بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه ارومیه

وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشکدهٔ علوم

گروه فیزیک

پایان‌نامه:

جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد فیزیک

موضوع:

بررسی مدل ϕ^4 در نظریهٔ ابر تقارن

استاد راهنما:

دکتر منوچهر شهریار افشار

استاد مشاور:

دکتر علی شجاعی باغینی

نگارنده:

نادر مهدیزاده

زمستان ۱۳۷۹

تقدیم به :

پدر و مادرم ، به آنانکه چون دریا بزرگند و

آبی و همچون برکه آرامند و سبز

و

پسر دایی شهیدم

علی جوانمرد

معادله ای که از نظر ریاضی زیبا نباشد ، حتماً

غلط است. ((دیراک))

تشکر و قدردانی

پروردگار سبحان را سپاسگزارم، که توفیق دمی دیگر به بندهٔ حقیرش عطا فرمود، تا در سایهٔ رحمت و عنایت بی‌منتهایش شکرگذار بندگانش گردم، تا اینچنین او را شکر گذارده باشم. که «من لم یشکر المخلوق لم یشکر الخالق».

نخست از خانوادهٔ دلسوزم که همواره یاریگر و مشوّق من بوده‌اند، صمیمانه سپاسگزارم.

سپس از استاد گرامی جناب آقای دکتر منوچهر شهریار افشار که با راهنمایی و مساعدتهای بی‌دریغشان، اینجانب را در امر تحقیق و تهیه پایان‌نامه یاری نمودند، کمال تشکر و امتنان را دارم.

همچنین از جناب آقای دکتر علی شجاعی باغینی استاد دانشگاه تربیت مدرس و پژوهشگر (IPM)، که به عنوان استاد مشاور در امر آموزش اینجانب نقش داشتند، صمیمانه تشکر می‌نمایم.

و از هیئت محترم داوران که زحمت داوری این پایان‌نامه را تقبل نموده‌اند، قدردانی می‌نمایم.

امیدوارم در آینده نیز از راهنمایی‌های این عزیزان در زمینه‌های مختلف علمی بهره‌مند شوم. و از خداوند متعال توفیق روزافزون برایشان خواستارم.

همینطور از کلیه اساتید محترم و کارکنان ارجمند گروه فیزیک و مسئولین تحصیلات تکمیلی دانشگاه نیز قدردانی می‌شود.

در پایان از کلیهٔ دوستانی که همفکری آنان باعث پیشرفت کارهایم شده است، تشکر می‌کنم.

«فهرست مطالب»

«فهرست مطالب»

عنوان صفحه

فصل چهارم: مدل ϕ^4 ابرتقارن

فصل پنجم: تقریب تک حلقه مدل ϕ^4

پیوستها

«مقدمه»

مقدمه

برای رسیدن به یک وحدت بزرگ راههای مختلفی وجود دارد، که یکی از آنها مسئله تقارن است. از این رو در بررسی موجود، اول مسئله تقارن در فیزیک را مطرح می‌کنیم[۱].

امروزه عقیده بر این است که تقارن یکی از بهترین روشها در شناخت قوانین طبیعت است. در فیزیک می‌توان گفت جسم یا سیستمی دارای تقارن است، که تحت یک تبدیل ناوردا باشد، و یا تقارن حرکتی است که تحت آن، در وضعیت کلی یک جسم یا سیستم تغییری حاصل نشود. مثلاً یک کره تحت هر نوع حرکت چرخشی حول مرکز خود ناورداست. نظریه‌های فیزیکی هم می‌توانند تقارنهایی از این قبیل داشته باشند، ولی آنچه بعد از یک حرکت ناورداست، قوانین ریاضی نظریهٔ فیزیکی است و نه یک جسم یا یک سیستم.

