بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه شیخ بهائی

دانشکده علوم ریاضی وکامپیوتر

پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضی مالی

یک شیوه جدید برای کالیبره کردن مدلهای ارزش‌گذاری دارائی (روش مونت - کارلو وزنی)

پژوهشگر

صدیقه اجل لوئیان

استاد راهنما

دکتر محمد تقی جهاندیده

مهرماه ۱۳۹۰

تقدیم به :

اسطوره های زندگی‌ام، پناه خستگی‌ام و امید بودنم

پدر و مادر عزیزم

سپاسگذاری

صدها فرشته بوسه بر آن دست می زند

کز کـــــــــار خلق یک گره بسته وا کند

سپاس مخصوص خداوند مهربان که به انسان توانایی و دانایی بخشید تا به بندگانش شفقت ورزد، مهربانی کند و در حل مشکلاتشان یاری‌شان نماید. از راحت خویش بگذرد و آسایش هم نوعان را مقدم دارد، با او معامله کند و در این خلوص انباز نگیرد و خوش باشد که پروردگار سمیع و بصیر است.

سپاس ایزد منان که به من این فرصت را داد تا به این مرحله از علم رسیده و از هیچ محبتی دریغ نکرد و در تمام مراحل زندگیم مرا قوت قلب بود.

چکیده

برای تعیین قیمتهای بازار از اوراق بهادار بهینه، از مدلهای شبیه‌سازی مونت-کارلو استفاده می‌شود ولی به دلیل وجود خطاهای ناشی از نمونه‌گیری، ارزشهای مناسب برای این اوراق بهادار حاصل نمی‌شود. از طریق شیوه‌ی جدید ارائه شده در این پایان‌نامه که تحت عنوان کالیبره‌کردن مدلهای مونت- کارلو به کار می‌رود می‌توان خطاهای موجود در به دست آوردن ارزشها را کاهش داد و به یک ارزش واقعی‌تر از قیمتهای بازار این اوراق بهادار دست یافت. در این روش یک مدل معین از بازار پویا در نظر گرفته می‌شود و مسیرهای ارزش اوراق بهادار در این بازار شبیه‌سازی می‌گردد. سپس برای از بین بردن تفسیر نادرست از ارزشها و نمونه‌های متناهی استفاده شده در شبیه‌سازی، وزنهای احتمالی به مسیرهای شبیه‌سازی شده اختصاص داده می‌شود. انتخاب این وزنها از طریق مینیمم کردن بی‌نظمی نسبی ما بین یک اندازه‌ی تئوری و یک اندازه‌ی تجربی انجام می‌شود. با حل این مساله‌ی بهینه سازی ایجاد شده از طریق یک روش سریع حل مسائل بهینه‌سازی، وزنهای مناسب برای هر مسیر به دست آمده که نتیجه‌ی آن تعیین مجموعه‌ای از قیمتهای ابزارهای بهینه مالی است که تا حد زیادی به قیمتهای واقعی بازار نزدیک است و یا اینکه می‌توان آنها را از طریق شیوه‌ی کمترین مربعات تخمین زد. در این پایان‌نامه پس از ارزش‌گذاری اوراق بهادار بهینه، مساله‌ی هجینگ‌کردن توسط این اوراق مطرح شده و یک مثال نیز آورده شده‌است. کاهش واریانس یکی دیگر از مسائلی است که مورد بررسی قرارگرفته که نشان دهنده کاهش معنی‌دار واریانس هم از لحاظ تئوری و هم از لحاظ عملی است. در انتهای پایان‌نامه کاربردهای واقعی از کالیبره‌کردن مدلهای تلاطم ضمنی و ساختارهای دوره‌ای با استفاده از ۳۵ ابزار بهینه مالی نشان داده شده‌است. ترسیم سطوح تلاطم ضمنی، ارزش‌گذاری و هجینگ توسط اختیار معاملات غیرمعمول، چندین مثال دیگر ارائه داده شده در انتهای این پایان‌نامه است.

کلید واژه ها:

بی نظمی نسبی (Relative Entropy)

شبیه سازی مونت-کارلو (Monte Carlo Simulation)

اوراق بهادار بهینه (Benchmark Securities)

