

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ

دانشکده‌ی علوم
گروه فیزیک
(گرایش نظری)

پایان‌نامه‌ی کارشناسی ارشد فیزیک

گرایش تصحیح یافته با استفاده از روش حل وارون

از:

سیده فاطمه میرمهدی پور

استاد راهنما:

دکتر رضا صفاری

اسفند ۱۳۹۰

تقدیم بہ

پدرو مادر عزیزم

کہ از نگاہشان صلابت

از رفتارشان محبت

و از صبرشان ایستادگی آموختم.

تقدیر و شکر

شکر خدا که هر چه طلب کردم از خدا برنتهای بهمت خود کامران شدم

شکر و سپاس خدا را که بزرگترین امید و یاور در لحظه لحظه‌ی زندگیست.

از استاد بزرگوارم جناب آقای دکتر صفاری، که در تمام مراحل این پایان نامه مرا از رهنمودهای خویش بهره‌مند ساختند، شکر و قدردانی می‌نمایم چرا که بدون راهنمایی‌های ایشان، تهیه‌ی این پایان نامه میسر نمی‌بود؛ از خداوند برایشان سلامتی و طول عمر مسلت دارم.

از اساتید گرانقدر جناب آقای دکتر پناهی و جناب آقای دکتر سجایی که زحمات با زحمت‌ناز و داوری این پایان نامه را بر عهده داشتند، سپاسگزار می‌نمایم.

از نایندگی تحصیلات تکمیلی و مدیر گروه محترم جناب آقای دکتر مهدوی‌فر، که ساگردی ایشان افتخاری بس بزرگ برایم است، کمال سپاس را دارم.

سپاس بیکران از پدر و مادر عزیز، دلسوز و مهربانم که در تمام مراحل زندگی‌م همراه، پشتیبان و تکیه‌گاهم بوده و هستند. امید که بتوانم هر لحظه شکر گزارشان بوده و ثانیه‌های عمرم را در عصای دست بودشان بگذرانم.

سپاس فراوان از خواهران عزیزم که همواره وجودشان شادی بخش و یاری‌آرامش و دلگرمی من است.

در پایان از دوستان خوبم و همی‌کسانی که در این مدت مرایاری کرده و همراه من بودند شکر کنم. خاطرات بودن در کنار دوستانم مرکز از یادم نخواهد رفت. سلامتی و موفقیت

این عزیزان را در لحظه لحظه‌ی زندگی‌شان از خداوند منان خواستارم.

سیده فاطمه میرمهدی پور

اسفند ۹۰

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
ج	فهرست جدول‌ها
چ	فهرست شکل‌ها
د	چکیده‌ی فارسی
ذ	چکیده‌ی انگلیسی
۱	مقدمه

فصل اول: کیهانشناسی استاندارد

۴	۱-۱ گرانش
۵	۲-۱ نسبیت عام
۷	۱-۲-۱ آزمایشات نسبیت عام
۸	۲-۲-۱ اصل هم‌ارزی
۹	۳-۱ کیهانشناسی استاندارد و مدل <i>FRW</i>
۱۱	۱-۳-۱ اصل کیهانشناسی
۱۲	۲-۳-۱ مدل عالم آینشتاین

فصل دوم: شتاب دیر زمان عالم و انبساط کیهانی

۱۹	۱-۲ قانون انبساط کیهانی
۲۳	۲-۲ شواهد تجربی شتاب دیر زمان عالم
۲۴	۱-۲-۲ فاصله‌ی درخشندگی و ابرنواخترهای نوع <i>Ia</i>
۲۴	۱-۲-۲-۱ ابرنواختر نوع <i>Ia</i> به عنوان شمع استاندارد
۲۹	۲-۱-۲-۲ فاصله‌ی درخشندگی
۳۴	۲-۲-۲ تابش پس‌زمینه‌ی ریز موج کیهانی

فصل سوم: رهیافت‌های متداول توصیف شتاب عالم

۳۸ ۱-۳ انرژی تاریک
۴۰ ۲-۳ ثابت کیهانشناسی
۴۱ ۱-۲-۳ ثابت کیهانشناسی و افت و خیزهای خلاء
۴۶ ۳-۳ میدان‌های اسکالر
۴۶ ۱-۳-۳ کوئینتسنس
۵۰ ۲-۳-۳ مدل فانتوم
۵۱ ۴-۳ گرانش تصحیح یافته
۵۲ ۱-۴-۳ گرانش $f(R)$

