





دانشگاه صنعتی نوشهرانی بابل

دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک- طراحی کاربردی

موضوع:

تحلیل تنش- کرنش در مخازن استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی تحت

تأثیر فشار داخلی

استاد راهنما:

دکتر رضا اکبری آلاشتی

استاد مشاور:

دکتر محمدهادی پاشائی

اساتید داور:

دکتر مرتضی دردل

دکتر محمدحسن قاسمی

دانشجو:

زینب اسماعیل پور

شهریور ماه ۱۳۹۰

## تشکر و قدردانی

پس از حمد و سپاس پروردگار بی‌همتا که توان انجام این پژوهش را عطایم نمود، بر خود واجب می‌دانم تا از استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر اکبری آلاستی که در انجام این پژوهش راهنما و یاریگر بوده‌اند و بی‌شک بدون همفکری ایشان این پایان‌نامه به ثمر نمی‌نشست، نهایت تشکر و قدردانی را داشته باشم. همچنین از جناب آقای دکتر پاشائی که به عنوان استاد مشاور از حضورشان بهره جستیم، سپاسگذارم.

از تمامی اساتید دانشکده‌ی مهندسی مکانیک دانشگاه صنعتی نوشیروانی بابل که در دوران تحصیلم در مقاطع کارشناسی و کارشناسی ارشد از حضورشان بهره‌ی علمی و اخلاقی برده‌ام، بسیار سپاسگذارم.

در خاتمه، از دوستان عزیزم که در این راه مساعدت و یاریم نموده‌اند، بی‌نهایت سپاسگذارم و از خداوند بزرگ برایشان بهترین‌ها را آرزو دارم. با امید به این که روزی توفیق جبران ذره‌ای از محبت‌هاشان را بیایم.

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم، که می دانم توان جبران ذره ای از مهربانی ها و فداکاری هایشان را ندارم

و

همسرم، که با نور وجودش روحم را روشنایی بخشید...

## چکیده

مخازن تحت فشار، محفظه‌های بسته‌ای هستند که برای نگهداری سیالات، تحت فشاری متفاوت از فشار محیط، به کار می‌روند. این مخازن به صورت گسترده‌ای در صنایع گوناگون از جمله صنایع هسته‌ای، نفت و گاز، کاغذسازی، مواد غذایی، هوافضا، تولید برق و غیره مورد استفاده قرار می‌گیرند. هرچند که مخازن کروی بهترین مخازن برای تحمل فشار محسوب می‌شوند، اما به دلیل دشواری ساخت آن‌ها، مخازن تحت فشار بیشتر به صورت استوانه‌ای با درپوش‌های انتهایی ساخته می‌شوند.

مطالعه‌ی رفتار پوسته‌های استوانه‌ای دایروی جدار نازک و جدار ضخیم تحت بارگذاری‌های مختلف، از گذشته‌ی نه‌چندان دور مورد توجه محققان و دانش‌پژوهان بسیاری بوده است. آن‌ها همواره به دنبال اعمال تغییرات روی ضخامت، هندسه‌ی مقطع و ماده‌ی تشکیل‌دهنده‌ی این دسته از مخازن بوده و هستند تا بتوانند مقاومت آن‌ها را در برابر نیروهای وارده افزایش و در صورت امکان، وزن آن‌ها را کاهش دهند. یکی از این تغییرات، تغییر هندسه‌ی مقطع از دایره به بیضی بوده است.

در این پایان‌نامه، هدف، تحلیل تنش و کرنش الاستیک در مخازن استوانه‌ای جدار ضخیم بیضوی با دو انتهای باز و ساخته شده از ماده‌ی ایزوتروپ و الاستیک خطی، تحت تأثیر فشار داخلی یکنواخت است. در همین راستا، ابتدا معادلات ناویر حاکم بر مخازن استوانه‌ای مورد نظر، با فرض خطی بودن رابطه‌ی بین مؤلفه‌های کرنش و جابجایی و همچنین، با صرف نظر از نیروهای حجمی، در سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی توسعه داده شده‌اند. سپس، با استفاده از روش عددی  $DQ$  و فرض عدم تغییر تنش و کرنش در راستای محوری، حل دو بعدی معادلات حاکم انجام شده و نتایج حاصل از آن، با نتایج حاصل از تحلیل اجزاء محدود سه بعدی مسئله که با استفاده از نرم‌افزار ANSYS صورت گرفته، مقایسه شده است. نتایج ارائه شده نشان می‌دهد که، پاسخ‌های به دست آمده از دو روش تطابق خوبی با هم دارند، اگرچه در روش  $DQ$  نسبت به تحلیل اجزاء محدود، پاسخ‌ها با در نظر گرفتن تعداد تقسیمات بسیار کمتری همگرا شده‌اند.

