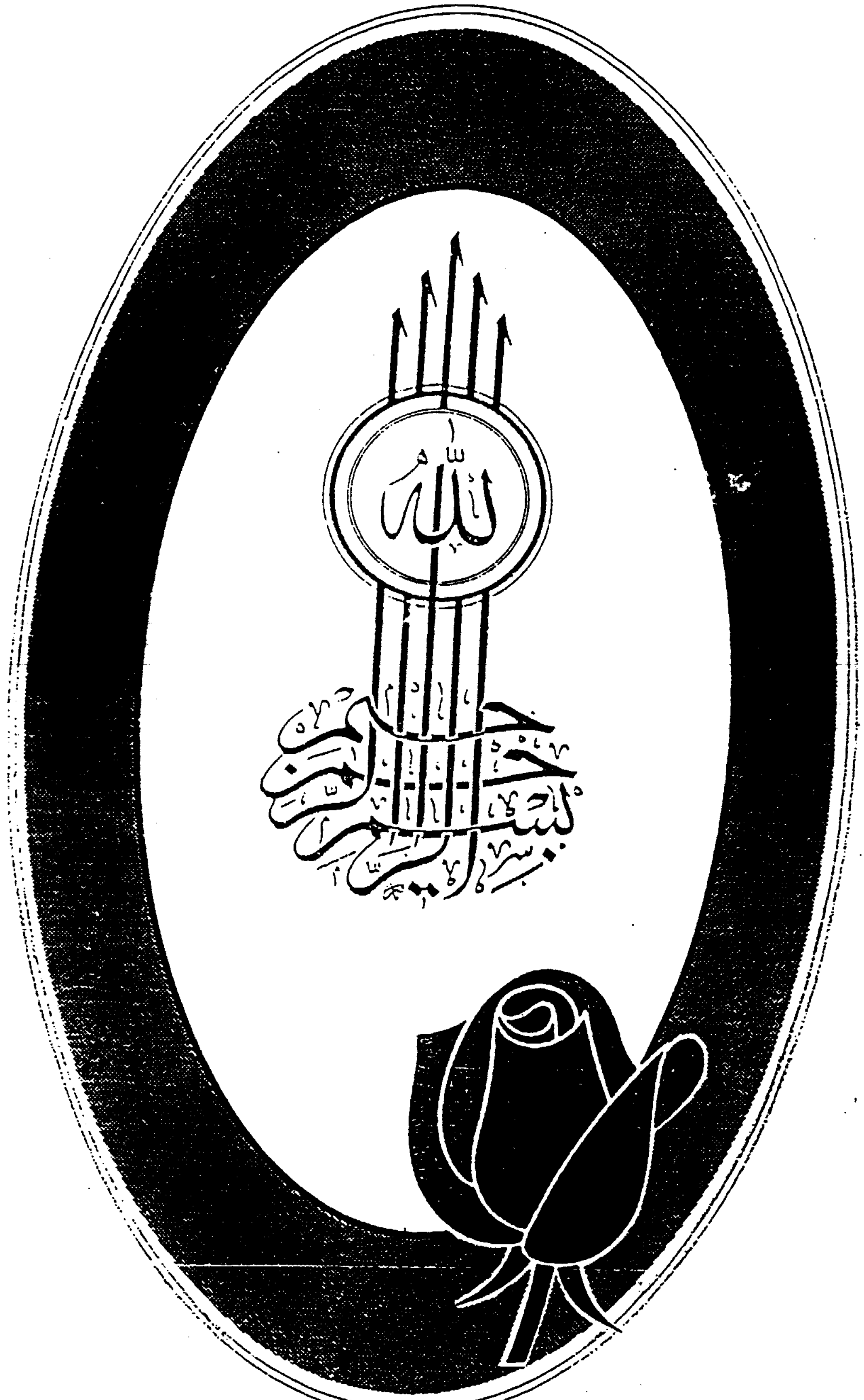


٣٦٠٦٤

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده ریاضی و کامپیوتر - بخش ریاضی

پایان‌نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی‌ارشد ریاضی کاربردی

تحت عنوان:

مسائل برنامه‌ریزی خطی چندهدفی معمولی و فازی

استاد راهنما:

دکتر حمیدرضا ملکی

مولف :

کاووس سلیمانی دامنه

۱۳۷۹

بسمه تعالی

این رساله

به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی‌ارشد

به

بخش ریاضی ـ دانشکده ریاضی و کامپیوتر

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی‌شود.

