بسم الله الرحمن الرحيم

معاونت آموزش و تحصیلات تکمیلی
مدیریت تحصیلات تکمیلی

بسمه تعالی

فرم ۱۱۴ - ت

شماره :

تاریخ :

صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

با تلاوت آیاتی چند ازکلام ا... مجید جلسه دفاع از پایان نامه خانم سیده فاطمه حسینی دانشجوی رشته فیزیک (گرایش ذرات بنیادی) با عنوان نوسان نوترینو در میدان‌های گرانشی در ساعت ۱۱:۳۰ روز پنجشنبه مورخ ۹۰/۰۷/۱۴ در محل دانشکده علوم پایه (اتاق ۲۵۰) تشکیل گردید .

پس از استماع گزارش ارائه شده توسط دانشجو و استاد راهنما هیات داوران و حاضران سئوالاتی را مطرح و خانم سیده فاطمه حسینی به دفاع از موضوع پرداخت وبه سئوالات آنها پاسخ گفت .

سپس پایان نامه توسط هیات داوران مورد ارزشیابی قرار گرفت و نمره ۱۹/۲۵ برابر درجه عالی برای آن تعیین گردید .

به این ترتیب ضمن تصویب پایان نامه مزبور از این تاریخ خانم سیده فاطمه حسینی به عنوان کارشناس ارشد در رشته فیزیک (گرایش ذرات بنیادی) شناخته می شود .

ردیف	نام و نام خانوادگی	سمت	امضا
	آقای دکتر سید علی اصغر علوی	استاد راهنما	
	آقای دکتر احمد فرزانه کرد	استاد مشاور	
	آقای دکتر کوروش جاویدان	استاد داور	
	آقای دکتر محمدرحیم زمردیان	استاد داور	
	آقای دکتر برانعلی فیض آبادی	نماینده تحصیلات تکمیلی	

نام و نام خانوادگی وامضای مدیر گروه فیزیک

دکتر بهنام آزادگان

رونوشت

۱- معاونت آموزشی و تحصیلات تکمیلی دانشگاه جهت اطلاع

۲- معاونت پژوهشی دانشگاه جهت اطلاع

۳- آموزش دانشکده جهت درج در پرونده دانشجو

۴- دانشجو

معاونت آموزشی و تحصیلات تکمیلی
مدیریت تحصیلات تکمیلی

سوگند نامه دانش آموختگان دانشگاه تربیت معلم سبزوار

به نام خداوند جان و خرد کزین برتر اندیشه بر نگذرد

اینک که به خواست آفریدگار پاک ، کوشش خویش و بهره گیری از دانش استادان و سرمایه های مادی و معنوی این مرز و بوم، توشه ای از دانش و خرد گردآورده ام، در پیشگاه خداوند بزرگ سوگند یاد می کنم که در به کارگیری دانش خویش، همواره بر راه راست ودرست گام بردارم. خداوند بزرگ، شما شاهدان، دانشجویان و دیگر حاضران را به عنوان داورانی امین گواه می گیرم که ازهمه دانش و توان خود برای گسترش مرزهای دانش بهره گیرم و از هیچ کوششی برای تبدیل جهان به جایی بهتر برای زیستن، دریغ نورزم. پیمان می بندم که همواره کرامت انسانی را در نظر داشته باشم و همنوعان خود را در هر زمان و مکان تا سر حد امکان یاری دهم. سوگند می خورم که در به کارگیری دانش خویش به کاری که با راه و رسم انسانی، آیین پرهیزگاری، شرافت و اصول اخلاقی برخاسته از ادیان بزرگ الهی، به ویژه دین مبین اسلام، مباینت دارد دست نیازم. همچنین در سایه اصول جهان شمول انسانی و اسلامی، پیمان می بندم از هیچ کوششی برای آبادانی و سرافرازی میهن و هم میهنانم فروگذاری نکنم و خداوند بزرگ را به یاری طلبم تا همواره در پیشگاه او و در برابر وجدان بیدار خویش و ملت سرافراز ، بر این پیمان تا ابد استوار بمانم.