در ادامه، تأثیر خروج از مرکز بیضی‌های داخلی و خارجی مقطع بر توزیع تنش‌ها و جابجایی‌ها در پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم بیضوی با ضخامت جدار متغیر و ثابت، با استفاده از روش اجزاء محدود بررسی شده و مشاهده شده است که روند تغییر رفتار تنش‌ها و جابجایی‌ها با تغییر خروج از مرکز، برای هر دو حالت ضخامت جدار استوانه تقریباً مشابه است. البته، تنش‌ها و جابجایی‌های ایجاد شده در استوانه‌ی جدار ضخیم بیضوی با ضخامت جدار ثابت، اندکی بیشتر از مقادیر متناظر در همان استوانه با ضخامت جدار متغیر، تحت فشار داخلی و شرایط مرزی یکسان است.

**واژه‌های کلیدی:** مخازن تحت فشار- پوسته‌های استوانه‌ای با مقطع بیضوی- جدار ضخیم- خروج از مرکز- سیستم مختصات

استوانه‌ای بیضوی- روش  $DQ$ - تحلیل اجزاء محدود

## فهرست مطالب

<u>صفحه</u>	<u>عنوان</u>
۱	۱. فصل اول - مقدمه
۳	۱-۱. مروری بر تحقیقات انجام شده
۴	۱-۱-۱. سازه‌های استوانه‌ای دایروی
۱۱	۱-۱-۲. سازه‌های استوانه‌ای بیضوی
۱۵	۲-۱. تعریف مسئله
۱۶	۳-۱. ساختار پایان‌نامه
۱۸	۲. فصل دوم - مدل‌سازی پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی
۱۸	۱-۲. فرضیات کلی حاکم بر پوسته‌های استوانه‌ای با مقطع بیضوی مورد بررسی
۱۹	۲-۲. معادلات حاکم بر پوسته‌های استوانه‌ای با مقطع بیضوی
۱۹	۱-۲-۲. سیستم مختصات خمیده
۱۹	۱-۲-۲-۱. مقدمه
۲۰	۲-۲-۱-۲. بردارهای پایه‌ی هم‌وردا و پادوردا
۲۲	۲-۲-۱-۳. تانسورهای متریک هم‌وردا و پادوردا
۲۲	۲-۲-۱-۴. بیان بردار در سیستم مختصات خمیده
۲۳	۲-۲-۱-۵. مؤلفه‌های فیزیکی تانسورها
۲۴	۲-۲-۱-۶. مشتق بردارهای مماسی هم‌وردا
۲۴	۲-۲-۱-۷. رابطه‌ی بین مؤلفه‌های کرنش و جابجایی در سیستم مختصات خمیده
۲۵	۲-۲-۱-۸. رابطه‌ی بین مؤلفه‌های تنش و کرنش در سیستم مختصات خمیده
۲۵	۲-۲-۱-۹. معادلات تعادل در سیستم مختصات خمیده
۲۵	۲-۲-۲. سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی
۲۷	۲-۲-۲-۱. بردارهای پایه و تانسورهای متریک هم‌وردا و پادوردا در سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی

۳۰. ۲-۲-۲. نمادهای کریستوفل نوع دوم سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی
۳۰. ۳-۲-۲. رابطه‌ی مؤلفه‌های کرنش و جابجایی در سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی
۳۳. ۴-۲-۲. رابطه‌ی مؤلفه‌های تنش و کرنش در سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی
۳۳. ۵-۲-۲. رابطه‌ی مؤلفه‌های تنش و جابجایی در سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی
۳۴. ۶-۲-۲. معادلات تعادل در سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی
۳۵. ۷-۲-۲. معادلات ناویر در سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی
۳۷. ۳-۲. شرایط مرزی
۳۷. ۴-۲. مدل‌های هندسی پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی مورد بررسی
۳۹. ۴. فصل سوم- تحلیل الاستیک پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم بیضوی
۳۹. ۱-۳. تحلیل الاستیک پوسته‌های استوانه‌ای با مقطع بیضوی با روش DQ
۴۰. ۱-۱-۳. شرح روش DQ
۴۰. ۱-۱-۳. مقدمه
۴۱. ۲-۱-۳. تقریب مشتق با روش DQ در حالت یک بعدی
۴۳. ۳-۱-۳. روش DQ بر پایه‌ی تقریب چندجمله‌ای مرتبه‌ی بالا (PDQ)
۴۸. ۴-۱-۳. گسترش روش PDQ به حالت چند بعدی
۵۱. ۵-۱-۳. روش DQ بر پایه‌ی بسط سری فوریه (FDQ)
۵۲. ۶-۱-۳. گسترش روش FDQ به حالت چند بعدی
۵۳. ۷-۱-۳. توزیع نقاط شبکه در روش DQ
۵۳. ۸-۱-۳. تکنیک‌های حل معادلات جبری DQ
۵۴. ۲-۱-۳. اعمال روش DQ روی معادلات حاکم و شرایط مرزی
۵۸. ۲-۳. تحلیل الاستیک پوسته‌های استوانه‌ای با مقطع بیضوی با روش اجزاء محدود
۵۹. ۱-۲-۳. معرفی روش اجزاء محدود
۶۰. ۲-۲-۳. مدلسازی و تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم بیضوی با کمک نرم‌افزار انسیس
۶۹. ۳-۳. مشخصات مدل‌های مورد بررسی با روش‌های DQ و اجزاء محدود