دانشجو : کاووس سلیمانی‌دامنه

استاد راهنما: دکتر حمیدرضا ملکی

داور ۱ : دکتر ماه‌بانو تاتا

داور ۲ : دکتر ماشاالله ماشین‌چی

نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه: آقای دکتر ناصح‌زاده

تقدیم به

پدر و مادر عزیز

و

برادران و خواهران مهربانم

تشکر و قدردانی

با سپاس از درگاه خداوند بزرگی که علم و دانش را یکی از راههای هدایت بشر در نیل به خوشبختی و سعادت قرار داد، سخنی کوتاه را آغاز می‌کنم.

از خداوند بزرگی که به حقیر توان داد که با جرقه‌ای هرچند کوچک، اندکی از تیرگیهای اطراف عقل را بکاهم و به اقیانوس بی‌پایان مجهولات پی ببرم بسیار سپاسگزارم و امیدوارم که آنچه را که تاکنون فرا گرفته‌ام در راه خدمت به جامعه بکار بندم.

در این رابطه وظیفه خود می‌دانم که از تمام کسانی که در این راه به هر نحو متحمل زحمت شدند، یاد نمایم.

ابتدا از پدر و مادر بسیار گرامی و ارجمندم که اولین مشوق من در راه تحصیل بودند و با تلاشهای فراوان زمینه رشد تربیتی مرا فراهم آوردند بسیار تشکر می‌کنم و از خداوند بزرگ سلامتی و طول عمر آنان را مسئلت دارم.

همچنین لازم می‌دانم از کلیه اساتید بخش ریاضی دانشگاه شهید باهنر کرمان و دانشگاه سیستان و بلوچستان که در تعلیم و تربیت اینجانب نقش بسزائی داشته‌اند، سپاسگزاری نمایم. بخصوص از استاد ارجمند جناب آقای دکتر حمیدرضا ملکی که همواره از راهنمائیهای ارزنده ایشان در تمام طول تحصیلات دانشگاهی برخوردار شده‌ام، صمیمانه تشکر و قدردانی می‌کنم و از خداوند متعال طول عمر و توفیق روزافزون ایشان را مسئلت دارم. از اساتید گرانقدر جناب آقای دکتر ماشاالله ماشین‌چی و سرکار خانم دکتر ماه‌بانو تاتا که قبول زحمت نموده و مطالعه این رساله را بر عهده گرفته و بعنوان داور در جلسه دفاعیه اینجانب شرکت فرمودند نهایت تشکر را دارم. همچنین از حمایتهای مرکز بین‌المللی علوم و تکنولوژی پیشرفته و علوم محیطی صمیمانه تشکر می‌کنم. در خاتمه از سرکار خانم باقری که در تایپ این رساله نهایت همکاری را مبذول فرمودند تشکر و کمال امتنان را دارم.

کاووس سلیمانی دامنه

آذر ۱۳۷۹

چکیده

در بسیاری از مسائل برنامه‌ریزی خطی ممکن است به جای استفاده از یک معیار برای سنجش بهینگی، چندین معیار برای سنجش بهینگی در نظر گرفته شود. در اینگونه موارد با یک مدل برنامه‌ریزی خطی چند هدفی مواجه هستیم. از طرفی چون در بسیاری از مسائل عملی پارامترهای تصمیم‌گیری مسئله بصورت دقیق مشخص نیستند، لذا در عمل مدلبندی مسئله، بصورت یک مدل برنامه‌ریزی خطی چند هدفی فازی می‌باشد. در این پایان‌نامه روشهای برخورد با مسائل بهینه‌سازی چند هدفی و چند هدفی فازی ارائه شده است.