سیده فاطمه حسینی

دانشگاه تربیت معلم سبزوار

دانشکده علوم

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد فیزیک ذرات بنیادی

نوسان نوترینو در میدان‌های گرانشی

استاد راهنما :

علی اصغر علوی

استاد مشاور:

احمد فرزانه کرد

نگارش :

سیده فاطمه حسینی

شهریور 90

تقدیم با تمام وجود به:

همسرم یار و راهنمایم

و

پدر و مادر عزیزم که آیه‌های مهربانی و عشق‌اند

سپاس

شکر و سپاس خداوند متعال را که بی لطف او انجام این کار میسر نبود.

از راهنمایی‌های حکیمانه و صبورانه استاد گرامی جناب آقای دکتر سید علی اصغر علوی که پشتوانه محکم اینجانب در انجام این مهم بودند و جناب آقای دکتر احمد فرزانه کمال تشکر و قدردانی را می-نمایم.

همچنین از اساتید بزرگوار آقایان دکتر سید علی اصغر علوی، دکتر احمد فرزانه، دکتر علی اصغر مولوی، دکتر بهنام آزادگان ، دکتر جواد باعدی که افتخار شاگردی آنها را داشته‌ام کمال سپاسگزاری را دارم.

سیده فاطمه حسینی

فرم چکیده‌ی پایان‌نامه‌ی دوره‌ی تحصیلات تکمیلی

دفتر مدیریت تحصیلات تکمیلی

نام خانوادگی دانشجو: حسینی	**نام**: سیده فاطمه	**ش دانشجویی**: 8713721054
استاد راهنما: سید علی اصغر علوی	**استاد مشاور**: احمد فرزانه کرد	
دانشکده: علوم	**رشته**: فیزیک	**گرایش**: ذرات بنیادی
مقطع: کارشناسی ارشد	**تاریخ دفاع**: 90/06/31	**تعداد صفحات**: 105

عنوان پایان‌نامه: نوسان نوترینو در میدان‌های گرانشی

کلیدواژه‌ها: : نوسان نوترینو، متریک کر، متریک Reissner-Nordstrom، شوارتزشیلد، میدان گرانشی، سیاهچاله

چکیده:

در این پایان نامه به بررسی نوسان طعم و اسپین نوترینو در میدان‌های گرانشی سیاهچاله‌ها پرداخته‌ایم. در مورد تاثیر گرانش روی تغییر فاز نسبی ویژه حالت‌های جرمی در متریک شوارتزشیلد یک جمله تصحیحی از مرتبه E^{-3} در اختلاف فاز نسبی ویژه حالت‌های جرمی نسبت به حالت خلا وارد می‌شود، در متریک Re-No علاوه بر نتیجه متریک شوارتزشیلد یک جمله تصحیحی ناشی از بار سیاهچاله نیز وارد می‌شود ولی در متریک کر جمله‌های تصحیحی از مراتب E^{-3} و E^{-1} بدلیل چرخش به نتیجه متریک شوارتزشیلد وارد می‌شوند که باعث تغییر الگوی نوسانی طعم نوترینو می‌شود. اما تاثیر گرانش بر نوسان اسپین نوترینو در مورد سیاهچاله باردار، تا هنگامیکه مقدار بار سیاهچاله از نصف شعاع شوارتزشیلد آن کمتر است هر چه مقدار بار سیاهچاله بزرگتر باشد بیشینه فرکانس نوسان اسپین نوترینو نیز افزایش می‌یابد اما وقتی که بار از نصف شعاع شوارتزشیلد بیشتر شود حالت عکس رخ می‌دهد. در مورد سیاهچاله چرخان هر چه اندازه‌حرکت زاویه‌ای بزرگتر باشد، در یک مدار معین سرعت تبدیل نوترینو به آنتی نوترینو کاهش می‌یابد و بیشینه فرکانس گذار اسپینی در فواصل دورتری از مرکز سیاهچاله رخ می‌دهد.