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول: پیش نیازها

آشنایی با چند اصطلاح مالی ۷

قضایا و مفاهیم بهینه سازی ۱۹

چند تعریف آماری..... ۲۲

فصل دوم: بی نظمی، بی نظمی نسبی و کاربرد آنها در ارزش گذاری

مفاهیم بی‌نظمی و بی‌نظمی نسبی ۲۵

برخی خصوصیات بی‌نظمی و بی‌نظمی نسبی ۲۹

بی نظمی و پشتیبانی آن از اندازه ریسک-خنثی..... ۳۱

فصل سوم: تنظیم کردن الگوریتم ارزش گذاری

مراحل تشکیل الگوریتم ۳۵

روش دیگری برای تقریب زدن بهتر داده ها ٤۲

فصل چهارم: تحلیل حساسیت در مدل

حساسیت قیمت ونسبتهای پوششی ٤۹

کاهش واریانس ۵۵

مثال برای کاهش واریانس در الگوریتم جدید ۵۵

فصل پنجم: چند مثال کاربردی

مثالهای کاربردی..... ٦۰

فهرست اشکال

شکل ۲-۱ (بی‌نظمی در مقابل احتمال) ۲۷

شکل ۲-۲ (تابع بی‌نظمی نسبی) ۳۳

شکل ۵-۱ (احتمالهای به دست آمده از شیوه‌ی مونت-کارلو جدید) ٦٤

شکل ۵-۲ (هیستوگرام از احتمالهای کالیبره شده) ٦٤

شکل ۵-۳ (سطح تلاطم ضمنی برای داده‌های اختیار معاملات جدول(۵-۱)) ٦٥

شکل ۵-٤ (قیمتهای وابسته به سطح تلاطم ضمنی به دست آمده) ٦٦

شکل ۵-۵ (سطح تلاطم ضمنی برای قیمتهای جدول (۵-٤)) ٦٨

شکل ۵-٦ (سطح قیمتهای خرید مطابق با سطح تلاطم ضمنی شکل قبل) ٦٨

فهرست جداول

جدول٤-٢-١ ارزش‌های به دست آمده از مدل بلک- شولز ٥٦

جدول ٤-٢-٢ ارزش‌های به دست آمده از شیوه مونت –کارلو معمولی..... ٥٧

جدول ٤-٢-٣ ارزش‌های به دست آمده از شیوه مونت- کارلو کالیبره شده..... ٥٧

جدول ٤-٢-٤ ارزش‌های به دست آمده از ورود متغیر کنترلی ٥٨

جدول ٤-٢-٥ واریانس حاصل از شیوه مونت- کارلو جدید ٥٩

جدول ٤-٢-٦ واریانس حاصل از شیوه مونت- کارلو معمولی..... ٥٩

جدول ٤-٢-٧ آماره R^2 از شیوه مونت- کارلو جدید..... ٥٩

جدول ٥-١ داده های مورد استفاده برای نسبت دادن تلاطم ضمنی به اختیار معاملات..... ٦١

جدول٥-٢ خطاها و λ های محاسبه شده برای قیمتهای ابزارهای بهینه..... ٦٢

جدول٥-٣ آماره های توصیفی از احتمالهای کالیبره شده..... ٦٣

جدول ٥-٤ ارزشهای بین بازار از اختیار معاملات خرید اروپایی..... ٦٧

مقدمه

مطابق با تئوری ارزش‌گذاری دارائی، ارزش فعلی اوراق بهادار برابراست با ارزش فعلی (تنزیل شده) جریانات نقدی آتی که سرمایه‌گذاران انتظار دارند تحت یک اندازه‌ی احتمال مناسب از دارائی خود به دست آورند. این اندازه احتمال به نام اندازه‌ی ریسک – خنثی شناخته می‌شود. اندازه‌ی ریسک- خنثی ارزش اقتصادی یک واحد از سود وزیان درحال مصرف را روی یک تاریخ معین و یک حالت اقتصادی مشخص درآینده نشان می‌دهد. احتمال ریسک- خنثی به کاربرده شده در این متن که برای بازارهای خاصی است اغلب به عنوان مدل ارزش‌گذاری نامیده می‌شود. این یک انتظار طبیعی است که یک مدل ارزش‌گذاری، قیمتهای درست ابزارهای نقدینگی را زمانیکه به صورت فعالانه معامله می‌شوند دوباره بازسازی کند. بنابراین متقاعد می‌شویم که، در بازارهای خارج از بورس[۱]، ابزارهای کم نقدینه[۲] باید به طور محسوسی به وسیله مدل، ارزش‌گذاری شوند.

در این پایان‌نامه، مدلهای ارزش‌گذاری را در نظر می‌گیریم که براساس شبیه‌سازی مونت- کارلو از اتفاقات آینده بازار (مسیرهای شبیه‌سازی شده) به دست آمده‌اند. ارزش‌ها توسط میانگین‌گیری از جریان نقدی تنزیل یافته (ارزش فعلی) روی مسیرهای متفاوت محاسبه می‌شوند. در اینجا توجه ما بیشتر روی کالیبره‌کردن این مدلهاست. یعنی با مشخص‌کردن آماره‌هایی از مسیرهای نمونه‌ای، به گونه‌ای که مدل، ارزش ابزارهای بهینه معامله شده در بازار را کسب کند، اقدام به کالیبره کردن مدل می‌کنیم.

بیشتر روشهای کالیبره‌کردن بر وجود فرمولهای صریح برای ارزش‌گذاری ابزارهای بهینه تکیه می‌کند. پارامترهای مجهول فرآیندهای تصادفی در نظر گرفته‌شده برای حرکت این ارزشها، با معکوس کردن این قبیل فرمولهای ارزش گذاری یا به طور دقیق و یا به کمک شیوه‌ی کمترین مربعات به دست می‌آیند. متاسفانه در شبیه‌سازی مونت- کارلو، این روش ممکن است به علت خطاهای نمونه‌گیری(در نمونه‌های متناهی) به اندازه‌ی کافی دقیق نباشد. به علاوه فرم بسته‌ی این نوع فرمولها ممکن است همیشه قابل دسترس نباشد یا اینکه نتوان به راحتی آنها را به زبان ماشین نوشت. در ضمن، برازش مدل به نحوی که با ارزش بازار یکی باشد به معنای آن است که به کمک شبیه سازی، فضای پارامترها را مورد جستجو قراردهیم که این امر از نظر عملیات محاسباتی بسیار پرهزینه است.