۷۱	۴. فصل چهارم- ارائه و بررسی نتایج حاصل از تحلیل پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی
۷۲	۴-۱. بررسی پاسخ الاستیک پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی با استفاده از روش اجزاء محدود
۷۲	۴-۱-۱. بررسی همگرایی پاسخ‌های حاصل از تحلیل اجزاء محدود استوانه‌ای با مقطع بیضوی
۷۴	۴-۱-۲. بررسی تحلیل اجزاء محدود پوسته‌ی استوانه‌ای با مقطع بیضوی
۷۶	۴-۲. بررسی همگرایی پاسخ‌های حاصل از تحلیل استوانه‌ای با مقطع بیضوی با روش DQ
۷۸	۴-۳. بررسی پاسخ الاستیک پوسته‌ی استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی با روش DQ و روش اجزاء محدود
	۴-۴. بررسی تأثیر تغییر خروج از مرکز بر رفتار الاستیک پوسته‌ی استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی
۸۶	تحت فشار داخلی، با استفاده از روش اجزاء محدود
	۴-۴-۱. بررسی تأثیر کاهش خروج از مرکز بر رفتار پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم بیضوی با ضخامت
۸۶	جدار متغیر
	۴-۴-۲. بررسی تأثیر افزایش خروج از مرکز بر رفتار پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم بیضوی با ضخامت
۹۲	جدار ثابت
۹۹	۵. فصل پنجم- نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۹۹	۵-۱. نتیجه‌گیری
۱۰۱	۵-۲. پیشنهادات
۱۰۳	مراجع



## فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۵	شکل (۱-۱): جهت نیروهای اعمالی بر شیپوره [۹]
۸	شکل (۲-۱): طرح شماتیکی مسئله‌ی بررسی شده در [۱۶]
۲۰	شکل (۱-۲): طرحی از یک سیستم مختصات خمیده به همراه سیستم مختصات دکارتی [۳۰]
۲۱	شکل (۲-۲): مؤلفه‌های هم‌وردا و پادورداى بردارهای مماسی [۳۰]
۲۶	شکل (۳-۲): خطوط مختصاتی سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی در صفحه‌ی $x-y$ [۱]
۴۱	شکل (۱-۳): انتگرال $f(x)$ روی بازه‌ی $[a, b]$ [۳۱]
۴۲	شکل (۲-۳): یک مسئله‌ی یک بعدی [۳۱]
۴۸	شکل (۳-۳): توزیع شبکه روی یک میدان منظم [۳۱]
۶۱	شکل (۴-۳): هندسه‌ی المان Solid۹۵ [۳۴]
۶۵	شکل (۵-۳): ربع پوسته‌ی استوانه‌ای مدلسازی و شبکه‌بندی شده در نرم‌افزار انسیس
۶۶	شکل (۶-۳): اعمال شرط تقارن روی سطوح تقارن مدل مورد بررسی در نرم‌افزار انسیس
۶۸	شکل (۷-۳): مسیرهای شعاعی $A$ و محیطی $B$ روی ربع مقطع استوانه‌ی بیضوی
۶۹	شکل (۸-۳): پارامترهای هندسی پوسته‌ی استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی
۷۳	شکل (۱-۴): بررسی حساسیت تنش شعاعی بیشینه نسبت به تعداد تقسیمات مختلف راستای محیطی، در تحلیل با روش اجزاء محدود
۷۴	شکل (۲-۴): کانتور جابجایی شعاعی برای ربع استوانه‌ی $C_1$
۷۵	شکل (۳-۴): کانتور جابجایی محیطی برای ربع استوانه‌ی $C_1$
۷۵	شکل (۴-۴): نمای دو بعدی کانتور تنش شعاعی برای ربع استوانه‌ی $C_1$
۷۶	شکل (۵-۴): کانتور تنش محیطی برای ربع استوانه‌ی $C_1$
۷۷	شکل (۶-۴): بررسی حساسیت جابجایی شعاعی بیشینه نسبت به تعداد تقسیمات استوانه‌ی $C_1$ ، در تحلیل با روش DQ
۷۸	شکل (۷-۴): بررسی حساسیت تنش محیطی بیشینه نسبت به تعداد تقسیمات استوانه‌ی $C_1$ ، در تحلیل با روش DQ
۷۹	شکل (۸-۴): توزیع جابجایی شعاعی روی مسیر $A$ برای استوانه‌ی $C_1$ ، به‌دست آمده از روش‌های DQ و اجزاء محدود