فهرست مطالب

فصل ۱

مقدمه‌ای بر نظریه مجموعه‌های فازی

۱_۱ مقدمه

مجموعه‌های فازی تعمیمی از مجموعه‌های معمولی هستند، که برای اولین بار در سال ۱۹۶۵ توسط پروفسور لطفی عسکرزاده دانشمند ایرانی تبار و استاد دانشگاه برکلی آمریکا، ارائه شد [۵]. این نظریه از آن زمان تاکنون کاربردهای مختلف خود را در صنعت، اقتصاد و علوم گوناگونی نشان داده است.

به طور اختصار، نظریه مجموعه‌های فازی برای تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان مورد استفاده قرار می‌گیرد. این نظریه قادر است به بسیاری از مفاهیم، متغیرها و سیستمهایی را که نادقیق و مبهم هستند، چنانچه در عالم واقعی اکثر چنین است، صورتبندی ریاضی ببخشد و زمینه را برای استدلال، استنتاج، کنترل و تصمیم‌گیری در شرایط عدم اطمینان فراهم آورد. گسترش روزافزون این علم در جهان، چه از جهت نظری و چه از جهت کاربردی، توجه دانشمندان را در علوم مختلف به خود معطوف کرده است.

در نظریه مجموعه‌های معمولی عضویت یک عنصر در یک مجموعه امری قطعی است. فرض کنید X یک مجموعه مرجع باشد. منظور از زیرمجموعه A از X عبارتست است از تعدادی از عناصر X که دقیقاً مشخص شده باشند. زیرمجموعه A را می‌توان با استفاده از مفهوم تابع مشخصه بیان کرد. به عبارتی تابع مشخصه A، $X_A : X \mapsto \{۰, ۱\}$ به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$X_A(x) = \begin{cases} ۱ & x \in A \\ ۰ & x \notin A \end{cases} \qquad (۱\_۱\_۱)$$

لذا با توجه به رابطه (۱_۱_۱) برای $x \in X$، $X_A(x)$ تنها یکی از مقادیر ۰ یا ۱ را خواهد گرفت. اکنون اگر برد تابع X_A را از مجموعهٔ $\{۰, ۱\}$ به بازهٔ $[۰, ۱]$ توسعه دهیم تابعی خواهیم داشت که به هر عضو x از X عدد $X_A(x)$ را در بازه $[۰, ۱]$ نسبت می‌دهیم. در چنین وضعیتی چون $X_A(x) \in [۰, ۱]$ بنابراین در مورد عضویت x در A به عدم قطعیت مواجهیم که این پایه و اساس نظریه مجموعه‌های فازی است. در

این فصل ما به بیان مفاهیم، تعاریف مقدماتی، اعمال چهارگانه در نظریه فازی، مرتب کردن و تصمیم‌گیری فازی می‌پردازیم، همچنین برای یادآوری قضیه نمایش و روابط بین مسئله برنامه‌ریزی خطی اولیه و دوگان را بیان می‌کنیم.

۱ـ۲ تعریفهای مقدماتی نظریه مجموعه‌های فازی

در بخش قبل ما مفهوم عضویت در یک مجموعه را گسترش دادیم. اینک برای بیان کلی این موضوع تعریف زیر را ارائه می‌کنیم:

تعریف ۱ـ۲ـ۱: فرض کنید X مجموعهٔ ناتهی باشد. هر مجموعه فازی $\tilde{A}$ از X توسط تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}} : X \mapsto [\circ, 1]$، مشخص می‌شود که در آن برای هر $x \in X$ مقدار $\mu_{\tilde{A}}(x)$ در بازهٔ $[\circ, 1]$ میزان عضویت x را در $\tilde{A}$ نشان می‌دهد.

در صورتی که X مجموعهٔ اعداد حقیقی باشد $\tilde{A}$ را یک کمیت فازی می‌نامیم.