امضای استاد راهنما

فهرست مطالب

مقدمه.....1

فصل اول

1-1 میدان‌های گرانشی غیر نسبیتی و اصل هم‌ارزی.....6

2-1 میدان‌های گرانشی در مکانیک نسبیتی.....7

3-1 فرمولبندی نسبیت عام توسط تترادها.....9

4-1 قوانین فیزیک در فضا زمان خمیده و اصل هموردایی عام.....12

5-1 معادله حرکت در فضا زمان خمیده و ژئودزیک.....13

فصل دوم: نوسان طعم نوترینو

1-2 پیشگفتار.....16

2-2 نوسان نوترینو.....18

3-2 نوسان نوترینو در خلا (فضا زمان تخت).....18

1-3-2 اصول نوسان نوترینو.....19

2-3-2 نوسان دو طعم نوترینو.....22

3-3-2 نوسان سه طعم نوترینو.....23

4-2 نوترینو در فضا زمان تخت.....25

فهرست مطالب

5-2 محاسبه فاز تداخلی بین ویژه حالت‌های جرمی در فضا زمان تخت.....27

6-2 محاسبه اختلاف فاز نسبی بین ویژه حالت‌های جرمی نوترینوهای نسبیتی در متریک شوارتزشیلد.....27

7-2 محاسبه اختلاف فاز نسبی بین ویژه حالت‌های جرمی نوترینوهای نسبیتی در متریک Re-No.....31

8-2 بررسی تغییر فاز ویژه حالت‌های جرمی در متریک کر.....33

فصل سوم: نوسان اسپین نوترینو

1-3 پیشگفتار.....38

2-3 نوسان اسپین نوترینو در متریک شوارتزشیلد.....38

3-3 نوسان اسپین نوترینو در متریک Re-No.....46

4-3 نوسان اسپین نوترینو در متریک کر.....52

نتیجه‌گیری.....66

منابع و مآخذ.....68

ضمائم

ضمیمه الف.....72

فهرست مطالب

ضمیمه ب.....76

ضمیمه پ.....80

ضمیمه ت.....83

ضمیمه ث.....85

ضمیمه ج.....102

مقالات.....105

مقدمه

فیزیک نوترینو یکی از جالب‌ترین حوزه‌ها در فیزیک ذرات بنیادی هم ازلحاظ نظری و هم از جنبه عملی (آزمایشگاهی) می‌باشد. این شاخه همچنین مورد علاقه زیاد کیهان‌شناسان و اخترفیزیکدانان می‌باشد. از سال 1930 که پائولی (Pauli) برای اولین بار فرض وجود ذره‌ای بدون جرم بنام نوترینو را مطرح کرد تا کنون تحقیقات فراوانی درباره‌ی جنبه‌های مختلف این ذره بنیادی صورت گرفته است. هدف او نجات دادن قانون‌های پایستگی در فرآیندهای واپاشی بتای هسته بود. زیرا گویی انرژی و اسپین در این برهم‌کنش‌ها پایسته نمی‌ماند. اصولاً یک هسته نسبت به واپاشی بتا یعنی گسیل الکترون یا پوزیترون در صورتی ناپایدار است که داشته باشیم:

$$M_{A,Z} > M_{A,Z\pm1} + M_e$$

(A عدد جرمی و Z عدد اتمی است.)

مثلاً برای نوترون داریم:

$$M_n > M_p + M_e$$

در نتیجه نوترون نسبت به واپاشی بتا ناپایدار است.

پائولی برای حفظ قانون‌های پایستگی پیشنهاد کرد که در این واپاشی‌ها تولید ذره دیگری بنام نوترینو[1] (ν) و با جرم سکون صفر و اسپین $\frac{1}{2}$ منظور گردد که پادذره آنرا پادنوترینو[2] نامیدند و با علامت $\bar{\nu}$ مشخص می‌شود. بنابراین معادله واپاشی نوترون بصورت زیر خواهد بود:

$$n \rightarrow p + \bar{e} + \bar{\nu}$$

---

۱ Neutrino
۲ Antineutrino

در سال 1956 راینس (Reines) و کووان (Cowan) و همکارانشان با استفاده از برهم‌کنش زیر نوترینو را کشف کردند:

$$\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n$$

در سال‌های بعد انواع نوترینوها ، یعنی نوترینوی الکترون (ν_e) و نوترینوی میون ν_μ و نوترینوی تاو ν_τ و پادذرات آن‌ها از یکدیگر تمیز داده شد. بدنبال کشف انواع مختلف نوترینو و پادنوترینو مساله عامل تفاوت انواع (طعم‌ها[1]) مطرح شد و برای تمایز میان آن‌ها از عدد لپتونی هر طعم استفاده شد.