- شکل (۹-۴): توزیع تنش محیطی روی مسیر A برای استوانه‌ی  $C_1$ ، به‌دست آمده از روش‌های DQ و اجزاء محدود ۸۰
- شکل (۱۰-۴): توزیع جابجایی شعاعی روی مسیر B برای استوانه‌ی  $C_1$ ، به‌دست آمده از روش‌های: (الف) DQ و ۸۱
- (ب) اجزاء محدود
- شکل (۱۱-۴): توزیع جابجایی محیطی روی مسیر B برای استوانه‌ی  $C_1$ ، به‌دست آمده از روش‌های: (الف) DQ و ۸۲
- (ب) اجزاء محدود
- شکل (۱۲-۴): توزیع تنش محیطی روی مسیر B برای استوانه‌ی  $C_1$ ، به‌دست آمده از روش‌های: (الف) DQ و ۸۳
- (ب) اجزاء محدود
- شکل (۱۳-۴): توزیع کرنش شعاعی روی مسیر B برای استوانه‌ی  $C_1$ ، به‌دست آمده از روش‌های: (الف) DQ و ۸۴
- (ب) اجزاء محدود
- شکل (۱۴-۴): توزیع کرنش محیطی روی مسیر B برای استوانه‌ی  $C_1$ ، به‌دست آمده از روش‌های: (الف) DQ و ۸۵
- (ب) اجزاء محدود
- شکل (۱۵-۴): تأثیر کاهش خروج از مرکز بر توزیع جابجایی شعاعی روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۸۷
- شکل (۱۶-۴): تأثیر کاهش خروج از مرکز بر توزیع تنش شعاعی روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۸۸
- شکل (۱۷-۴): تأثیر کاهش خروج از مرکز بر توزیع تنش محیطی روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۸۹
- شکل (۱۸-۴): تأثیر کاهش خروج از مرکز بر توزیع تنش فون میسر روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۰
- شکل (۱۹-۴): تأثیر کاهش خروج از مرکز بر توزیع جابجایی شعاعی روی مسیر B، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۰
- شکل (۲۰-۴): تأثیر کاهش خروج از مرکز بر توزیع جابجایی محیطی روی مسیر B، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۱
- شکل (۲۱-۴): تأثیر کاهش خروج از مرکز بر توزیع تنش محیطی روی مسیر B، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۱
- شکل (۲۲-۴): تأثیر افزایش خروج از مرکز بر توزیع جابجایی شعاعی روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۳
- شکل (۲۳-۴): تأثیر افزایش خروج از مرکز بر توزیع تنش شعاعی روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۳
- شکل (۲۴-۴): تأثیر افزایش خروج از مرکز بر توزیع تنش محیطی روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۴
- شکل (۲۵-۴): تأثیر افزایش خروج از مرکز بر توزیع تنش برشی روی مسیر A، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۵
- شکل (۲۶-۴): تأثیر افزایش خروج از مرکز بر توزیع جابجایی شعاعی روی مسیر B، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۶
- شکل (۲۷-۴): تأثیر افزایش خروج از مرکز بر توزیع جابجایی محیطی روی مسیر B، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۶
- شکل (۲۸-۴): تأثیر افزایش خروج از مرکز بر توزیع تنش محیطی روی مسیر B، با استفاده از تحلیل اجزاء محدود ۹۷
- شکل (۲۹-۴): مقایسه‌ی بین تنش محیطی روی مسیر A در استوانه‌های با ضخامت جدار متغیر و ثابت، با استفاده از

شکل (۴-۳۰): مقایسه‌ی بین جابجایی شعاعی روی مسیر B در استوانه‌های با ضخامت جدار متغیر و ثابت، با استفاده از