فصل چهارم: بررسی مدل پیشنهادی با استفاده از داده‌های ابرنواخترهای نوع Ia

۵۷ ۱-۴ مقدمه
۵۸ ۲-۴ روش احتمال بیشینه
۶۱ ۳-۴ بررسی مدل پیشنهادی و تحلیل بسط تیلور
۶۵ ۴-۴ معادله پارامتر حالت
۷۱ ۵-۴ معادلات میدان تصحیح یافته
۸۷ ۶-۴ جمع بندی
۸۸ منابع و مراجع

فهرست جدول‌ها

صفحه	عنوان
۵۰	جدول ۳-۱: برخی از پتانسیل‌های ارائه شده برای مدل کوئینتسنس
۶۲	جدول ۴-۱: مقایسه‌ی مدل‌های ارائه شده با استفاده از داده‌های طلایی
۶۲	جدول ۴-۲: مقایسه‌ی مدل‌های ارائه شده با استفاده از داده‌های <i>Gold06</i>
۶۳	جدول ۴-۳: مقایسه‌ی مدل‌های ارائه شده با استفاده از داده‌های <i>Union2</i>

فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۱۰	شکل ۱-۱: مدل عمومی انبساطِ فضا زمان
۲۱	شکل ۱-۲: نمودار اولیبه‌ی هابل - رابطه‌ی بین سرعت و فاصله‌ی کهکشان‌ها
۲۱	شکل ۲-۲: نمونه‌ی جدیدتر نمودار هابل که CZ را در برابر فاصله نشان می‌دهد
۲۲	شکل ۳-۲: قانون انبساط کیهانی
۲۶	شکل ۴-۲: منحنی نوری ابرنواختر نوع Ia
۲۶	شکل ۵-۲: منحنی نوری پس از اعمال تصحیحات فیلیپس
۲۸	شکل ۶-۲: طیف ابرنواخترهای نوع Ia در انتقال به سرخ‌های مختلف
۳۲	شکل ۷-۲: نمودار هابل
۳۳	شکل ۸-۲: نمودار هابل برای داده‌های ابرنواختری
۳۵	شکل ۹-۲: نقشه‌ی ناهمسانگردی دمای تابش زمینه
۳۶	شکل ۱۰-۲: طیف توان دمای زمینه
۴۲	شکل ۱-۳: محدودیت‌های مشاهداتی در صفحه‌ی Ω_m و Ω_Λ
۶۳	شکل ۱-۴: سازگاری مدل ۴ پارامتری پیشنهادی با داده‌های $Union2$
۶۴	شکل ۲-۴: سازگاری مدل ۴ پارامتری پیشنهادی با داده‌های $Gold06$
۶۴	شکل ۳-۴: سازگاری مدل ۴ پارامتری پیشنهادی با داده‌های طلایی
۶۶	شکل ۴-۴: نمودار پارامتر حالت مدل ۲ پارامتری با استفاده از داده‌های طلایی
۶۶	شکل ۵-۴: نمودار پارامتر حالت مدل ۲ پارامتری با استفاده از داده‌های $Gold06$
۶۷	شکل ۶-۴: نمودار پارامتر حالت مدل ۲ پارامتری با استفاده از داده‌های $Union2$
۶۷	شکل ۷-۴: نمودار پارامتر حالت مدل ۴ پارامتری با استفاده از داده‌های طلایی
۶۸	شکل ۸-۴: نمودار پارامتر حالت مدل ۴ پارامتری با استفاده از داده‌های $Gold06$
۶۸	شکل ۹-۴: نمودار پارامتر حالت مدل ۴ پارامتری با استفاده از داده‌های $Union2$
۶۹	شکل ۱۰-۴: بستگی انتقال به سرخ معادله‌ی پارامتر حالت برای مدل‌های پیشنهادی