قرارداد: از این به بعد مجموعهٔ فازی $\tilde{A}$ از X را با تابع عضویت $\tilde{A} : X \mapsto [\circ, 1]$ و درجهٔ عضویت x را با $\tilde{A}(x)$ نمایش می‌دهیم. همچنین مجموعه تمام زیرمجموعه‌های فازی X را با $F(X)$ نشان می‌دهیم. به عبارتی:

$$F(X) = \{\tilde{A} : X \mapsto [\circ, 1]\} \cdot$$

تعریف ۱ـ۲ـ۲: فرض کنید $\tilde{A} \in F(X)$ تکیه‌گاه $\tilde{A}$ را با $supp\tilde{A}$ نشان می‌دهیم و به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$supp\tilde{A} = \{x \in X | \tilde{A}(x) > \circ\} \cdot$$

تعریف ۱ـ۲ـ۳: فرض کنید $\tilde{A} \in F(X)$، αـبرش $\tilde{A}$ برای هر $\alpha \in (\circ, 1]$ به صورت زیر

تعریف می‌کنیم

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in X | \tilde{A}(x) \geq \alpha\}$$

تعریف ۱ـ۲ـ۴: فرض کنید $\tilde{A} \in F(X)$، ارتفاع $\tilde{A}$ را که با $hgt(\tilde{A})$ نشان می‌دهیم به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$hgt(\tilde{A}) = \sup_{x \in X} \tilde{A}(x)$$

لازم به ذکر است که در تعریف فوق چنانچه $hgt(\tilde{A}) = ۱$ باشد $\tilde{A}$ را مجموعه فازی نرمال می‌نامند.

تعریف ۱ـ۲ـ۵: اعضای $F(R)$ را کمیتهای فازی می‌گوییم در صورتی‌که R مجموعه اعداد حقیقی باشد. اینک به منظور درک بهتر مفاهیم و تعاریف فوق به ارائه مثال زیر می‌پردازیم.

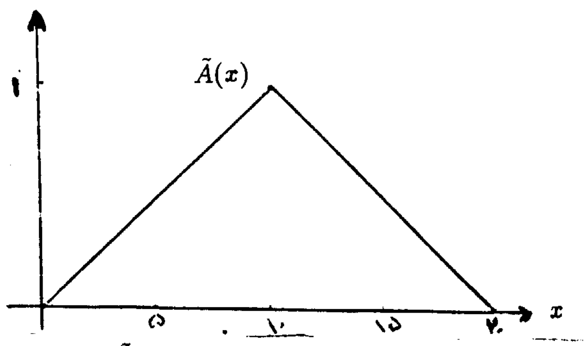
مثال ۱ـ۲ـ۶: کمیت فازی زیر را در نظر بگیرید

$$\tilde{A}(x) = \begin{cases} \frac{x}{۱۰} & ۰ \leq x \leq ۱۰ \\ \frac{۲۰ - x}{۱۰} & ۱۰ \leq x \leq ۲۰ \\ ۰ & \text{سایرنقاط} \end{cases}$$

$\tilde{A}(x)$ کمیت فازی "تقریباً ۱۰" می‌باشد (شکل ۱ـ۱).

$$\begin{aligned} supp\tilde{A} &= \{x \in R | \tilde{A}(x) > ۰\} = \{x \in R | ۰ < x < ۲۰\} = (۰, ۲۰) \\ \tilde{A}_{۰/۵} &= \{x \in R | \tilde{A}(x) \geq ۰/۵\} = \{x \in R | \frac{x}{۱۰} \geq ۰/۵, \frac{۲۰ - x}{۱۰} \geq ۰/۵\} = [۵, ۱۵] \\ hgt\tilde{A} &= \sup_{x \in R} \tilde{A}(x) = ۱ \end{aligned}$$

با توجه به اینکه $hgt(\tilde{A}) = ۱$ بنابراین $\tilde{A}$ یک کمیت فازی نرمال است.



شکل (۱ـ۱): نمودار کمیت فازی $\tilde{A}(x)$

در ادامه به بیان اصل توسیع (اصل گسترش) که یکی از مفاهیم بنیادی نظریه مجموعه‌های فازی است می‌پردازیم. این اصل ابزار توانمندی برای تعمیم عملگرهای جبری و تعریف آنها برای کمیت‌های فازی است [۸و۹].