آزمایش‌های دیویس (Davis) و همکاران وی درباره‌ی نوترینوهای خورشیدی که از سال 1968 شروع شد و بمدت دو دهه ادامه یافت، کاهش چشمگیری را در مقادیر تجربی شار این نوترینوها نسبت به مقادیر پیش‌بینی شده توسط مدل‌های استاندارد خورشیدی نشان داد. برای توجیه این کاهش فرضیه-های متعددی ارائه شد که در میان آن‌ها نظریه نوسان نوترینوها که از طرف پونته کوروو (Pontecorvo) و گریبف (Gribov) در سال 1969 عرضه شد بیش از فرضیه‌های دیگر مورد توجه فیزیکدانان ذرات بنیادی و اختر فیزیک قرار گرفت. طبق این نظریه طعم‌های مختلف نوترینو می‌توانند به یکدیگر تبدیل شوند. اولین نتیجه این پیشنهاد نقض پایستگی عدد لپتونی است. نشان داده شده در صورتی که این تبدیل در خلا انجام شود باید دست کم یکی از انواع نوترینوها جرمدار باشد. البته از نظر تجربی تشخیص جرم نوترینو که بنا به قاعده مقدار کوچکی خواهد بود عملی دشوار است. با وجود این اگر نوترینوها، هر قدر اندک، جرم داشته باشند مسئله اختلاف طعم‌های نوترینو و در نتیجه مسئله امکان نوسان آنها (یعنی تبدیل انواع طعم‌ها به یکدیگر) و مسئله طول موج نوسان مطرح می‌شود که همه‌ی اینها برای فیزیک ذرات بنیادی و فیزیک نجومی اهمیتی فوق‌العاده دارند.

نوترینوهایی که ما در زمین با آن‌ها سروکار داریم از منابع متعددی سرچشمه می‌گیرند. نوترینوهای با انرژی کمتر از حدود 3 Mev از فرآیند شکافت و واپاشی در زنجیره واپاشی اورانیوم- توریم (U-Th) منشا می‌گیرند و شار آن بستگی به موقعیت و محل مشاهده دارد. مثلاً در محلی که رآکتور هسته‌ای وجود دارد شار بیشتر است.

[1] Flavors

نوترینوهای تا 15 Mev عمدتاً از خورشید می‌آیند و تصور می‌شود ν_e هایی باشند که از فرآیند همجوشی هسته‌ای که عامل تولید انرژی خورشید است ناشی می‌شود. مقدار کمی از نوترینوهای این گستره‌ی انرژی و انرژی‌های بالاتر ممکن است از انفجار یک ابرنواختر (Supernova) گسیل شده باشند. این گونه انفجارها حاوی تمامی انواع نوترینوها و پادنوترینوها هستند. انرژهای بالاتر از این گستره، نوترینوهای جوی هستند که مخلوطی از ν_μ و $\bar{\nu}_\mu$ و ν_e و $\bar{\nu}_e$ و از واپاشی پیونهای باردار $(\pi^{\pm})$ و برخی از کائونها $(\kappa^{\pm})$ در اثر برهم‌کنش پرتوهای کیهانی با جو زمین نتیجه می‌شوند. آزمایش‌های انجام شده توسط آشکارسازهای نوترینو در نقاط مختلف جهان و مطالعه نتایج بدست آمده در مورد نوترینوهای خورشیدی، نوترینوهای تولید شده در شتابدهنده‌ها و رآکتورها و نوترینوهای جوی، بویژه آزمایش‌هایی که در سال‌های اخیر انجام شده است، شواهد نسبتاً محکمی برای نظریه نوسان نوترینوها بدست داده‌اند. در حال حاضر سه امکان برای نوسان نوترینو وجود دارد:

نوع اول نوسان طعم نوترینو (تبدیل انواع به هم) است که در فیزیک نوترینوی خورشیدی و جوی مهم هستند ، مثالی از این نوع، نوسان‌های نوترینوی الکترون به نوترینوی میوآن و یا نوترینوی میوآن به نوترینوی تاو است. نوع دوم نوسان یا گذار بین حالت‌های هلیسیتی نوترینو از یک نوع (طعم) که همان نوسان اسپین نوترینو نام دارد. نوع سوم که تلفیقی از هر دو نوع نوسان بالاست، یعنی گذار یا نوسان زمانی‌که هم طعم و هم هلیسیتی حالت‌ها تغییر می‌کنند. به این نوع نوسان، نوسان طعم-اسپین می‌گویند.