این پایان‌نامه روش دیگری را بررسی می کند:

" روش ناپارامتری برای کالیبره کردن مدلهای مونت- کارلو واجرای آن در چندین موقعیت عملی".

---

[۱] Off- market (Over-the-counter (OTC) Market)

[۲] Less liquid

ایده‌ی اصلی پشت این شیوه تاکیدکردن روی تعیین مستقیم احتمالهای ریسک- خنثی از حالتهای آینده بازار در مقابل پیداکردن پارامترهایی از معادلات دیفرانسیل استفاده شده برای تولید مسیرهاست. تنها راهی که الگوریتم را دارای انگیزه می‌کند مشاهده کردن این مطلب است که شبیه‌سازی مونت- کارلو می تواند به دو دسته تقسیم شود:

" یک دسته آنهائی که دارای وزنهای یکنواخت هستند ودیگری آنهائی که وزنهای غیر یکنواخت دارند. "

برای درک این موضوع مجموعه‌ای از مسیرهای نمونه که با $\omega_1, \omega_2, \ldots\ldots, \omega_\nu$ نمایش داده می‌شوند و مطابق با یک فرآیند شبیه‌سازی تولید شده‌اند را در نظر بگیرید. طبق تعریف، یک شبیه‌سازی یکنواخت وزنی به گونه ایست که به همه مسیرهای شبیه‌سازی شده احتمال یکسان اختصاص داده می‌شود. بنابراین آن مطالبه تصادفی که به دارنده h_i دلار اگر مسیر ω_i اتفاق بیافتد پرداخت می‌شود ارزش مدلی به شکل زیر دارد:

$$\pi_h = \frac{1}{\nu}\sum_{i=1}^{\nu} h_i \qquad (1)$$

شبیه‌سازی توزین یافته غیر یکنواخت به گونه ایست که احتمالها لازم نیست با هم برابر باشند. فرض کنید که به ترتیب احتمالهای $p_1, p_2, \ldots\ldots, p_\nu$ به مسیرهای متفاوت اختصاص داده شده باشد، ارزش مطالبه‌ی تصادفی مطابق با شبیه‌سازی توزین یافته غیر یکنواخت به صورت زیر است:

$$\pi_h = \sum_{i=1}^{\nu} p_i h_i \qquad (2)$$

شیوه‌ای که در اینجا به کار می‌بریم بر مبنای شبیه‌سازی توزین یافته‌ی غیر یکنواخت است. شیوه‌ی کار به این صورت است که در گام اول تعداد زیادی از مسیرهای یک فرآیند تصادفی مربوط به متغیرهای حالت (نرخ بهره، قیمت وغیره)را تحت یک توزیع قبلی شبیه‌سازی می‌کنیم. درگام دوم احتمالهای مختلفی را به هر یک از مسیرها نسبت می‌دهیم و در این گام دوم است که از شیوه‌ی مونت– کارلو معمولی خارج می‌شویم و با شیوه‌ی جدید اقدام به تعیین احتمالها می‌کنیم.

این احتمالها را به گونه‌ای تعیین می‌کنیم که:

۱) ارزش مورد انتظار از جریان نقدی تنزیل یافته‌ی ابزارهای بهینه بر قیمتهای بازار آنها منطبق باشد(البته یا عیناً مثل هم باشند و یا اینکه اختلاف بین آنها قابل صرفنظر باشد).

۲) این احتمالها حتی المقدور به احتمالهای یکنواخت ($p_i = 1/\nu$) مربوط به شبیه‌سازیهای قبلی نزدیک باشند.

این شیوه به ما اجازه می دهد که اطلاعات بازار را در دو گام ترکیب‌کنیم:

۱) ارائه دادن یک اندازه احتمال اولیه که به بهترین حدس، برای اندازه‌ی ریسک- خنثی با توجه به اطلاعات معلوم دردسترس منطبق باشد. در این حدس ممکن است آماره‌های واقعی مانند تقریب‌هایی از نرخ بازدهی، تلاطم‌های تاریخی و همبستگی‌ها شرکت داشته باشند. همچنین ممکن است پارامترهایی شرکت داشته باشند که از ارزشهای بازار داراییها نتیجه شده‌اند مانند تلاطم ضمنی، هزینه‌های معامله[1] وغیره. به عبارت دیگر مسیرهای شبیه‌سازی شده می‌توانند به عنوان سابقه‌ای از مدل، در نظر گرفته شوند که داده های نتیجه شده از بازار[2] را با یکدیگر پیوند داده است.

۲) دومین گام دو هدف دارد: یکی تطبیق‌دادن اطلاعات قبلی با قیمتهای مشاهده شده در هر زمان معین ودیگری تصحیح کردن خطاهای نمونه‌گیری متناهی از قیمتهای ابزارهای بهینه که آنهم از شبیه‌سازی مونت-کارلو ناشی می‌شود.