می‌دانیم که اگر $f : X \mapsto Y$ یک تابع و A زیرمجموعه‌ای معمولی از X باشد آنگاه $f(A)$ زیرمجموعه‌ای از Y خواهد بود. قصد داریم f را طوری گسترش دهیم که بر یک زیرمجموعهٔ فازی از X اثر کند در این حالت انتظار داریم حاصل عمل تابع f بر زیرمجموعهٔ فازی مورد نظر از X یک زیرمجموعه فازی از Y باشد. به عبارتی تابع f، تابع جدیدی به صورت زیر القاء می‌کند:

$$\begin{aligned} f :\quad & F(X) \mapsto F(Y) \\ & \tilde{A} \mapsto f(\tilde{A}) \end{aligned} \qquad (۱ـ۲ـ۷)$$

که در آن $f(\tilde{A})$ زیرمجموعه فازی از Y، $F(X)$ و $F(Y)$ به ترتیب مجموعه تمام زیرمجموعه‌های فازی روی مجموعه‌های X و Y می‌باشند.

تعریف ۱ـ۲ـ۸ (اصل توسیع): فرض کنید تابع $f : X \mapsto Y$ و $\tilde{A}$ یک زیرمجموعه فازی از

X باشد آنگاه f تابع جدیدی به صورت (۱ـ۲ـ۷) القاء می‌کند که در آن

$$(f(\tilde{A}))(y)=\begin{cases}\sup\limits_{y=f(x)} \tilde{A}(x) & f^{-1}(y)\neq\emptyset\\ 0 & f^{-1}(y)=\emptyset\end{cases}$$

برای تعمیم اصل توسیع ابتدا ضرب دکارتی فازی را بیان می‌کنیم:

تعریف ۱ـ۲ـ۹: فرض کنید $\tilde{A}_1$ و $\tilde{A}_2$ و ... و $\tilde{A}_n$ به ترتیب زیرمجموعه‌های فازی از مجموعه‌های مرجع X_1 و X_2 و ... و X_n باشند، آنگاه حاصل ضرب دکارتی $\tilde{A}=\tilde{A}_1\times\tilde{A}_2\times\ldots\times\tilde{A}_n$ یک زیرمجموعه فازی از $X=X_1\times X_2\times\ldots\times X_n$ می‌باشد که تابع عضویت آن به صورت زیر خواهد بود

$$(\tilde{A}_1\times\tilde{A}_2\times\ldots\times\tilde{A}_n)(x_1,x_2,\ldots,x_n)=\min_{1\leq i\leq n}\{(\tilde{A}_i(x_i))\}$$

تعریف ۱ـ۲ـ۱۰ (اصل توسیع تعمیم یافته): فرض کنید $f : X\mapsto Y$ یک تابع و $X=X_1\times X_2\times\ldots\times X_n$ و $\tilde{A}=\tilde{A}_1\times\tilde{A}_2\times\ldots\times\tilde{A}_n$ یک زیرمجموعه فازی از X باشند در این صورت $\tilde{B}=f(\tilde{A}_1,\tilde{A}_2,\ldots,\tilde{A}_n)$ یک زیرمجموعهٔ فازی از Y است که تابع عضویت آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\tilde{B}(y)=\begin{cases}\sup\limits_{y=f(x_1,x_2,\ldots,x_n)}(\min\limits_{1\leq i\leq n}\{\tilde{A}_i(x_i)\}) & f^{-1}(y)\neq\emptyset\\ 0 & f^{-1}(y)=\emptyset\end{cases}.$$

اکنون با استفاده از اصل توسیع می‌توانیم اعمال حسابی روی کمیتهای فازی از جمله معکوس، قرینه و ضرب عدد معمولی در یک عدد فازی را تعریف کنیم.