قبل از همه بایستی ارتباط تقارن را با فیزیک و کمیتهای مشاهده‌پذیر فیزیکی برقرار سازیم. کمیتهایی هستند که بعد از تبدیلات مختلف تغییر نمی‌کنند، این کمیتها را کمیتهای پایستار می‌نامند. شناسایی کمیتهای پایستار از اهمیت خاصی برخوردار است. راههای مختلفی برای یافتن آنها وجود دارد و یکی از آنها روش تقارن است.

ارتباط تقارن و کمیتهای پایستار را قضیه‌ای (به نام قضیهٔ نوتر)(۱) بیان می‌کند. طبق این قضیه: اگر در هر تبدیل پیوسته متقارنی چگالی نرده‌ای لاگرانژی و معادلات میدان یک سیستم ناوردا باشند، در آن صورت کمیت پایستاری موجود است. مثلاً یک تقارن چرخشی به پایستاری تکانهٔ زاویه‌ای منجر می‌شود.

تقارنهای اصلی در فیزیک بر دو نوعند، تقارنهای سراسری و تقارنهای موضعی که هر کدام به نوبهٔ

1- Noether's theorem

خود میتوانند تقارنهایی از نوع خارجی یا داخلی باشند. منظور از تقارنهای خارجی و داخلی بدین معنی است که، فرایند حرکت در زمان ـ مکان انجام می‌گیرد، و یا اینکه اصولاً به زمان ـ مکان مربوط نیست. بلکه در فضای کاملاً «تجریدی»[1] که هیچ نوع ارتباطی با فضای معمولی ندارد، انجام می‌گیرد. تقارن سومی که از ترکیب تقارنهای داخلی و خارجی حاصل میشود، «ابرتقارن»[2] نام دارد.

نخست تقارن سراسری را بررسی می‌کنیم: برای مثال تقارنی که بین دو ناظر با دو دستگاه مختصات مختلف که پدیده‌های الکترومغناطیسی را مطالعه می‌کنند، در نظر می‌گیریم. هر دوی آنها دارای سرعت ثابت نسبی می‌باشند، و محورهای مختصاتی را در دستگاه خود مشخص نموده‌اند. البته جهت و مبدأ محورهای مختصات دوگانه یکسان نیستند. بنابراین دو ناظر حوادث خارجی را از محورهای مختصات مختلفی مطالعه می‌کنند. به نظر می‌رسد که اندازه‌گیریهای آنها کاملاً متفاوت باشند. ولی اگر اندازه‌گیری‌های آنها به قوانین فیزیکی محدود شوند، در آن صورت هر دوی آنها به این نتیجه می‌رسند که معادلات ماکسول معتبرند.

اصولی که در آزمایش فوق نشان داده شد، ناوردای پوانکاره نام دارد، که بیانی از تقارن زمان ـ مکان است و اساس نسبیت خاص را تشکیل می‌دهد. ناوردای پوانکاره بیان مستقیم از فرض اثبات‌شده‌ای است که می‌گوید: تمام قوانین فیزیکی برای هر دو دستگاه مختصات دلخواه یکسان خواهد بود، به شرط اینکه جابجایی و چرخش آنها با سرعت ثابتی نسبت به هم انجام گیرد، اما تقارن موضعی مستلزم دارا بودن شرایط سخت و دقیق نظری است. و از این نظر وحدت عمیقی را در طبیعت نشان می‌دهد. در عمل، گذر از تقارن سراسری به تقارن موضعی اساس نیروهای گرانش و الکترومغناطیس را تشکیل می‌دهد. و این دلیل خوبی است بر این حدس که نیروهای دیگر هم از یک تقارن موضعی ناشی

1- abstract
2- Supersymmetry

می‌شوند. تقارن موضعی مربوط به مثال بالا، معادل اینست که دو ناظر در سیستمهای شتابدار نسبت به هم حرکت کنند. ظاهراً دو ناظر نمی‌تواند به قوانین فیزیکی یکسانی برسند، زیرا که یک ناظر شتابدار نیروهایی، مثل نیروی گریز از مرکز را نیز مشاهده می‌کند. تأکید می‌کنیم که تقارن موضعی الکترومغناطیسی، یک تقارن داخلی است.