## فهرست جداول

<u>صفحه</u>	<u>عنوان</u>
۷۰	جدول (۱-۳): مشخصات پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم با مقطع بیضوی مورد بررسی با روش‌های DQ و اجزاء محدود
۷۳	جدول (۱-۴): تأثیر تعداد تقسیمات بر مقدار بیشینه‌ی تنش شعاعی، در تحلیل با روش اجزاء محدود
۷۷	جدول (۲-۴): تأثیر تعداد تقسیمات بر مقدار بیشینه‌ی تنش محیطی و جابجایی شعاعی، در تحلیل با روش DQ
۸۶	جدول (۳-۴): مقایسه‌ی بیشینه‌ی تنش‌ها و جابجایی‌ها برای استوانه‌ی C <sub>۱</sub> ، در تحلیل با روش DQ و اجزاء محدود

## فهرست علائم

مسیر شعاعی مشخص شده در راستای نیم‌قطر بزرگ مقطع بیضوی	$A$
نیم‌قطر بزرگ بیضی داخلی مقطع	$a_1$
نیم‌قطر بزرگ بیضی خارجی مقطع	$a_2$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی اول تابع یک بعدی	$a_{ij}$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی اول تابع نسبت به $x$	$a_{ij}^x$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی اول تابع نسبت به $y$	$a_{ij}^y$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی اول تابع نسبت به $\mu$	$a_{i,j}^\mu$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی اول تابع نسبت به $\nu$	$a_{i,j}^\nu$
مسیر محیطی مشخص شده روی مرز داخلی مقطع بیضوی	$B$
نیم‌قطر کوچک بیضی داخلی مقطع	$b_1$
نیم‌قطر کوچک بیضی خارجی مقطع	$b_2$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی دوم تابع یک بعدی	$b_{ij}$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی دوم تابع نسبت به $\mu$	$b_{i,j}^\mu$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی دوم تابع نسبت به $\nu$	$b_{i,j}^\nu$
نصف فاصله‌ی کانونی	$c$
نصف فاصله‌ی کانونی بیضی داخلی مقطع	$c_1$
نصف فاصله‌ی کانونی بیضی خارجی مقطع	$c_2$
مدول الاستیسیته	$E$
خروج از مرکز بیضی داخلی مقطع	$e_1$
خروج از مرکز بیضی خارجی مقطع	$e_2$
نیروهای حجمی	$F^j$
مقادیر تابع در نقاط گسسته	$f_i$
دترمینان تانسور متریک هم‌وردا	$g$
بردارهای مماسی هم‌وردا	$g_i$
بردارهای مماسی پادوردا	$g^i$
تانسور متریک هم‌وردا	$g_{ij}$
تانسور متریک پادوردا	$g^{ij}$
بردارهای مماسی هم‌وردای یکه	$\bar{g}_i$
بردارهای مماسی پادوردای یکه	$\bar{g}^i$
بردارهای پایه‌ی سیستم مختصات دکارتی	$i_m$
طول استوانه	$L$
چند جمله‌ای لژاندر از درجه‌ی $N$	$L_N(x)$

تعداد نقاط شبکه در راستای محیطی	$M$
تعداد نقاط شبکه در راستای ضخامت	$N$
فشار داخلی اعمالی	$p$
تابع چند جمله‌ای از درجه‌ی $N$	$p_N(x)$
بردار موقعیت	$r$
ضخامت جدار استوانه در راستای نیم‌قطر بزرگ مقطع	$t_a$
ضخامت جدار استوانه در راستای نیم‌قطر کوچک مقطع	$t_b$
مؤلفه‌های هم‌وردای بردار جابجایی	$u_i$
مؤلفه‌های پادوردای بردار جابجایی	$u^i$
جابجایی شعاعی	$u_\mu$
جابجایی محیطی	$u_\nu$
جابجایی محوری	$u_z$
یک بردار در سیستم مختصات خمیده	$V$
مؤلفه‌های هم‌وردای بردار $V$	$V_i$
مؤلفه‌های پادوردای بردار $V$	$V^i$
مؤلفه‌های شتاب	$\dot{v}^j$
ضرایب وزنی مشتق مرتبه‌ی $m$	$w_{ij}^{(m)}$
مختصه‌ی محوری سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی	$z$
محورهای مختصات چارچوب دکارتی	$z_m$
تانسور کرنش	$\gamma_{ij}$
دلتای کرونکر	$\delta_{ij}$
مختصه‌ی شعاعی سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی	$\mu$
$\mu$ بیضی داخلی مقطع	$\mu_1$
$\mu$ بیضی خارجی مقطع	$\mu_2$
مختصه‌ی محیطی سیستم مختصات استوانه‌ای بیضوی	$\nu$
محورهای مختصات چارچوب خمیده	$\xi_i$
تانسور تنش	$\sigma_{ij}$
تنش شعاعی	$\sigma_{\mu\mu}$
تنش محیطی	$\sigma_{\nu\nu}$
تنش محوری	$\sigma_{zz}$
تنش برشی عمود بر محور $z$	$\sigma_{\mu\nu}$
تنش برشی عمود بر محور $\nu$	$\sigma_{\mu z}$
تنش برشی عمود بر محور $\mu$	$\sigma_{\nu z}$
نمادهای کریستوفل نوع دوم	$\Gamma_{ij}^n$
نسبت پواسون	$\nu$
چگالی	$\rho$