گزاره ۱ـ۲ـ۱۱: فرض کنید f تابعی حقیقی بر R و r عدد حقیقی باشد

۱) اگر $f(x) = -x$ باشد آنگاه

$$f(\tilde{A})(y) = \sup_{y=f(x)} \tilde{A}(x) = \sup_{y=-x} \tilde{A}(x) = \tilde{A}(-y) \cdot$$

۲) اگر $f(x) = \frac{1}{x}$ باشد آنگاه

$$f(\tilde{A})(y) = \sup_{y=f(x)} \tilde{A}(x) = \sup_{y=\frac{1}{x}} \tilde{A}(x) = \tilde{A}(\frac{1}{y}) \cdot$$

۳) اگر $f(x) = x + r$ باشد آنگاه

$$f(\tilde{A})(y) = \sup_{y=f(x)} \tilde{A}(x) = \sup_{y=x+r} \tilde{A}(x) = \tilde{A}(y - r) \cdot$$

۴) اگر $f(x) = r \cdot x$ و r مخالف صفر باشد آنگاه

$$f(\tilde{A})(y) = \sup_{y=f(x)} \tilde{A}(x) = \sup_{y=rx} \tilde{A}(x) = \tilde{A}(\frac{y}{x})$$

با استفاده از گزاره فوق می‌توان قرینه و معکوس کمیت فازی را به صورت زیر تعریف کرد:

تعریف ۱ـ۲ـ۱۲: اگر $\tilde{A}$ یک کمیت فازی باشد آنگاه قرینه $\tilde{A}$ را با $-\tilde{A}$ نمایش می‌دهیم که $-\tilde{A}$ کمیت فازی است و تابع عضویت آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$-\tilde{A}(x) = \tilde{A}(-x) \cdot$$

تعریف ۱ـ۲ـ۱۳: اگر $\tilde{A}$ یک کمیت فازی باشد آنگاه معکوس $\tilde{A}$ را با $\frac{1}{\tilde{A}}$ نمایش می‌دهیم که $\frac{1}{\tilde{A}}$ یک کمیت فازی است و تابع عضویت آن به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\frac{1}{\tilde{A}}(x) = \tilde{A}(\frac{1}{x}) \cdot$$

برای $x = ۰$ بنا به تعریف (۱ـ۲ـ۸)، $(\frac{۱}{\tilde{A}})(۰) = ۰$ بنابراین به طور خلاصه:

$$\frac{۱}{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \tilde{A}(\frac{۱}{x}) & x \neq ۰\ , \\ ۰ & x = ۰\ . \end{cases}$$

۱ـ۳ اعمال جبری دوتایی روی کمیت‌های فازی

با استفاده از اصل توسیع می‌توان عملگرهای جبری را روی کمیتهای فازی تعریف کرد. به عبارتی عمل دوتایی * روی اعداد حقیقی را می‌توان به عمل دوتایی روی $F(R)$ گسترش داد. اما این تعمیم‌ها تنها بعضی از خواص اعمال دوتایی معمولی را حفظ می‌کنند. ما بطور خلاصه به بعضی از خواص آن می‌پردازیم. علاقمندان به بررسی دقیق روابط بین کمیت‌های فازی می‌توانند به [۱۱] رجوع کنند. در ادامه این بخش فرض می‌کنیم که $\tilde{A}, \tilde{B} \in F(R)$. اینک با بکار بردن اصل توسیع برای تابع $f : R \times R \mapsto R$ با ضابطهٔ $f(x,y) = x + y$ می‌توان جمع $\tilde{A}$ و $\tilde{B}$ $(\tilde{A} \oplus \tilde{B})$ را به صورت زیر بدست آورد:

$$\begin{aligned} (\tilde{A} \oplus \tilde{B})(z) &= \sup_{z=x+y} (min(\tilde{A}(x), \tilde{B}(y))) \\ &= \sup_{x\in R}(min(\tilde{A}(x), \tilde{B}(z-x))) \qquad (۱\text{ـ}۳\text{ـ}۱) \\ &= \sup_{y\in R}(min(\tilde{A}(z-y), \tilde{B}(y))) \end{aligned}$$

تبصره: هر عدد حقیقی r را می‌توان به وسیله کمیت فازی $\tilde{r}$ نشان داد بطوریکه

$$\tilde{r}(x) = \begin{cases} ۱ & x = r \\ ۰ & x \neq r \end{cases} .$$

گزارهٔ ۱ـ۳ـ۲: اگر y یک عدد حقیقی و $\tilde{A}, \tilde{B}, \tilde{C} \in F(R)$ باشد آنگاه

۱) $y + \tilde{A} = \tilde{y} + \tilde{A}$