اگر ارزشهای بین- بازار[3] از N ابزار بهینه[4] را به وسیله $C_1, C_2, \ldots\ldots, C_N$ مشخص کنیم وارزش فعلی از جریان نقدی j امین ابزار بهینه را در امتداد مسیرهای متفاوت بوسیله نمادهای زیر نشان دهیم:

$$g_1 j, g_2 j, \ldots\ldots, g_\nu j \qquad (۳)$$

ارتباط بین قیمتها برای ابزارهای بهینه می تواند به فرم زیر نوشته شود:

$$\sum_{i=1}^{\nu} g_{ij} p_i = C_j \qquad j = 1 \ldots\ldots N \qquad (٤)$$

وقتی که $p_1, p_2, \ldots\ldots, p_\nu$ احتمالهایی هستند که نیاز داریم آنها را تعیین کنیم. به طور کلی این سیستم معادلات خطی دارای بی‌نهایت جواب است به این علت که تعداد مسیرهای $\boldsymbol{\nu}$ بیشتر از تعداد محدودیتهاست. معیاری که برای پیدا کردن اندازه احتمال کالیبره شده پیشنهاد می شود، مینیمم کردن بی نظمی نسبی از نمونه های شبیه‌سازی شده غیریکنواخت، نسبت به اندازه‌ی قبلی است.

[1] Cost-of-Carry
[2] Market-implied
[3] Mid – market prices
[4] Benchmark instruments

برطبق تعریف اگر $p_1, p_2, \dots\dots\dots, p_\nu$ و $q_1, q_2, \dots\dots\dots, q_\nu$ بردارهای احتمال روی فضای احتمال با $\boldsymbol{\nu}$ حالت باشند بی نظمی نسبی از p نسبت به q به صورت زیر است:

$$D(p|q) = \sum_{i=1}^{\nu} p_i \, log(\frac{p_i}{q_i}) \qquad (5)$$

در مورد شبیه‌سازی مونت-کارلو با $q_i = {}^1/_\nu \equiv u_i$ داریم:

$$D(p|u) = log\ \nu + \sum_{i=1}^{\nu} p_i \, log(\, p_i) \qquad (6)$$

در اینصورت مساله، مینیمم کردن این تابع، تحت محدودیتهای خطی نمایش داده شده در(٤) است. برای این کار، از شیوه‌ی فرمول سازی دوگان یا دوگان لاگرانژی استفاده می‌شود که منجر به تغییردادن مساله برنامه‌ریزی مقید به یک مساله برنامه‌ریزی غیرمقید روی N متغیر می‌شود. مینیمم سازی تابع هدف دوگان توسط یک روش بهینه‌سازی شبه نیوتونی به نام L-BFGS انجام می‌شود که برای اولین بار در سال ١٩٩٤ توسط Byrd وسایر همکارانش ارایه شد.

استفاده از مینیمم کردن بی‌نظمی نسبی به عنوان یک ابزار برای محاسبه‌ی احتمالهای Arrow-Debreu توسط Buchen و Kelly در سال ١٩٩٦ و درسالهای ١٩٩٥ و ١٩٩٦ توسط Gulko برای مدلهای یک دوره‌ای ارایه شد. شیوه‌های دیگر کالیبره‌کردن که بر پایه مینیمم سازی کمترین مربعات تابع جریمه‌ای شکل می‌گیرد قبلاً توسط Rubinstein در سال ١٩٩٤ و Jackwerth و Rubinstein درسال ١٩٩٥ پیشنهاد شده بود. Samperi در سال ١٩٩٧، Avellaneda و همکارانش در سال ١٩٩٧ و Avellaneda درسال ١٩٩٨ شیوه مینیمم کردن بی‌نظمی را به مدلهای شبکه‌ای بین زمانی و diffusions ها تعمیم دادند. بالاخره Laurent و Leisen درسال ١٩٩٩ حالت زنجیره‌ی مارکوف را در تحقیقات خود مورد توجه قرار دادند. این مطالعات نشان می‌دهد که این روشهای محاسباتی عملی است که در بسیاری ازحالات کلاسیک مانند تعمیم مدل بلک- شولز با تلاطم کششی و یا مدلهای تک عاملی نرخ بهره کارایی دارند.

استفاده از مینیمم بی‌نظمی نسبی برای انتخاب کردن احتمالهای Arrow-Debreu در زمینه‌های اقتصادی نیز به خوبی توجیه شده است. Samperi در سال ١٩٩٧ نشان دادکه مابین کالیبره کردن یک مدل که اندازه احتمال قبلی

به عنوان مقدار اولیه آن به حساب می‌آید و در آن یک تابع جریمه‌ای روی فضای احتمالات مورد استفاده قرار می‌گیرد و محاسبه‌ی ارزشهای حالت به کمک ماکزیمم‌سازی مطلوبیت، یک رابطه‌ی یک به یک وپوشا وجود دارد. به طور صریحتر وی نشان داد که ارزشهای به دست آمده توسط Arrow - Debreu با مطلوبیت نهائی مصرف که از ماکزیمم کردن امید تابع مطلوبیت $U(x) = -exp(-\propto x)$ و سرمایه‌گذاری در سبدسرمایه‌ی متشکل از ابزارهای بهینه به دست می‌آید یکی است.