- شکل ۴-۱۱: نمودار $\omega(z)$ در گستره‌ی خطای 1σ برای مدل ۲ پارامتری با استفاده از داده‌های طلایی ۷۰
- شکل ۴-۱۲: نمودار $\omega(z)$ در گستره‌ی خطای 1σ برای مدل ۲ پارامتری با استفاده از داده‌های *Gold06* ۷۰
- شکل ۴-۱۳: نمودار $\omega(z)$ در گستره‌ی خطای 1σ برای مدل ۲ پارامتری با استفاده از داده‌های *Union2* ۷۱
- شکل ۴-۱۴: نمودار $H(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های طلایی ۷۳
- شکل ۴-۱۵: نمودار $R(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های طلایی ۷۴
- شکل ۴-۱۶: نمودار $f(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های طلایی ۷۴
- شکل ۴-۱۷: نمودار $f(R)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های طلایی ۷۵
- شکل ۴-۱۸: نمودار $H(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۷۵
- شکل ۴-۱۹: نمودار $R(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۷۶
- شکل ۴-۲۰: نمودار $f(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۷۶
- شکل ۴-۲۱: نمودار $f(R)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۷۷
- شکل ۴-۲۲: نمودار $H(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Union2* ۷۷
- شکل ۴-۲۳: نمودار $R(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Union2* ۷۸
- شکل ۴-۲۴: نمودار $f(z)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Union2* ۷۸
- شکل ۴-۲۵: نمودار $f(R)$ برای مدل ۲ پارامتری با داده‌های *Union2* ۷۹
- شکل ۴-۲۶: نمودار $H(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های طلایی ۸۰
- شکل ۴-۲۷: نمودار $R(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های طلایی ۸۰
- شکل ۴-۲۸: نمودار $f(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های طلایی ۸۱
- شکل ۴-۲۹: نمودار $f(R)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های طلایی ۸۱
- شکل ۴-۳۰: نمودار $H(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۸۲
- شکل ۴-۳۱: نمودار $R(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۸۲
- شکل ۴-۳۲: نمودار $f(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۸۳
- شکل ۴-۳۳: نمودار $f(R)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Gold06* ۸۳
- شکل ۴-۳۴: نمودار $H(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Union2* ۸۴
- شکل ۴-۳۵: نمودار $R(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Union2* ۸۴

شکل ۴-۳۶: نمودار $f(z)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Union2* ۸۵

شکل ۴-۳۷: نمودار $f(R)$ برای مدل ۴ پارامتری با داده‌های *Union2* ۸۵

چکیده

گرانث تصحیح یافته با استفاده از حل وارون

سیده فاطمه میرمهدی پور

مشاهدات کیهانی مربوط به رصد ابرنواخترهای نوع Ia و نیز بررسی تابش پس‌زمینه کیهانی نشان می‌دهد که عالم در طول دهه‌های اخیر وارد یک فاز انبساط شتابدار شده است. برای توجیه شتاب عالم، رهیافت‌های مختلفی پیشنهاد می‌شود. تعدادی از این مدل‌ها، شتاب را به یک انرژی تاریک نسبت می‌دهند و در پاره‌ای دیگر، کیهانشناسان به تصحیح گرانث می‌پردازند که از جمله‌ی آن‌ها، انتخاب کنش عام $f(R)$ می‌باشد.

در این پایان‌نامه، برای توصیف شتاب تندشونده‌ی عالم، انرژی تاریک را مورد مطالعه قرار داده و یک مدل کیهانشناسی ویژه برای تاریخچه‌ی انبساط عالم $H^2(z)$ ارائه می‌نماییم. این مدل به‌صورت بسط تیلور $H^2(z)$ حول $z = 0$ می‌باشد که دو حالت با ۲ پارامتر آزاد و ۴ پارامتر آزاد را مورد بررسی قرار می‌دهیم. برای به‌دست آوردن قید پارامترهای آزاد مدل، روش احتمال بیشینه را معرفی و در ادامه سازگاری این مدل را با ۳ مجموعه از داده‌های ابرنواخترهای نوع Ia شامل داده‌های طلایی، $Gold06$ و $Union2$ بررسی می‌کنیم. همچنین نشان می‌دهیم که این روش می‌تواند تئوری کنش تصحیح یافته‌ی گرانث $f(R)$ را در روش حل وارون بازسازی نماید.

واژه‌های کلیدی: انرژی تاریک، ابرنواخترهای نوع Ia ، تاریخچه‌ی انبساط عالم، شتاب تندشونده‌ی عالم، گرانث تصحیح یافته‌ی $f(R)$

Abstract

Modified gravity using inverse solution

Seyedeh Fatemeh Mirmahdipour

The cosmological observations from Type *Ia* supernovae and the cosmic microwave background have indicated that the universe has entered in accelerating expansion phase at recent times. The various models has suggested for the explanation of acceleration of the universe. At some models, this acceleration has been attributed to a dark energy, while at some others, people has been tried to modified the theory of gravitation such as $f(R)$ gravity.