انجمن مهندسان مکانیک آمریکا	<i>ASME</i>
مقطع توخالی دایروی	<i>CHS</i>
مربع‌سازی دیفرانسیلی	<i>DQ</i>
مقطع توخالی بیضوی	<i>EHS</i>
مربع‌سازی دیفرانسیلی بر پایه‌ی بسط سری فوریه	<i>FDQ</i>
مواد مدرج تابعی	<i>FGM</i>
المان پوسته‌ای هیبریدی و پیشرفته‌ی بهبود یافته	<i>iHES</i>
مربع‌سازی دیفرانسیلی بر پایه‌ی تقریب چند جمله‌ای	<i>PDQ</i>
تئوری الاستیسیته‌ی صفحه‌ای	<i>PET</i>
سیستم بین‌المللی	<i>SI</i>

## فصل اول - مقدمه

مخازن تحت فشار، سازه‌های خمیده‌ی مهمی هستند که کاربردهای وسیعی در صنعت دارند. برج‌های تقطیر در پالایشگاه‌های نفت و واحدهای پتروشیمی، مخازن راکتور هسته‌ای در نیروگاه‌های اتمی، مخازن نگهداری سیالات تحت فشار مانند گازهای آمونیاک، کلر، بوتان و پروپان، مخازن ذخیره‌ی گاز خوردو و مخازن آب در آبگرمکن‌ها، همگی نمونه‌هایی از مخازن تحت فشار هستند. این مخازن به‌صورت گسترده‌ای در صنایع هوایی و دریایی، تولید برق، مواد غذایی، کاغذسازی و ... استفاده می‌شوند.

یکی از تجهیزات لازم برای تغییر دادن سوخت مصرفی خودرو از بنزین و گازوئیل به گاز طبیعی، مخزن ذخیره‌ی سوخت است. دمای بحرانی متان که جزء اصلی گاز طبیعی است و تقریباً ۹۰ درصد آن را تشکیل می‌دهد، پایین‌تر از ۱۶۰ درجه زیر صفر است؛ یعنی در دمای بالاتر از منفی ۱۶۰ درجه، تحت فشار به مایع تبدیل نمی‌شود. بنابراین، برای ذخیره‌ی بیشتر گاز در مخزن، وجود فشار الزامی است. فشار کاری بالا و خستگی ناشی از پر و خالی شدن مداوم در طول عمر خودرو، رعایت شرایط خاصی را در فرآیندهای طراحی،



تولید، آزمایش و نگهداری این مخازن طلب می‌کند. اختلاف فشار داخل این مخازن با فشار محیط، موجب شده که اتفاقات جبران‌ناپذیری در طول توسعه و بهره‌برداری آن‌ها رخ دهد. در نتیجه، طراحی، ساخت و بهره‌برداری این مخازن بر اساس استانداردهای معینی صورت می‌گیرد. بنابراین، ممکن است که تعریف مخزن تحت فشار از کشوری به کشور دیگر متفاوت باشد، اما شامل پارامترهایی نظیر فشار و دمای بهره‌برداری امن می‌شود. استاندارد بسیار رایج برای طراحی این مخازن ASME Section VIII<sup>1</sup> می‌باشد.

مخازن تحت فشار در حالت تئوری هر شکلی می‌توانند داشته باشند، اما معمولاً به شکل کره، استوانه و مخروط ساخته می‌شوند. مخازن کره بهترین مخازن برای تحمل فشار محسوب می‌شوند، اما متأسفانه ساختن یک مخزن کره بسیار دشوار و پرهزینه است. در نتیجه، مخازن تحت فشار بیشتر به صورت استوانه‌ای با درپوش‌های انتهایی ساخته می‌شوند. براساس ضخامت جدار استوانه، این مخازن به دو دسته تقسیم‌بندی می‌شوند. بدین صورت که، اگر ضخامت جدار استوانه بیش از ده درصد شعاع داخلی آن باشد، استوانه‌ای جدار ضخیم و در غیر این صورت استوانه‌ای جدار نازک گفته می‌شود. در استوانه‌های جدار نازک از تنش شعاعی صرف‌نظر می‌شود و تنش محیطی نیز در راستای ضخامت ثابت فرض می‌شود. در صورتی که در استوانه‌های جدار ضخیم نمی‌توان از تنش شعاعی صرف‌نظر نمود و توزیع تنش در راستای شعاع تغییر کرده و ثابت نمی‌ماند.