برهم‌کنش نوترینو با یک میدان خارجی یک عامل مهم برای گذار بین حالت‌های مختلف طعم و یا اسپین می‌باشد. در این پایان‌نامه به بررسی نوسان طعم و اسپین نوترینو در میدان گرانشی می‌پردازیم. در فصل اول میدان‌های گرانشی نسبیتی و غیر نسبیتی و فرمولبندی تترادها[1] و روابط مربوط و ملزوم برای بررسی نوسان نوترینو را معرفی و تشریح می‌کنیم. در فصل دوم به بررسی نوسان طعم نوترینو در فضا زمان تخت و نیز در فضا زمان خمیده (متریک‌های شوارتزشیلد[2]، Re-N0[3] و کر[4]) خواهیم پرداخت و

[1] Tetrads
[2] Schwarzschild
[3] Reissner-Nordstrom
[4] Kerr

تغییر فاز نسبی بین ویژه‌حالت‌های نوترینو را در هر یک از میدان‌های گرانشی ذکر شده بررسی خواهیم کرد. در فصل سوم به نوسان اسپین نوترینو در میدان‌های گرانشی می‌پردازیم و نمودار فرکانس گذار اسپینی نوترینو را که معیاری از سرعت تبدیل نوترینو به آنتی‌نوترینو می‌باشد در هر یک از متریک‌های شوارتزشیلد، Re-N0 و کر رسم و بحث خواهیم کرد .

فصل اول

1-1 میدان‌های گرانشی غیر نسبیتی و اصل هم‌ارزی

میدان‌های گرانشی دارای این خاصیت هستند که بسیاری از مشخصات حرکت اجسام در آن‌ها مستقل از جرمشان است مثلاً قوانین سقوط آزاد در میدان‌های گرانشی زمین برای تمام اجسام یکسان بوده و تمام اجسام مستقل از جرمشان با شتاب یکسانی در این میدان حرکت می‌کنند. در مکانیک غیر نسبیتی حرکت ذره در یک میدان گرانشی با لاگرانژی زیر توصیف می‌شود:

$$L = \frac{1}{2}mv^2 - m\phi \qquad (1\text{-}1)$$

ϕ تابع مشخص از فضا زمان است که میدان گرانشی را تعیین می‌کند و به آن پتانسیل گرانشی می‌گوییم، بنابراین معادله حرکت در این میدان بصورت زیر است:

$$\dot{v} = -\nabla\phi \qquad (2\text{-}1)$$

این ویژگی میدان‌های گرانشی این اندیشه را القا می‌کند که تشابهی بین حرکت یک جسم در میدان‌های گرانشی و حرکت همان جسم وقتی در میدان گرانشی خارجی قرار نداشته باشد بلکه بجای آن از دید ناظر غیر لخت مشاهده شود، وجود داشته باشد [2].

حرکت در یک چارچوب مرجع غیر لخت درست مانند حرکت در یک چارچوب لخت است که در آن یک میدان گرانشی خارجی وجود داشته باشد. به عبارت دیگر یک دستگاه مرجع غیر لخت هم ازر با یک میدان گرانشی معین است، این بیان را اصل هم‌ارزی می‌گویند. به عنوان مثال، یک چارچوب مرجع

که با شتاب یکنواخت در حرکت است را در نظر بگیرید واضح است ذره‌ای به جرم دلخواه که آزادانه نسبت به چارچوب لخت در حرکت است نسبت به این چارچوب دارای شتاب ثابت و مساوی شتاب چارچوب مورد نظر ولی در خلاف جهت آن است. هنگامی که حرکت این ذره را در یک میدان گرانشی ثابت و یکنواخت مطالعه می‌کنیم دقیقاً به نتیجه مشابهی می‌رسیم. یک چارچوب مرجع شتابدار با شتاب ثابت هم ارز یک میدان خارجی یکنواخت و ثابت است. بطور مشابه یک چارچوب مرجع شتابدار با شتاب غیر یکنواخت هم ارز یک میدان خارجی غیر یکنواخت است. بنا به اصل هم ارزی ناظری که چارچوب مرجعی را بکار می‌برد که نسبت به یک چارچوب لخت دارای حرکت اختیاری است می‌تواند این حرکت را نادیده بگیرد و بجای آن یک میدان گرانشی را فرض کند، شدت میدان گرانشی در هر نقطه برابر خواهد بود با نیروی لختی وارد بر واحد جرم در همان نقطه.

