{B} &= \mu \vec{H}\end{aligned}\quad (4-1)$$

که در روابط فوق،  $\vec{E}$  شدت میدان الکتریکی،  $\vec{H}$  شدت میدان مغناطیسی،  $\vec{D}$  چگالی شار الکتریکی،  $\vec{B}$  چگالی شار مغناطیسی،  $\vec{M}_s$  چگالی جریان مغناطیسی (فرضی)،  $\vec{J}_s$  چگالی جریان الکتریکی،  $\rho_e$  چگالی بار الکتریکی و  $\rho_m$  چگالی بار مغناطیسی (فرضی) می باشند.

حال یک موج صفحه ای به شکل زیر را به عنوان جواب معادلات ماکسول در نظر میگیریم:

$$\begin{aligned}\vec{E} &= \vec{E}_0 e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{r}} \\ \vec{H} &= \frac{\vec{E}_0}{\eta} e^{-j\vec{\beta} \cdot \vec{r}}\end{aligned}\quad (5-1)$$

که در این رابطه  $\eta = \frac{|\vec{E}|}{|\vec{H}|}$  امپدانس موج را بیان میکند. چون هر موج می تواند به صورت جمع آثار موجهای صفحه ای به وسیله سری فوریه بیان شود، در نظر گرفتن یک موج صفحه ای مجزا می تواند در تحلیل به ما کمک کند [۱].

برای سادگی فرض کنید تلفات ماده ای که موج در آن منتشر میشود را صفر بگیریم و همچنین منبعی وجود نداشته باشد، پس داریم:

$$\begin{aligned}\vec{\beta} \times \vec{E} &= s\omega |\mu| \vec{H} \\ \vec{\beta} \times \vec{H} &= -s\omega |\varepsilon| \vec{E}\end{aligned}\quad (6-1)$$

که در روابط فوق  $\beta$  ثابت انتشار محیط می باشد و تابع علامت  $s$  به شکل زیر تعریف میشود:

$$s = \begin{cases} +1 & RH \\ -1 & LH \end{cases}\quad (7-1)$$

سرعت فاز را نیز میتوان به شکل زیر تعریف کرد:

$$\vec{v}_p = \frac{\omega}{\beta} \hat{\beta} \quad \left( \hat{\beta} = \frac{\vec{\beta}}{|\vec{\beta}|} \right)\quad (8-1)$$

اما جهت بردار poynting که بیانگر جهت انتشار توان می باشد، در مواد دست RH و LH تفاوتی ندارد و در هر دو این مواد برابر است با:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H}^* \quad (9-1)$$

با توجه به انتشار انرژی، سرعت گروه که موازی بردار poynting می باشد نیز به صورت  $\vec{v}_g = \nabla_{\vec{\beta}} \omega$  تعریف میشود. پس به طور خلاصه میتوان گفت:

در مواد RH داریم:  $v_p > 0, \beta > 0, v_g > 0$

و در مواد LH داریم:  $v_p < 0, \beta < 0, v_g > 0$

منفی بودن سرعت فاز در مواد LH ممکن است عجیب به نظر برسد. اما این موضوع توجیه فیزیکی دارد. نکته ای که دارای اهمیت است این است که سرعت گروه نمی تواند منفی باشد [۸].

#### ۴-۱ خاصیت پراکندگی<sup>۱</sup> مواد دست چپی

بر طبق شرایط entropy مواد LH باید حتما پراکنده گر باشند. به عبارت دیگر  $\epsilon$  و  $\mu$  در این مواد تابعی از فرکانس هستند. شرایط entropy بیان میکند که اگر منبع الکترومغناطیسی قطع شود تمام انرژی به گرما تبدیل میشود و باید داشته باشیم [۱]:

$$\begin{aligned} \frac{d(\omega\epsilon)}{d\omega} &> 0 \\ \frac{d(\omega\mu)}{d\omega} &> 0 \end{aligned} \quad (10-1)$$

همانطور که قبلا بیان گردید، در مواد LH،  $\epsilon$  و  $\mu$  منفی می باشند و طبق شرایط entropy حتما این مواد پراکنده گر هستند و گرنه شرایط entropy (روابط ۱-۱۰) برقرار نمی باشند.

<sup>1</sup> Dispersion