In this thesis, we study dark energy for the explanation of acceleration of the universe and preduce a particular cosmological model for the expansion history of the universe $H^2(z)$. This model is Taylor expansion of $H^2(z)$ around $z=0$ up to second order and fourth order of expansion. We use maximum likelihood technique to determined the best fit of parameters. In defollowing, we check the consistency of this model with three data sets of supernovae *Ia* consist of *Gold* data sets, *Gold06* data sets and *Union2* data sets. Also, we show that this method may reconstruct modified action of $f(R)$ gravity theory, from an inverse solution approach.

Key words: Dark energy, Type *Ia* supernovae, expansion history of the universe, Accelerating universe, $f(R)$ gravity

مقدمه

کیهان‌شناسی، شاخه‌ای از نجوم است که ساختار و تحول عالم را به صورت کلی مورد بررسی قرار می‌دهد. با ارائه‌ی نسبیّت عام توسط آلبرت آینشتاین در سال ۱۹۱۶ میلادی، زمینه‌ی مساعد برای ارائه‌ی یک نظریه‌ی کیهان‌شناسی متقن و محکم بر پایه‌ی اصول فیزیکی فراهم گشت. قبل از آن، نظریات مبهمی توسط فلاسفه و فیزیکدان‌ها در مورد پیدایش و تحول کیهان ارائه شده بود، که به علت عدم برخورداری از پشتوانه‌های محکم نظری و تجربی، سست و غیر مطمئن بود. با کشف انبساط عالم توسط ادوین هابل در سال ۱۹۲۹ و کشف پس‌زمینه‌ی ریزموج کیهانی در سال ۱۹۶۵، کیهان‌شناسی وارد مرحله‌ی مشاهداتی نیز شد و نظریه و تجربه، پا به پای یکدیگر در تکمیل معمای دانش کیهانی به پیش رفتند، تا جایی که در سال‌های اخیر، کیهان‌شناسی همچون سایر شاخه‌های فیزیک و نجوم، با برخورداری از محک‌های دقیق تجربی، راه روشنی را در پیش گرفته است [۱].

پس از آن در سال ۱۹۹۸، مشاهدات کیهان‌شناسی برآمده از ابرنواخترهای نوع Ia ، نشان داد که عالم نه تنها در حال انبساط است بلکه این انبساط، در حال شتاب نیز می‌باشد [۲، ۳]. بررسی دقیق‌تر داده‌های کیهان‌شناسی نشان داد که برای رسیدن به تصویری سازگار از ساختارهای بزرگ کیهانی و نحوه‌ی تشکیل آن‌ها لازم است که مقادیر متناهی انرژی و ماده به صورت تاریک در لابه‌لای کهکشان‌ها و ستارگان وجود داشته باشد، به گونه‌ای که ماده‌ی شناخته شده و قابل رؤیت، تنها حدود ۴ درصد از کل ماده و انرژی کیهانی را به خود اختصاص می‌دهد! تحقیق در مورد ماهیت و ویژگی‌های ماده و انرژی تاریک، از مباحث داغ کیهان‌شناسی مدرن محسوب شده و بدون تردید، کشف ماهیت این دو نوع ناشناخته از ماده و انرژی، یکی از بزرگترین تحولات فیزیک و کیهان‌شناسی خواهد بود. چنین به نظر می‌رسد که انرژی تاریک، حدود ۷۰ درصد محتوای عالم را تشکیل می‌دهد.

برای توجیه این یافته‌های تجربی و مشاهداتی، کیهان‌شناسان رهیافت‌های مختلفی را پیشنهاد کردند. ساده‌ترین راه برای توجیه این نتایج، وارد کردن ثابت کیهان‌شناسی است [۴]. اما این رهیافت با مشکلاتی از قبیل تنظیم ظریف و تطابق همراه است. تعداد زیادی از دیگر رهیافت‌های توجیه کننده‌ی این انبساط شتابدار، بر اساس انرژی تاریک پایه‌گذاری شده است که توانست در مدت کوتاهی موفقیت‌های چشمگیری به دست آورد. اما پرسش‌های اساسی بسیاری مربوط به آن هنوز باقی است. مهم‌ترین آن‌ها مربوط به منشأ میدان اسکالری است که نقش انرژی تاریک را ایفا می‌کند. یک رهیافت دیگر برای توضیح شتاب عالم، مربوط به نظریه‌های جایگزین گرانش می‌باشد که در آن بخش‌های هندسی معادلات گرانش را به عنوان جایگزین مؤلفه‌های

تاریکِ عالمِ تصحیح می‌نماید. این نظریه‌ها به نظریه‌های گرانیشِ تصحیح یافته مشهور هستند [۵]. هدف از حل معادلات تصحیح یافته به دست آوردن مدلی است که شتاب تندشونده‌ی عالم را بازسازی نماید.