1-2میدان‌های گرانشی در مکانیک نسبیتی

در مکانیک نسبیتی، اصل هم‌ارزی، تشابه میدان‌های گرانشی و چارچوب‌های مرجع غیر لخت حفظ می‌شود. بنابر این برای مطالعه میدان‌های گرانشی در مکانیک نسبیتی از همین تشابه استفاده می‌کنیم. طول ویژه در یک چارچوب لخت بر حسب مختصات کارتزین به صورت زیر است:

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \qquad c = 1 \qquad (3\text{-}1)$$

ds^2 تحت تبدیل به چارچوب‌های لخت دیگر (تبدیل لورنتس) ناوردا است. اما اگر تبدیل مختصات به چارچوب مرجع غیر لخت را در نظر بگیریم دیگر ds^2 ناوردا نیست. مثلاً اگر تبدیل به یک دستگاه مختصات در حال دوران با سرعت ω حول محور Z را در نظر بگیریم:

$$\begin{cases} x = \acute{x}\cos\omega t - \acute{y}\sin\omega t \\ y = \acute{x}\sin\omega t + \acute{y}\cos\omega t \\ z = \acute{z} \end{cases} \qquad (4\text{-}1)$$

در اینصورت ds^2 به صورت زیر تغییر می‌یابد:

$$ds^2 = [c^2 - \omega^2(\acute{x}^2 + \acute{y}^2)]dt^2 - d\acute{x}^2 - d\acute{y}^2 - d\acute{z}^2 + 2\omega\acute{y}d\acute{x}dt + 2\omega\acute{x}d\acute{y}dt$$

(5-1)

مشاهده می‌شود که ds^2 دیگر مجموع مربع‌های دیفرانسیل‌های مختلف نیست پس باید از یک شکل کلی برای ds^2 استفاده کرد که ناوردایی آن در چارچوب‌های غیر لخت حفظ شود، که بصورت زیر خواهد بود:

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu \qquad (6\text{-}1)$$

$g_{\mu\nu}$ متریک فضا زمان است که تابعی از مختصات فضا زمان است و بدلیل ناوردایی ds^2 تحت تعویض اندیس‌ها متقارن است. در دستگاه غیر لخت دستگاه مختصات چار بعدی (x^0, x^1, x^2, x^3) خمیده خط هستند. متریک فضا زمان تمام ویژگی‌های هندسی هر دستگاه خمیده خطی را بدست می‌دهند. در حالت کلی 10 مولفه مستقل در $g_{\mu\nu}$ وجود دارد (4 تا که روی قطر اصلی قرار گرفته‌اند و 6 تا که پایین یا بالای قطر اصلی قرار گرفته‌اند). در چارچوب لخت هنگامی که مختصات کارتزین است:

$$g_{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1) \qquad (7\text{-}1)$$

برای میدان‌های گرانشی واقعی نیز می‌توان ایده فوق را گسترش داد. هر میدان گرانشی مانند متریک تغییر یافته است.

نظریه میدان‌های گرانشی که بر اساس نظریه نسبیت بنا نهاده شده است، نظریه نسبیت عام می‌گویند که توسط اینشتین در سال 1916 ارائه شد. طبق این نظریه متریک فضا زمان در حضور یک میدان گرانشی از نوع (1-6) خواهد بود و گرانش باعث خمیدگی فضا زمان می‌شود (مثل خمیدگی کوچک نور یک ستاره دوردست نزدیک خورشید توسط میدان گرانشی خورشید). به فضاهایی که ds^2 از رابطه (1-6) بدست می‌آید فضای ریمانی می‌گویند [3] .