این تطابق کاملاً کلی است. قابل توجه‌ترین نتیجه‌ای که از این واقعیت می توان گرفت این است که توابع جریمه ای دیگری نیز می توانند به جای بی‌نظمی نسبی برای محاسبه‌ی احتمالهای Arrow-Debreu مورد استفاده قرار گیرند. این توابع باید به فرم زیر باشند:

$$\widetilde{D}(p|q) = \sum_{i=1}^{v} \varphi\left(\frac{p_i}{q_i}\right) q_i, \qquad \varphi(x) \quad convex \qquad (۷)$$

که $\varphi(x)$ یک تابع محدب است. بی‌نظمی نسبی با حالت خاص $\varphi(x) = x\,logx$ همخوانی دارد. برای هر تابع جریمه‌ای از این قبیل، یک تابع مطلوبیت مقعر متناسب که توسط تبدیل لژاندر به دست آمده، وجود دارد به طوریکه احتمالات Arrow-Debreu با ماکسیمم‌سازی مطلوبیت مورد انتظار از سرمایه‌گذاری در سبد سرمایه شامل ابزارهای بهینه سازگار است.

همچنین استفاده از بی‌نظمی نسبی نتایجی را در خصوص تحلیل حساسیت قیمت و انتخاب پوشش دارا می باشد. Avellaneda در سال ۱۹۹۸ نشان داد که حساسیت ارزشهای مدل نسبت به تغییرات در قیمتهای بهینه، با ضرایب رگرسیون خطی جبرانی آن مطالبه‌ی تصادفی، تحت بررسی روی فضای خطی تولید شده از جریان نقدی ابزارهای بهینه برابر است. مخصوصاً اینکه حساسیتهای قیمت می‌تواند مستقیماً توسط یک شبیه‌سازی مونت-کارلو محاسبه شود. یعنی بدون آنکه در N قیمت ورودی تغییرات داده شود و فرآیند کالیبره‌کردن در هر دفعه تکرار شود. بنابراین امیدواریم که این مدل بتواند یک روش مؤثری را برای محاسبه‌ی نسبتهای پوششی[۱] فراهم آورد.

در این پایان‌نامه درخصوص کاربرد مدل در عمل نکاتی مهم را مورد توجه قرار می‌دهیم.

در بخشی از این پایان‌نامه نشان خواهیم داد که کالیبره‌کردن مدلهای مونت-کارلو روی قیمتهای ابزارهای بهینه به کاهش قابل ملاحظه واریانسهای شبیه‌سازی شده منجر می‌شود. این کاهش، در واقع به این علت است که مدل به طور مؤثر تنها نیاز به تقریب زدن باقیمانده‌ی جریان نقدی دارد. بنابراین ابزارهایی که به خوبی به وسیله‌ی ابزارهای

[۱] Hedge-ratios

بهینه تخمین زده شده باشند دارای واریانسهای مونت-کارلو خیلی کوچک هستند. مخصوصاً درونیابی تلاطمهای ضمنی و ارزشهای اختیار معاملات درطول دوره‌ی اعتبار خود از نظر تجربه و تحلیلهای عددی کارآمد هستند. در عمل موفقیت هر شیوه‌ی کالیبره‌کردن بستگی به شاخصهای بازاری دارد که این کالیبره‌سازی در آن به اجرا گذاشته می‌شود. برای ارزیابی این الگوریتم، چند مثال واقعی را ارایه می‌دهیم. برای این کار مدلهای ارزش‌گذاری اختیار معاملات را در بازارهای مبادلات ارز و بازارهای سرمایه بررسی می‌کنیم که در آن اختیار معاملات نگاهی به آینده به عنوان ابزارهای بهینه در نظر گرفته می‌شوند.

فصل اول

پیش نیازها

از آنجائی که برای درک هر چه بهتر مسائل آشنائی با اصطلاحات و قضایای مورد استفاده ضرورت دارد، لذا این فصل را به سه بخش آشنائی با اصطلاحات مالی، قضایا و مفاهیم بهینه‌سازی و آشنایی با چند اصطلاح آماری تقسیم کرده‌ایم. تعاریف، قضایا و واقعیتهایی که در این فصل به آنها اشاره می شود از مراجع [٦]، [١٠]، [١٥]، [٢١]، [٢٢]، [١٦]، [١٧]، [٢٣] اقتباس شده است.

١-١ آشنائی با چند اصطلاح مالی

تعریف ١-١-١ (سرمایه‌گذاری[١]) : عبارت است از تبدیل وجوه مالی به یک یا چند نوع دارائی که برای مدتی در زمان آتی نگهداری خواهد شد. بنابراین سرمایه‌گذاری مستلزم مطالعه‌ی فرآیند سرمایه‌گذاری ومدیریت ثروت سرمایه‌گذاران است. این ثروت شامل مجموع درآمد فعلی وارزش فعلی درآمدهای آتی است. اگر چه سرمایه گذاری دارای ابعاد مختلفی است ولی دو بعد آن حائز اهمیت است: «تجزیه وتحلیل» و«مدیریت».
در این پایان‌نامه منظور از سرمایه‌گذاری، سرمایه‌گذاری در دارائی‌های مالی و به خصوص اوراق بهادار قابل معامله است که تعاریف آنها در زیر آمده است.