محور اصلی این پایان نامه بر چهار فصل استوار است که به ترتیب زیر هستند:

در فصل اول مروری بر پیدایش نسبیت عام و مدل استاندارد کیهانشناسی و موفقیت‌های آن داشته و در ادامه مدل عالم آینشتاین را معرفی می‌نمائیم. در فصل دوم، قانون انبساط کیهانی را توصیف کرده و شواهد تجربی شتاب عالم مانند ابرنواخترهای نوع Ia و تابش پس‌زمینه‌ی ریزموج کیهانی را بیان می‌کنیم. در فصل سوم، رهیافت‌های متداول برای توصیف شتاب عالم معرفی می‌شود: ثابت کیهانشناسی به‌عنوان ساده‌ترین توصیف برای انرژی تاریک، میدان‌های اسکالر از قبیل کوئینتسنس و فانتوم و گرانیشِ تصحیح یافته‌ی $f(R)$. در فصل چهارم نیز ابتدا روش احتمال بیشینه برای برازش بهترین مقادیر پارامتربندی بیان شده و در ادامه، به معرفی مدل پیشنهادی برای تاریخچه انبساط هابل $H^2(z)$ می‌پردازیم و سازگاری این مدل را با داده‌های ابرنواختری بررسی می‌کنیم. در پایان نیز از روش حل وارون، کنشی را به دست می‌آوریم که البته با توجه به داده‌های مشاهداتی، نتیجه‌ی قابل قبولی را ارائه نمی‌دهد.

فصل اوّل

کیمیاشناسی استاندارد

۱-۱ گرانش^۱

نیروی گرانش مهم‌ترین نیرو در میان چهار نیروی است که در طبیعت شناخته شده و در یک تئوری جدا از مدل استاندارد ذرات، توصیف شده است. گرانش تنها نیرویی است که با تاثیر مهم روی مقیاس‌های بزرگ بکار رفته و بنابراین ساختار بزرگ مقیاس، هندسه‌ی کلی و سرنوشت عالم را تعیین می‌کند.

قبل از سال ۱۹۱۶، گرانش توسط فیزیک نیوتنی کلاسیک، به‌عنوان یک نیروی جاذبه‌ی اعمال شده بین تمام اجسام توصیف می‌شد. در حالیکه این نیرو به‌خوبی مدارهای سیاره‌ای کپلر^۲ را توضیح می‌داد، مشاهدات نجومی بسیار دقیق، یک پیشروی غیر عادی در حوضی مدار سیاره‌ی تیر^۳ را مشاهده کرد که با فیزیک نیوتنی قابل توجیه نبود. در سال ۱۹۰۵ نسبیت خاص^۴ توسط آینشتاین^۵ معرفی شد و گرانش نیوتنی با یک چالش جدی روبرو گشت. نظریه‌ی جدید آینشتاین که یک سری از پدیده‌های مربوط به فیزیک غیرگرانشی را توصیف می‌کرد، نشان داد که با گرانش نیوتنی سازگاری ندارد. سرانجام در سال ۱۹۱۶، آینشتاین، تئوری نسبیت عام^۶ (*GR*) که تعمیمی از نسبیت خاص و دربرگیرنده‌ی گرانش بود، ارائه داد [۶] و نشان داد که تئوری نسبیت عام با مشاهدات مدار سیاره‌ی تیر و انحراف پرتوهای نور توسط خورشید در هنگام یک خورشیدگرفتگی که در سال ۱۹۱۹ توسط ادینگتون^۷ اندازه‌گیری شد [۷]، مطابقت دارد. تأییدات تجربی دیگر شامل انتقال به سرخ^۸ گرانشی و وجود استنباط شده‌ی تابش گرانشی از مدار تاخیری تپ‌های اختر^۹ دوتائی می‌باشند. موفقیت بزرگ نسبیت عام در توضیح این پدیده‌ها، اطمینان در دقت آن را اثبات کرد. نسبیت عام اکنون به عنوان نظریه‌ی پذیرفته‌شده‌ی گرانش می‌باشد. البته گرانش نیوتنی در مقایسه با نسبیت عام از اعتبار محدودی برخوردار است، اما نسبیت عام در حدی از شدت میدان گرانشی و سرعت، به گرانش نیوتنی کاهش می‌یابد.