تقارن موضعی الکترومغناطیسی برعکس ناوردایی پوانکاره که یک تقارن خارجی است، شامل تغییراتی در مختصات زمان-مکان نمی‌شود. یکی دیگر از تقارنهای داخلی، تقارن ایزواسپین است. این تقارن، رابطه‌ای بین پروتون و نوترون را بوجود می‌آورد. از خواص تقارنهای داخلی اینست که ذرات با اسپین یکسان را با همدیگر مربوط می‌کند.

یکی از مشکلات فیزیک نظری پیداکردن تقارنی بوده که ذرات با اسپین همسایه را با همدیگر مربوط کند. این رؤیا با پیدایش ابر تقارن واقعیت پیدا می‌کند. ابرتقارن ذرات با اسپین همسایه مثل ۱ و $\frac{۱}{۲}$ را با همدیگر مربوط می‌کند.

نظریهٔ ابرتقارن به عنوان عناصر اساسی، اعدادی را با همدیگر ترکیب می‌کند که خاصیت جابجایی را ندارند. قانون جابجایی ضرب می‌گوید: حاصلضرب دو کمیت از آرایش ضرب آنها تبعیت نمی‌کند. بنابراین اگر A و B دو عدد حقیقی دلخواهی باشند، در آنصورت $A\times B-B\times A=0$ است، برای اعداد پادجابجاگر علامت منفی به مثبت تبدیل می‌شود. هرگاه θ_i و θ_k اعداد پادجابجاگر باشند، آنگاه داریم $\{\theta_i,\theta_k\}\ =\theta_i\theta_k+\theta_k\theta_i=0$. طبیعی است که نمی‌توان اعداد معمولی را جایگزین دو کمیت فوق نمود. با این همه می‌توان تصور کرد که کمیتهای جدیدی با خواص فوق وجود دارند.

بوزونها ذرات تبادلی یا ذرات نیرو هستند، و فرمیونها را می‌توان ذرات ماده خواند. ذرات با اسپین صحیح را بوزون و ذرات با اسپین نیمه صحیح را فرمیون می‌نامند.

فرمیونها از اصل طرد پاؤلی پیروی می‌کنند، ولی بوزونها از این اصل پیروی نمی‌کنند. جولیوس‌وس(۱) در دانشگاه کارلسروهه و برونو زومینو(۲) از سرن در سال ۱۹۷۳ دریافتند که با اعمال نوعی تقارن خاص به نام ابرتقارن می‌توانند از نظر ریاضی بوزونها را به فرمیونها و فرمیونها را به بوزونها تبدیل کنند.

همانطور که در فصل اول خواهیم دید، جبری که در ابرتقارن بکار می‌رود یک جبرلی(۳) است که تحت ترکیبی از روابط جابجایی و پادجابجایی بسته است. یکی از پیش‌گویی‌های مهم نظریهٔ ابرتقارن، وجود تقارن بین کوارکها و لپتونها با همتاهای بوزونی آنهاست و نیز بین بوزونهای پیمانه‌ای و همتاهای فرمیونی آنهاست. این نظریه برای همهٔ همتاهای ابرتقارنی جرم‌های یکسان پیشنهاد می‌کند. با وجود همهٔ زیبایی‌های این نظریه تجربه‌ای گواه بر وجود ابرتقارن در طبیعت مشاهده نشده است.

در حال حاضر ابرتقارن در مکانیک کوانتومی در شاخه‌های مختلف مانند: فیزیک هسته‌ای، نور، ذرات بنیادی و ... بکار می‌رود.