تعریف ١-١-٢ (دارائی‌های مالی[٢]) : به صورت اوراقی هستند که توسط شرکتها ودولتها منتشر می‌شود. از طرف دیگر دارائی‌های دیگری وجود دارد که به آنها دارائی واقعی می‌گویند. این دارائی‌ها مشهود بوده و به صورت طلا، نقره، الماس، آثار هنری وموارد از این قبیل را شامل می‌شود.

[١] Investment
[٢] Financial assets

تعریف ۱-۱-۳ (اوراق بهادار قابل معامله[۱]) : آن دسته از دارائی‌های مالی هستند که به آسانی و با حداقل هزینه در بازارهای سازمان یافته، قابل خرید وفروش باشند. این اوراق بهادار به دو گروه ابزارهای بازار پولی و ابزارهای بازار سرمایه تقسیم می شوند. وقتی سرمایه‌گذاری به صورت مستقیم صورت می‌گیرد، سرمایه‌گذاران می‌توانند طیف وسیعی از اوراق بهادار، از قبیل اوراق بهادار بازار پول، بازار سرمایه و یا اوراق بهاداری از قبیل برگ اختیار معامله یا پیمانهای آتی را انتخاب کنند.

تعریف ۱-۱-٤ (اوراق بهادار بازار پول[۲]) : ابزار بدهی کوتاه مدتی هستند که توسط دولتها، مؤسسات مالی وشرکتها به سرمایه‌گذارانی که تمایل به سرمایه‌گذارای موقت دارند فروخته می‌شود. این بازار اغلب در اختیار مؤسسات مالی، بانکهای خاص ودولتها است. حجم معاملات معمولاً در بازار پول بالا است. محدوده‌ی سررسید ابزارهای بازار پول از یک روز تا یکسال واغلب کمتر از ۹۰ روز می‌باشد. اگر چه سرمایه‌گذاران ممکن است مستقیماً در این اوراق بهادار سرمایه‌گذاری کنند ولی اغلب این سرمایه‌گذاران از طریق صندوقهای مشترک سرمایه گذاری و به صورت غیر مستقیم اقدام به سرمایه‌گذاری می‌کنند. اوراق بهادار اصلی بازار پول عبارتند از: اوراق خزانه، گواهی سپرده‌ی بانکی قابل معامله، اوراق تجاری، دلار اروپائی، قرارداد یا توافق بازخرید اوراق بهادار و اسناد تأیید شده توسط بانکها.

تعریف ۱-۱-۵ (ابزارهای بازار سرمایه[۳]) : شامل آن دسته از اوراق بهاداری است که موعد سررسید آنها بیشتر از یکسال است. به خاطر طولانی بودن موعد سررسید وماهیت اوراق بهادار بازار سرمایه، میزان ریسک در این بازارها بیشتر از بازار پول است. در این نوع بازار، قابلیت فروش در برخی موارد ضعیف‌تر است. ابزارهای بازار سرمایه به دو بخش ابزارهائی با سود ثابت وابزارهای صاحبان سهام (سهام عادی) تقسیم می‌شوند. سهامی که در این بازار مورد معامله قرار می‌گیرند فاقد تاریخ سررسید هستند.

[۱] Marketable securities
[۲] Money market
[۳] Capital market

تعریف ۱-۱-٦ (اوراق بهادار با سود ثابت[۱]) : اوراقی هستند که تاریخ پرداخت ومبلغ پرداخت آنها مشخص است. در بیشتر موارد مبلغ وزمان هر پرداخت از قبل مشخص شده است. معروف‌ترین این اوراق، اوراق قرضه‌ای است که در آن وام گیرنده (که اوراق قرضه را منتشر می‌کند) قبول می‌کند اصل بدهی را در تاریخ سررسید مشخص بازپرداخت وهمچنین بهره‌ی تعیین شده را در فواصل معین پرداخت نماید. در ایالات متحده آمریکا چهار نوع عمده اوراق قرضه وجود دارد که عبارتند از: اوراق بهادار دولت مرکزی، اوراق بهادار نهادهای دولتی، اوراق بهادار شهرداریها و اوراق قرضه شرکتها. سهام ممتاز اگرچه از نظر تکنیکی جزء اوراق بهادار صاحبان سهام است ولی سرمایه‌گذاران به خاطر سود تقسیمی ثابت آن، آن را جزء اوراق بهادار با سود ثابت به حساب می آورند. سهام ممتاز دارای تاریخ سررسید نیستند ولی ممکن است توسط شرکت بازخرید شوند.