در حالت تئوری، تقریباً هر ماده‌ای با ویژگی‌های کششی خوب و پایدار از نظر شیمیایی، می‌تواند برای ساخت مخازن تحت فشار استفاده شود. اگرچه کدهای طراحی و استانداردهای کاربرد این مخازن شامل لیست طویلی از مواد تأیید شده با محدودیت‌های وابسته در گستره‌ی دمایی هستند. بسیاری از مخازن تحت فشار از فولاد ساخته می‌شوند. برای ساخت یک مخزن کره یا استوانه‌ای، بخش‌های نورد شده یا ریخته‌گری شده، به هم جوش می‌شوند. برخی از ویژگی‌های مکانیکی فولاد که از طریق نورد یا ریخته‌گری به دست می‌آید، علی‌رغم پیشگیری‌های خاص، طی فرآیند جوشکاری از دست می‌رود. علاوه بر داشتن استحکام مکانیکی

---

<sup>1</sup> American Society of Mechanical Engineers

مناسب، استانداردهای حاضر، مصرف فولاد با مقاومت بالا در برابر ضربه را به‌خصوص برای مخازنی که در شرایط دمایی پائین استفاده می‌شوند، ضروری می‌دانند. در مواقعی که امکان خوردگی وجود دارد، باید از موادی که مقاومت بالا در برابر خوردگی دارند استفاده شود. بعضی مخازن تحت فشار از مواد کامپوزیتی ساخته می‌شوند. با توجه به مقاومت کششی بالای الیاف کربن موجود در این مواد، مخازن ساخته شده بسیار سبک خواهند بود، اگرچه روند ساخت بسیار دشوارتری دارند.

مخازن تحت فشار بزرگ در زمان انقلاب صنعتی و خصوصاً در بریتانیای کبیر، به منظور تولید بخار در دیگ‌های بخار، برای راندن موتورهای بخار اختراع شده‌اند. استانداردهای طراحی و آزمایش در نتیجه انفجارهای مهلک دیگ‌های بخار ارائه شده‌اند.

مخازن تحت فشار به دلیل این که مقدار زیادی انرژی در خود ذخیره دارند، بالقوه خطرناک هستند. پس باید رفتار آن‌ها را تحت تأثیر بارهای وارده به‌دقت بررسی نمود. یکی از این بررسی‌ها که از اهمیت زیادی برخوردار است، بررسی رفتار تنش‌ها و کرنش‌های ایجاد شده در آن‌ها تحت فشارهای اعمالی می‌باشد [۱].

## ۱-۱. مروری بر تحقیقات انجام شده

مطالعه‌ی رفتار پوسته‌های استوانه‌ای دایروی و غیردایروی جدار نازک و جدار ضخیم تحت بارگذاری‌های مختلف، از گذشته‌ی نه‌چندان دور مورد توجه دانشمندان زیادی بوده و به دلیل فراوانی کاربرد، که پیشتر به آن‌ها اشاره شد، تحقیقات روی آن‌ها همچنان ادامه دارد. در این بخش، ابتدا خلاصه‌ای از تلاش‌های مهم انجام شده در زمینه‌ی تحلیل تنش و کرنش سازه‌های استوانه‌ای دایروی ارائه می‌شود. در ادامه، به مطالعات صورت گرفته روی سازه‌های استوانه‌ای بیضوی اشاره می‌شود که نسبت به سازه‌های استوانه‌ای دایروی بسیار محدودتر است. روش‌هایی که در تحلیل این ساختارها به‌کار رفته، شامل سه نوع تحلیلی، نیمه‌تحلیلی و عددی می‌شود.

## ۱-۱-۱. سازه‌های استوانه‌ای دایروی

اولین بار لامه<sup>۲</sup> در ۱۸۵۲ [۲]، با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی صفحه‌ای<sup>۳</sup>، توزیع دقیق تنش و کرنش را در پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم متقارن محوری با ضخامت جدار ثابت و ساخته شده از ماده‌ی همگن و همسانگرد تحت فشارهای داخلی و خارجی یکنواخت ارائه کرد، که از آن در حل بسیاری از مسائل مهندسی مثل تخمین مدول الاستیسیته‌ی کلی کامپوزیت‌های تقویت شده با الیاف، استفاده شده است [۳،۴]. فوکویی و یاماناکا [۵] روابط الاستیک حاکم بر لوله‌های جدارضخیم مدرج تابعی تحت فشار داخلی را در حالت کرنش صفحه‌ای به کمک معادلات لامه استخراج و با روش عددی رانگ-کوتا حل نمودند. آباتا و نودا [۶] تنش‌های حرارتی پایدار را در مخازن استوانه‌ای دایروی و کروی توخالی مدرج تابعی به‌دست آوردند. هورگان و چان [۷] معادلات حاکم بر استوانه‌ی دایروی توخالی مدرج تابعی با توزیع توانی مدول الاستیسیته در راستای شعاعی را در حالت کرنش صفحه‌ای به کمک معادلات لامه استخراج نموده و توزیع تنش را به ازای توان‌های مثبت به‌دست آوردند.