در فصل اول ابتدا جبر ابرتقارن را بیان کرده‌ایم و سپس نمایش ابرفضا، تبدیلات ابرمیدان و انتگرال‌گیری برزین را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در فصل دوم روش تابعی مولد در نظریهٔ میدانهای کوانتومی را آورده‌ایم، و در انتهای آن فصل(فصل دوم) اختلال ϕ^4 برای میدانهای کوانتومی را مورد بررسی قرار داده‌ایم. در فصل سوم لاگرانژی برای ابرچندتایی‌ها، و قواعد فاینمن را برای ابرچندتایی‌ها بیان نموده‌ایم، و در انتها انتشارگرهای ابرمیدانی را بدست آورده‌ایم. در فصل چهارم اتحاد "وارد" را بررسی کرده‌ایم. سپس تابعی مولد را برای مدل ϕ^4 در ابرتقارن و همچنین توابع دو نقطه‌ای مدل ϕ^4 را

1- J. Wess
2- B. Zumino
3- Lie algebra

بدست آورده‌ایم. در نهایت یعنی در فصل پنجم قاعدهٔ شمارش قوه‌ها برای مدل فوق، و بحث سیستماتیکی برای مدل ϕ^4را ارائه داده‌ایم.

و در آخر نتیجه گیری کرده‌ایم که آیا مدل فوق قابل باز بهنجارش هست یا نه؟

«فصل اول»

ابرتقارن

ابرتقارن

مفاهیم معمول نظریهٔ میدان کوانتومی بدون هیچ فرض اضافی برای نظریهٔ ابرتقارن کفایت می‌کنند.

تبدیلات ابرتقارن توسط عملگرهای کوانتومی Q حاصل می‌شوند، که حالت فرمیونی را به بوزونی و بوزونی را به فرمیونی تبدیل می‌کنند.

$$Q|\text{فرمیون}\rangle = |\text{بوزون}\rangle$$

$$Q|\text{بوزون}\rangle = |\text{فرمیون}\rangle \qquad (۱-۱)$$

بوزونها و فرمیونها از طریق Q ها به هم مربوط می‌شوند. Q ها آمار را تغییر می‌دهند، یعنی اسپین حالتها را تغییر می‌دهند، و همچنین بوزونها و فرمیونها تحت چرخشها رفتار متفاوتی را از خود نشان می‌دهند، اگر حالتهای فرمیونی °۳۶۰ (درجه) بچرخند علامت منفی می‌گیرند، در حالیکه بوزونها اینطور نیستند.

در ادامهٔ این قسمت شکل دقیق عملگرهای Q و $\bar{Q}$ را بدست می‌آوریم.

طیف عملگر انرژی E در یک نظریه ابرتقارن شامل ویژه مقادیر منفی نمی‌شود. حالت با پایین‌ترین انرژی بوسیلهٔ $|0\rangle$ یعنی خلاء نمایش داده می‌شود، و روابط زیر برای همهٔ Q ها معتبر است:

$$E|0\rangle = |0\rangle \quad \leftrightarrow \quad Q|0\rangle = |0\rangle \,,\; Q^{+}|0\rangle = |0\rangle \qquad (۱-۲)$$

هر ابرچندتایی[1] باید حداقل شامل یک بوزون و یک فرمیون که اسپین‌هایشان به اندازه $\frac{1}{2}$ با هم اختلاف دارند، باشد. همانطور که قبلاً گفتیم Q ها یعنی عملگرهای ابرتقارن فقط اسپین ذرات را تغییر می‌دهند، انرژی و تکانه را بدون تغییر می‌گذارند. یعنی عملگر Q وقتی روی یک حالت مثلاً بوزونی عمل می‌کند، حالت نهایی یک فرمیون است، اما این حالت فرمیونی انرژی و تکانه‌اش با حالت بوزونی برابر است، فقط اسپین حالتها تغییر می‌کند. بنابراین همهٔ حالتها در یک چندتایی ابرتقارن جرم یکسان

1- supermultiplet