^۱ Gravity
^۲ Kepler
^۳ Mercury
^۴ Special relativity
^۵ Einstein
^۶ General relativity
^۷ Eddington
^۸ Red shift
^۹ pulsar

۲-۱ نسبیت عام

قانون دوم نیوتن، $F=ma$ در چارچوب‌های شتابدار ناوردا نمی‌باشد زیرا صریحاً شتاب a وارد می‌شود. مشتقات فضا زمانی در یک متریک رابرتسون-واکر^{۱۰} خمیده نیز ثابت نیستند زیرا آنها بر کمیت‌های در حال انتقال در میان بعضی منحنی‌ها اشاره کرده و وابستگی مختصاتی را ایجاد می‌کنند. در نتیجه مرحله‌ی ضروری بعدی، بازتعریف ناوردایی مشتقات شتاب‌ها و فرمول‌بندی قوانین فیزیکی بر حسب آن‌ها می‌باشد. این فرمول‌بندی، هموردای عمومی نامیده می‌شود. علاوه بر این، برای جسمی با جرم گرانشی m_G در فاصله‌ی r از جرم دیگر M ، نیروی F توسط قانون گرانش نیوتن تعیین می‌شود

$$F = -GMm_G / r^2 \quad (1-1)$$

که G ثابت نیوتن می‌باشد. علامت منفی در معادله‌ی بالا، نشان می‌دهد که گرانش در دیدگاه نیوتن، همیشه یک نیروی جاذبه بوده که تمایل دارد دو جسم را به سمت یکدیگر نزدیک کند. هر جسم در عالم دارای یک ویژگی است که جرم لختی m_i نامیده می‌شود. جرم لختی کاملاً مستقل از جرم گرانشی که در قانون دوم نیوتن ظاهر شده، می‌باشد. نکته‌ی مهم اینجاست که این دو جرم با دقت بالای 10^{-13} با یکدیگر یکسان هستند [۸]. تناسب این دو جرم بطور مستقیم از قانون سوم نیوتن نتیجه می‌شود یعنی $F_1 = -F_2$.

تساوی جرم و انرژی اصل هم‌ارزی نامیده می‌شود و این اصل بود که آینشتاین را به اختراع تئوری نسبیت عام، هدایت نمود [۹]. آینشتاین فکر کرد که چگونه قوانین نیوتن توسط مسافری در یک کاوشگر فهمیده خواهد شد و پی برد که مسافر قادر نخواهد بود که بین کشش گرانشی و شتاب موضعی، تفاوت قائل شود. این اصل قبلاً در اصل هم‌ارزی گالیله در مکانیک بین حرکت در یک میدان گرانشی یکنواخت و یک چارچوب مرجع در حال شتاب یکنواخت مجسم شده بود. اصل هم‌ارزی بیان می‌کند که:

برای ناظری در حال سقوط در یک میدان گرانشی، نتایج همه‌ی آزمایشات موضعی کاملاً مستقل از بزرگی میدان است و هر شیء با شتاب یکسانی تحت نفوذ گرانش، سقوط می‌کند.

در یک کاوشگر کوچک، فضا زمان خمیده همیشه بطور موضعی توسط فضا زمان مینکوفسکی^{۱۱} تخت می‌تواند تقریب زده شود. در مقیاسی بزرگتر، میدان گرانشی غیریکنواخت توسط قطعه‌هایی از چارچوب‌های تخت موضعی که توصیف کننده‌ی

Robertson-Walker^{۱۰}
Minkowski^{۱۱}

فضای خمیده هستند، می‌تواند جایگزین شود. خط سیر^{۱۲} اجسام و نیز پرتوهای نور، از یک هندسه پیروی می‌کنند، در نتیجه در یک فضا زمان تخت نیز، مسیره‌های نور، خمیده می‌شوند. اصل هم‌ارزی بر این اشاره دارد که فوتون‌ها در یک میدان گرانشی ممکن است به نظر برسد که جرم دارند.

در میدان گرانشی زمین، دو جسم آزمایشی با یک جدایی فضایی^{۱۳} در امتداد خطوط موازی سقوط نمی‌کنند، بلکه در امتداد شعاع متفاوتی می‌افتند، به‌طوری‌که جدایی آنها با زمان کاهش می‌یابد. این پدیده تأثیر جذرومدی (کشندی)^{۱۴} یا نیروی کشندی نامیده می‌شود. از این رو، اجسام آزمایشی چنان حرکت می‌کنند که گویی یک نیروی برهمکنشی جاذب روی آنها عمل می‌کند. کره‌ای از ذرات در حال سقوط به سمت یک بیضی با حجم یکنواخت متمرکز خواهند شد، زیرا ذرات در جلوی کره تندتر از ذرات در عقب کره سقوط خواهند کرد، در حالی که در زمان یکسان، بخش عرضی جانبی کره، بواسطه تأثیر جذرومدی، کوچک می‌شود. این تأثیر مسئول فروپاشی گرانشی ستاره‌های حجیم مجاور می‌باشد [۱۰].