تعریف ۱-۱-۷ (اوراق بهادارصاحبان سهام[۲]) : برخلاف اوراق بهادار با سود ثابت، این اوراق نشانگر مالکیت صاحبان سهام در شرکت منتشرکننده سهام است. سهام عادی نشان دهنده مالکیت شرکت است. برای مثال کسی که ۱۰۰ سهم از سهام عادی شرکتی را خریداری می کند به منزله‌ی این است که $\frac{100}{n}$ درصد از مالکیت آن شرکت را خریداری کرده است (n تعداد سهام منتشره توسط آن شرکت است). سهام عادی دارای بازده مشخصی نیست وقیمت آن دارای نوسانات سریعی است و می‌تواند افزایش یا کاهش یابد.

تعریف *۱-۱-۸* (اوراق قرضه[۳]) : همان اوراق بهادار بازار پول است. در این اوراق که قراردادی بین وام گیرنده و وام‌دهنده است، وام‌گیرنده متعهد می‌شود که در طول اجرای قرارداد، بهره‌ی ثابتی را به وام‌دهنده پرداخت کند و در پایان قرارداد اصل پول را به وی بازگرداند. اوراق قرضه به دو دسته تقسیم می شوند: اوراق قرضه کوپن دار و اوراق قرضه بدون کوپن. در اوراق قرضه کوپن دار، وام گیرنده علاوه بر پرداخت بهره، میزان مشخصی از پول را به وام دهنده پرداخت می‌کند تا اینکه در زمان پایان قرارداد کل مبلغ وام گرفته بازگردانده شود.

[۱] Fixed- income securities
[۲] Equity Securities
[۳] Bonds

تعریف ۱-۱-۹(سقف نرخ بهره[۱]) : ایجاد کردن یک حد بالا. به عبارت دیگر بالاترین سطح نرخ بهره که می‌تواند براساس یک نرخ بهره‌ی شناور در اوراق قرضه پرداخت شود. به عنوان مثال در بازار اوراق قرضه، منتشر کننده اوراق، ممکن است که سود دریافتی از نرخ بهره‌ی شناور را به عنوان حد بالا انتخاب کند و یک بانک ممکن است حد بالا را نرخ بهره‌ی مطالبه شده روی نرخ تعدیل شده رهن انتخاب کند.

تعریف ۱-۱-۱۰(نرخ بهره[۲]) : نرخ بهره، قیمت پرداختی توسط وام گیرنده به وام دهنده را در ازای استفاده از منابع، در طول چندین دوره اندازه‌گیری می‌کند. به همین دلیل می‌توان گفت که نرخ بهره برابر با قیمت وجوه قابل استقراض است. این قیمت برای هرمورد قابل استقراض متفاوت است و بستگی به عرضه و تقاضا برای وجوه دارد وهمین باعث تنوع زیادی از نرخ های بهره می‌شود. شکاف بین کمترین وبیشترین نرخ بهره درهر نقطه‌ای از زمان می‌تواند حداکثر بین ۱۰ تا ۱۵ صدم درصد باشد. در خصوص نرخ بهره‌ی اوراق قرضه این میزان اختلاف برابر با ۱۰۰۰ تا ۱۵۰۰ واحد است پس می‌توان گفت که یک صدم درصد بازده اوراق قرضه شامل ۱۰۰ واحد است. برای اینکه مبنایی برای تعیین نرخهای بهره مختلف داشته باشیم لازم است که یک نرخ بهره را مبنا قرار دهیم. این نرخ می‌تواند نرخ بدون ریسک کوتاه مدت که همان نرخ مربوط به اوراق خزانه است باشد. سایر نرخها به دو دلیل زیرقابل بکارگیری نیست؛ (۱) به دلیل تفاوت در سررسیدها و (۲) به دلیل صرف ریسک. مبنای اصلی نرخ بهره بازار براساس هزینه فرصت مصرف است و بیانگر نرخی است که باید به افراد پیشنهاد شود تا آنها به جای مصرف، به پس‌انداز ترغیب شوند. معمولاً به این نرخ، نرخ بهره بدون ریسک واقعی گفته می‌شود.

تعریف ۱-۱-۱۱ (معامله‌ی پایاپای[۳]) : مبادله‌ی یک دارایی است با یک دارایی مشابه به قصد طولانی یا کوتاه کردن تاریخ سررسید، بالابردن و پائین آوردن نرخهای کوپن‌ها، ماکزیمم‌کردن بازده و یا مینیمم کردن هزینه‌های تأمین مالی. مانند فروش یک اوراق بهادار منتشرشده و خرید یک ارز خارجی، خرید یک ارز در بازار پول و در همان زمان، فروختن آن ارز. این تبادل معمولاً در خارج از بورس فروخته شده انجام می شود.