3-1 فرمولبندی نسبیت عام توسط تترادها [4]

روش استاندارد حل مسئله در نسبیت عام با در نظر گرفتن معادلات اینشتین در پایه‌های دستگاه مختصات موضعی مناسب صورت می‌گیرد. روش دیگر مبتنی بر استفاده از پایه‌های متشکل از چهار بردار مستقل خطی بنام تترادهاست. در روش دوم ارتباط بین دستگاه مختصات عام (اندیس $\mu, \nu, \ldots$) و مختصات مینکوفسکی (اندیس $a, b, \ldots$) توسط تترادها (یا بردارهای وایربین e_a^μ) بیان می‌شود. بردارهای وایربین تبدیل بین پایه‌های فضا زمان تخت و خمیده هستند.

$$dx^a = e_\mu^a dx^\mu \qquad (8\text{-}1)$$

فرض می‌کنیم در هر نقطه از فضا زمان می‌توانیم پایه‌ای متشکل از چاربردارهای زیر را بر پا کنیم:

$$e_a^\mu \qquad a: (1,2,3,4) \qquad (9\text{-}1)$$

در ارتباط با بردارهای بالا بردارهای هم‌وردای زیر را داریم:

$$e_{a\mu} = g_{\mu\nu} e_a^\nu \qquad (10\text{-}1)$$

$$ds^2 = \eta_{ab} dx^a dx^b = \eta_{ab}\left(e_\mu^a(x)dx^\mu\right)\left(e_\nu^b(x)dx^\nu\right) = \eta_{ab} e_\mu^a(x) e_\nu^b(x) dx^\mu dx^\nu$$

$$= g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad \Rightarrow \quad g_{\mu\nu} = \eta_{ab} e_\mu^a(x) e_\nu^b(x) = e_{b\mu}(x) e_\nu^b(x) \qquad (11\text{-}1)$$

بنابراین معکوس e_μ^b از ماتریس $[e_a^\mu]$ را بصورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$e_a^\mu e_\mu^b = \delta_a^b \quad , \quad e_a^\mu e_{b\mu} = \eta_{ab} = diag(1,-1,-1,-1) \qquad (12\text{-}1)$$

η_{ab} ماتریس متقارن ثابت است و متریک در فضا زمان تخت می‌نامیم. η^{ab} معکوس ماتریس η_{ab} است. η نقش بالا و پائین آوردن اندیس‌های مینکوفسکی و g نقش بالا و پائین آوردن اندیس‌های عام را ایفا می‌کند و نیز داریم:

$$\eta_{ab} = g_{\mu\nu} e_a^\mu(x) e_b^\nu(x) \qquad (13\text{-}1)$$

$$e_\mu^a(x) e_b^\mu(x) = \delta_b^a \qquad (14\text{-}1)$$

$$e_a^\mu(x) e_{b\mu}(x) = \eta_{ab} \qquad (15\text{-}1)$$

هر بردار یا تانسور را می‌توانیم در پایه ترادها بنویسیم:

$$T_{\mu\nu\ldots} = e_\mu^a e_\nu^b \ldots T_{ab\ldots} \qquad (16\text{-}1)$$

$$T_{ab\ldots} = e_a^\mu e_b^\nu \ldots T_{\mu\nu\ldots} \qquad (17\text{-}1)$$

به مجرد اینکه نسبیت خاص بر پایه تئوری و مشاهدات استوار شد، فیزیکدانان دریافتند که معادله شرودینگر در مکانیک کوانتومی تحت تبدیلات لورنتس ناوردا نیست. بنابراین مکانیک کوانتومی که با موفقیت در دهه‌ی 1920 توسعه داده شده بود، درباره‌ی توصیف رفتار ذراتی که نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کردند، پاسخگو نبود. مشکل آنجا بود که معادله شرودینگر نسبت به زمان از درجه اول و نسبت به مختصات فضایی از درجه دو بود. معادله کلاین گوردون نسبت به فضا و زمان از درجه‌ی دو بود و راه حلی برای ذرات با اسپین صفر بود. دیراک ریشه‌ی دوم معادله‌ی کلاین گوردون را با استفاده از ماتریسی بنام ماتریس گاما بدست آورد و راه حلی برای ذرات با اسپین 1/2 شد. ماتریسهای γ بصورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\gamma^k = \beta\alpha^k \qquad \gamma^o = \beta \qquad (18\text{-}1)$$

$$\alpha^k = \begin{pmatrix} o & \sigma^k \\ \sigma^k & o \end{pmatrix} \qquad \beta = \begin{pmatrix} 1 & o \\ o & -1 \end{pmatrix} \qquad k = 1,2,3 \qquad (19\text{-}1)$$