توتونچو و اُزترک [۸]، با استفاده از تئوری الاستیسیته‌ی بی‌نهایت کوچک<sup>۴</sup>، حل دقیقی را برای تنش‌ها و جابجایی‌ها در مخازن تحت فشار استوانه‌ای دایروی و کروی مدرج تابعی ارائه نمودند. در این مخازن، مدول الاستیسیته طبق یک رابطه‌ی ساده‌ی توانی در راستای ضخامت تغییر می‌کند و نسبت پواسون ثابت در نظر گرفته شده است. مدل به‌کار رفته منجر به حل معادله‌ی کوشی-ویلر<sup>۵</sup> استاندارد خواهد شد. پارامتر ناهمگنی ارائه شده در این مقاله که پارامتر مفیدی از نقطه‌نظر طراحی است، در کاربردهای خاصی برای کنترل توزیع تنش مناسب است. توزیع تنش وابسته به این ثابت ناهمگنی، با مقادیر متناظر در نمونه‌ی همگن مقایسه شده و نتایج در قالب نمودار ارائه شده است. ثابت ناهمگنی که شامل تغییر کسر حجمی مواد تشکیل‌دهنده است، به‌طور تجربی تعیین می‌شود.

---

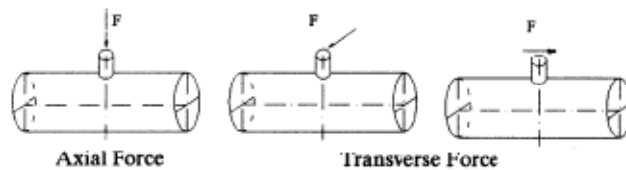
<sup>۲</sup> Lamé

<sup>۳</sup> Plane Elasticity Theory (PET)

<sup>۴</sup> Infinitesimal theory of elasticity

<sup>۵</sup> Euler-Cauchy equation

تئوری‌های غشایی و خمشی پوسته‌ها، روش‌های استاندارد هستند که برای محاسبه‌ی تنش‌ها در مخازن تحت فشار به کار می‌روند. با توجه به این‌که این تئوری‌ها همه‌ی عوامل تأثیرگذار روی تنش را شامل نمی‌شوند، توابع اصلاحی برای توصیف دقیق‌تر پدیده‌ها ارائه می‌شوند. این اصلاحات باید دقت تئوری‌های غشایی و خمشی را بهبود بخشیده و به کارگیری عملی آن‌ها را آسان سازند. با این حال، عملاً روش‌های حل عددی بیشتر از روش‌های تحلیلی به کار می‌روند. روش عددی که اغلب برای مسئله‌ی تأثیر شیپوره روی یک پوسته‌ی استوانه‌ای به کار می‌رود، روش اجزاء محدود است.



شکل (۱-۱): جهت نیروهای اعمالی بر شیپوره [۹].

آنالیز تنش مخزن تحت فشار استوانه‌ای که در آن نیروهای جانبی و محوری بر انتهای آزاد شیپوره‌ی متصل به مخزن اعمال می‌شوند، توسط پتروویچ [۹] ارائه شده است. همان‌طور که در شکل (۱-۱) مشاهده می‌شود، حالتی که در آن شیپوره به شکل یک لوله‌ی استوانه‌ای، طوری به مخزن وصل شده که محور آن، محور پوسته‌ی استوانه‌ای را قطع نمی‌کند، بررسی شده است. روش اجزاء محدود با استفاده از المان‌های صفحه‌ای، برای تعیین توزیع تنش‌ها، بیشترین مقادیر آن‌ها و موقعیتشان در پوسته‌ی استوانه‌ای مورد نظر به کار رفته است.

وربجنکو و همکاران [۱۰]، توزیع تنش را در پوسته‌های استوانه‌ای جدار ضخیم انیزوتروپ چندلایه، تحت تأثیر فشار داخلی، خارجی و نیز فشارهای میان لایه‌ی به‌دست آوردند. حالتی که بررسی شده، حالتی است که محور انیزوتروپی بر محور تقارن منطبق بوده و تنش‌ها در طول مولد بدون تغییر می‌مانند. در این حالت، هر لایه ارتوتروپ خواهد بود. اگرچه ویژگی‌های الاستیک می‌تواند در طول ضخامت هر لایه تغییر کند. حل