---

۱ Cap
۲ Interest rate
۳ Swap

تعریف ۱-۱-۱۲ (برگ اختیار معامله[۱]) : در دنیای سرمایه‌گذاری امروزه اصطلاح برگ اختیار معامله به اختیار خرید و فروش سهام اطلاق می‌شود. این اوراق نه تنها توسط شرکتها ایجاد می‌شود بلکه سرمایه‌گذاران نیز برای خرید و فروش سهام عادی خاصی می‌توانند اقدام به ایجاد این اوراق نمایند. اوراق اختیار فروش (خرید) سهام، این حق را به خریدار می‌دهد تا اقدام به خرید (فروش) ۱۰۰ سهم از سهام بخصوصی با قیمت معین (که به آن قیمت توافق شده گفته می‌شود) ودر زمان معین نماید. تاریخ سررسید اکثر این اوراق اختیار خرید وفروش سهام ممکن است چندین ماه باشد. قیمتهای توافق شده متعدد، این امکان را به سرمایه‌گذاران می‌دهد که آنها بتوانند اوراقی با سررسیدها و قیمتهای مختلف را انتخاب کنند. خریداران برگ اختیار خرید فرض می‌کنند که قیمت سهام عادی مورد نظر افزایش خواهد یافت و همین باعث ارزشمندشدن برگ اختیار خرید می‌شود. خریداران برگ اختیار فروش فرض می‌کنند که قیمت سهام عادی مورد نظر کاهش خواهد یافت و همین باعث ارزشمندشدن اختیار فروش می‌شود. اوراق اختیار معامله دارای ارزش ذاتی هستند. اگر قیمت بازار سهام کمتر از قیمت توافقی برگ اختیار فروش آن سهام باشد در آن صورت آن برگ اختیار فروش، با ارزش بوده ودارای ارزش ذاتی است. در غیر این صورت، بدون ارزش تلقی شده و دارای ارزش ذاتی صفر خواهد بود.

تعریف ۱-۱-۱۳(اختیار معامله‌ی اروپایی[۲]) : اختیار معامله‌ای است که به دارنده‌ی آن این اختیار را می‌دهد که یک دارایی یا سهم را درزمان مشخص وبا قیمت تعیین شده معامله کند. این زمان مشخص همان زمان انقضاء یا تاریخ سررسید می‌باشد. قیمت تعیین شده نیز همان قیمت توافق شده که در برگ اختیار معامله نوشته شده است می‌باشد. برای ارزش‌گذاری این اختیار معاملات، مدلی توسط فیشر بلک[۳] و مایرون شولز[۴] ارائه شد که به مدل بلک-شولز[۵] معروف است و برای تعیین ارزش اوراق خرید اروپائی مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل قیمت‌گذاری برگ اختیار معامله بلک-شولز را به صورت زیر می‌توان بیان کرد:

$$CP = CMP[N(d_1)] - \frac{EP}{e^{rt}}[N(d_2)]$$

که در این معادله داریم:

[۱] Option
[۲] European option
[۳] Fischer Black
[۴] Myron Scholes
[۵] The Black – Scholes Model

CP = قیمت اختیار خرید سهام

CMP = قیمت فعلی بازار برای سهام عادی مورد نظر

$N(d_1)$ = تابع چگالی تجمعی d_1

EP = قیمت توافقی برگ اختیار معامله

r = نرخ بهره بدون ریسک مرکب پیوسته براساس سال پایه

t = زمان باقیمانده قبل از تاریخ انقضای برگ اختیار معامله، که به عنوان کسری از یک سال بیان می شود.

$N(d_2)$ = تابع چگالی تجمعی d_2

برگ اختیار معامله تا حدودی مانند دریافت یک وام است که بایستی برای آن بهره پرداخت شود. بنابراین هر چه نرخ بهره بالا باشد هزینه بهره‌ای که به لحاظ استفاده از برگ اختیار معامله صرفه‌جویی می‌شود بیشتر خواهد بود. این عامل باعث افزایش ارزش برگ اختیار معامله می‌شود ورابطه‌ی مستقیمی بین ارزش برگ اختیار خرید سهام و نرخ بهره در بازار وجود دارد.

تعریف ۱-۱-۱۴(اختیار معامله‌ی آمریکایی[۱]) : اختیار معامله‌ای است که می‌تواند در هر زمان مابین تاریخ خریدوتاریخ سررسید معامله شود. این اختیار معامله برخلاف اختیار معامله‌ی اروپایی است که حتماً باید در تاریخ سررسید معامله شود. از اینرو انعطاف‌پذیری بیشتری برای سرمایه‌گذاران فراهم می‌کند. بیشتر اختیار معاملات در آمریکا از این نوع است. شیوه ارزش‌گذاری این نوع اختیار معاملات به صورت عددی است و فرمول کلی ندارد.

تعریف ۱-۱-۱۵(اختیار معاملات توأم با مانع[۲]) : در این نوع از اختیار معاملات، هنگامی که ارزش دارایی بنیادین به سطح خاصی که همان مانع است می رسد اختیار معامله ارزشمند یا بی‌ارزش می‌شود. در این صورت دارنده‌ی این نوع برگه، تصمیم می‌گیرد که می‌تواند روی جبرانی آن تا زمان سررسید حساب باز کند یا خیر.

تعریف ۱-۱-۱۶(اختیار معامله‌ی پایاپای[۳]) : یک اختیار معامله‌ی مربوط به معامله‌ی پایاپای است که در آن دارنده‌ی برگ اختیار معامله ملزم به اجرای معامله پایاپای نیست. در واقع اختیار معامله‌ی پایاپای، ترکیب دو ابزار

[۱] American option
[۲] Barrier Option
[۳] Swaption (Swap + Option)