از آنجا که ماده‌ی در حال گرانش که بطور ناهمگن توزیع می‌شود (بجز در بزرگترین مقیاس) میدان‌های گرانشی ناهمگن را موجب می‌گردد، آینشتاین فهمید فضایی که ما در آن زندگی می‌کنیم باید خمیده باشد و خمش باید توزیع ماده را بازگو نماید. در این زمان او یک قانون گرانش که رابطه‌ی عام هموردا بین چگالی جرمی و خمش بود، بدست آورد. ساده‌ترین شکل این رابطه، معادله‌ی آینشتاین است:

$$G_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{\mu\nu} . \quad (2-1)$$

تانسور آینشتاین $G_{\mu\nu}$ فقط عباراتی که در مشتقات اول فضا زمان تانسور متریک $g_{\mu\nu}$ درجه دوم بوده یا در مشتقات دوم، خطی باشند، را شامل می‌شود. تانسور انرژی - تکانه $T_{\mu\nu}$ ، ترکیبات مختلف چگالی‌های انرژی، فشارها و برش‌هایی از ماده و تابش را شامل می‌شود.

تانسور آینشتاین برای فضا زمان تخت و در غیاب ماده و فشار، همانطور که باید، به صفر می‌رسد. در نتیجه اشکالات مکانیک نیوتنی دوباره حل می‌گردد. سرعت‌های پس‌روی^{۱۵} کهکشانی‌های دور از سرعت نور تجاوز نمی‌کنند و تأثیرات پتانسیل‌های گرانشی سریعاً احساس می‌شود. ناپیوستگی همگن و همسانگرد در مرز عالم نیوتنی نیز ناپایدار خواهد شد زیرا چهار-فضا^{۱۶} بیکران بوده و فضا زمان در نسبیت عام توسط ماده و فشار تولید می‌شود.

trajectory^{۱۲}
space-like^{۱۳}
tidal^{۱۴}
recession^{۱۵}
Four-space^{۱۶}

آینشتاین، تئوری عام خود را در سال ۱۹۱۶ منتشر کرد اما تنها راه‌حلی که او برای معادلات دیفرانسیل غیرخطی بالاتر (۲-۱) فهمید، ایستا بود. این در توافق کامل با عالمی است که فقط ستاره‌های ثابت در کهکشان ما و بعضی سحابی‌ها را شامل می‌شود.

۱-۲-۱ آزمایشات نسبیت عام

پایه و اساس تئوری‌های آزمایشی کلاسیک گرانش مثل تئوری آینشتاین، مکانیک سماوی در سیستم خورشیدی است. اولین پدیده‌ای که برای توضیحش به نسبیت عام نیاز بود، در سال ۱۸۵۹، بیست سال قبل از تولد آینشتاین، ثبت شد. ستاره شناس فرانسوی، لووریه^{۱۷} (۱۸۷۷-۱۸۱۱) فهمید که مدار بیضوی سیاره‌ی تیر یا عطارد^{۱۸} به آرامی حول خورشید پیش می‌رود. مدار هر سیاره را می‌توان به صورت خط سیر یک حرکت بیضوی کپلری در نظر گرفت که در آن اختلالاتی از طرف دیگر سیارات پدید می‌آیند، یعنی موقعیت سطح مدار و موضع محور بزرگ بیضی رفته رفته تغییر می‌کند. پیشروی^{۱۹} حضيض^{۱۹} سیاره به این معنی است که مدار سیاره در فضا یک بیضی ثابت نیست بلکه خود بیضی در صفحه‌ی مداری‌اش حرکت می‌کند. میزان این پیشروی برای سیاره‌ی تیر ۵۷۴ ثانیه در هر قرن است. این مقدار با استفاده از مکانیک نیوتنی و گرانش نیوتنی محاسبه شده اما نتیجه‌ی بدست آمده ۴۳ ثانیه کمتر است. با ظهور نسبیت عام، محاسبات می‌توانست دوباره انجام شود. این اختلاف زمان ۴۳ ثانیه، با موفقیت توسط تئوری جدید توضیح داده شد و نتیجه بدست آمده از نسبیت عام درست برابر با مشاهدات بود. این نخستین آزمون کلاسیک برای تأیید نظریه‌ی نسبیت عام به حساب آمد.

دومین آزمون کلاسیک، انحراف پیش‌بینی‌شده‌ی یک پرتو نور عبوری نزدیک خورشید و سومین آزمون کلاسیک، انتقال گرانشی طیف اتمی بود [۱۰]. چهارمین آزمون بر این پیش‌بینی پایه‌گذاری شد که یک موج الکترومغناطیسی، زمانی که یک پتانسیل گرانشی افزایش یافته در حال عبور است، یک تأخیر زمانی را متحمل می‌شود. این آزمایش در سال ۱۹۷۱ توسط تلسکوپ‌های رادیویی در رصدخانه‌ی *Haystack* و *Arecibo* توسط سیگنال‌های رادار ساطع شده به سمت مریخ^{۲۰}، تیر و نیز زهره^{۲۱} از میان پتانسیل گرانشی خورشید انجام شد. تأخیر زمانی رفت و برگشت سیگنال بازتابیده با محاسبات تئوری قابل مقایسه بود. این آزمایش مشخص کرد که نسبت تأخیر مشاهده شده به تأخیر پیش‌بینی شده توسط نسبیت عام باید $1,000 \pm 0,002$ باشد.

^{۱۷} *Le Verrier*

^{۱۸} *Mercury*

^{۱۹} *Perihelion Precession*

^{۲۰} *Mars*

^{۲۱} *Venus*

مهمترین آزمون نسبیت عام روی مشاهدات رادیویی تپ‌های اختری، که اعضای جفتهای دوتایی و بطور عمده $PSR\ 1913+16$ ، یک جفت از ستاره‌های نوترونی شدیداً مغناطیسی و چرخشی تند که در سال ۱۹۴۷ توسط هالس^{۲۲} و تیلور^{۲۳} کشف شد، انجام گردید. اگر محور دوقطبی بر محور چرخش منطبق نشود، ستاره مقدار زیادی انرژی در امتداد محور دوقطبی مغناطیسی ساطع می‌کند. این پرتوها در فرکانس‌های رادیویی حول محور چرخش مثل نورافکن‌های رادیویی، پیش‌روی می‌کنند. البته باید توجه نمود که انبساط عالم و قانون خطی هابل آزمون‌های نسبیت عام نیستند [۱۰].

۱-۲-۲ اصل هم ارزی

بطور ریاضی، توصیف میدان گرانشی روی هندسه‌ی ریمان که هندسه‌ی مربوط به فضای خمیده می‌باشد، پایه گذاری شده است. یک راه به‌کارگیری آن در گرانش، در نظر گرفتن هم ارزی بین جرم‌ها است. نیوتن در کتاب پرنسیپیا^{۲۴} اشار دارد که جرم یک جسم به معنی کمیتی در پاسخ نیروی وارد شده بر آن و وزن جسم به معنی کمیتی در پاسخ به گرانش، باید برابر باشند. بعدها ترکیب‌های جرم اینرسی و جرم گرانشی توسط بوندی^{۲۵} [۸] برای جدا نمودن کمیت‌های مطرح شده در قانون دوم نیوتن معرفی شد

$$\vec{F} = m_i \vec{a}, \quad (۳-۱)$$

که در آن \vec{F} سه - بردار نیرو و \vec{a} سه - بردار شتاب است. قانون گرانش نیوتن نیز عبارتست از

$$\vec{F} = m_p \vec{g}, \quad (۴-۱)$$

که در آن \vec{g} سه - بردار شتاب گرانشی می‌باشد. اصل هم ارزی در نظریه‌ی نیوتن به صورت زیر بیان می‌شود:

$$m_i = m_p. \quad (۵-۱)$$

آینشتاین از طریق آزمایشاتی از قبیل آسانسور در حال سقوط آزاد، درک کرد که ناظر در حال سقوط آزاد، آثار گرانش را احساس نکرده و نسبیت خاص را به صورت عام نوشت و یک فرضیه برای توصیف چارچوب‌های نالخت و گرانش بنا کرد. آینشتاین این اصل را وضع کرد که " تمام دستگاه‌های لخت موضعی در حال سقوط آزاد که در حال چرخش نباشند، برای

^{۲۲} Hulse
^{۲۳} Taylor
^{۲۴} Principia
^{۲۵} Bondi