بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه تهران

پردیس علوم

دانشکده فیزیک

عنوان:

انرژی ماده هسته‌ای با پتانسیل Lane

نگارش:

مرضیه رحمت

استاد راهنما:

دکتر حمیدرضا مشفق

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک گرایش هسته‌ای

شهریور ۱۳۸۸

چکیده

در این رساله مروری داشته‌ایم بر کارهای انجام شده برای بدست آوردن معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن سرد با استفاده از برهم‌کنش M3Y وابسته به چگالی به روش میدان میانگین. معادله حالت بدست آمده تخمین مقبولی از تراکم‌ناپذیری هسته‌ای می‌دهد. معادله حالت ماده هسته‌ای نامتقارن از افزودن مؤلفه‌ی ایزوبردار برهم‌کنش M3Y به مؤلفه‌ی ایزواسکالر برهم‌کنش محاسبه می‌شود. این معادله حالتها برای بدست آوردن فشار، چگالی انرژی و سرعت صوت در ماده هسته‌ای متقارن و نامتقارن بکار رفته است.

همچنین معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن سرد با استفاده از برهم‌کنش M3Y وابسته به تکانه به روش میدان میانگین بدست آورده شده است. پارامترهای بخش وابسته به تکانه برهم‌کنش از بازتولید انرژی اشباع هر نوکلئون و چگالی اشباع ماده هسته‌ای متقارن سرد تعیین می‌شود. انرژی اشباع بکار رفته در محاسبات از ضریب جمله حجمی فرمل نیمه تجربی جرم بته- وایتسکر تعیین می‌شود. با استفاده از این برهم‌کنش معادله حالت ماده هسته‌ای گرم نیز محاسبه شده است.با استفاده از این معادله حالت آنتروپی، انرژی آزاد هلمهولتز، فشار و سایر کمیتهای ترمودینامیکی بدست می‌آید. نتایج بدست آمده در توافق خوبی با سایر داده‌های تجربی و نظری است.

کلید واژه: معادله حالت، ماده هسته‌ای متقارن، روش میدان میانگین، تراکم‌ناپذیری هسته‌ای، انرژی اشباع

فهرست

عنوان **صفحه**

مقدمه ۱

فصل اول: برهم‌کنش‌های هسته‌ای ۵

۱-۱: مقدمه ٦

۱-۲: خواص نیروی نوکلئون- نوکلئون ٦

۱-۳: نظریه‌های کوانتومی میدان در برهم‌کنش‌های هسته‌ای ۸

۱-٤: ساختار پتانسیل (V_{NN}) ۱۰

۱-۵: شکل کلی پتانسیل هسته‌ای ۱٤

فصل دوم: معادله حالت ماده هسته‌ای (متقارن و نامتقارن) در دمای صفر ۱٦

۲-۱: مقدمه ۱۷

۲-۲: روش میدان میانگین (mean field) ۱۷

۲-۳: برهم‌کنش مؤثر نوکلئون- نوکلئون وابسته به چگالی ۱۸

۲-۳-۱: برهم‌کنش M3Y ۱۹

۲-۳-۲: وابستگی به چگالی برهم‌کنش M3Y ۲۱

۲-۳-۳: شبه پتانسیل صفر برد ۲۵

۲-٤: محاسبه انرژی یک سیستم هسته‌ای به روش میدان میانگین ۲٦

۲-٤-۱: معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن ۳۰

۲-٤-۲: معادله حالت ماده هسته‌ای نامتقارن ۳۲

۲-٤-۳: محاسبه انرژی بر نوکلئون، فشار، چگالی انرژی و سرعت صوت برای ماده هسته‌ای متقارن و نامتقارن ۳٤

۲-۵: معادله حالت ماده هسته‌ای به روش LOCV ٤۱

فصل سوم: خواص ماده هسته‌ای متقارن در دمای متناهی ٤۹

۳-۱: مقدمه ۵۰

۳-۲: برهم‌کنش M3Y وابسته به تکانه ۵۰

۳-۳: خواص ماده هسته‌ای متقارن در دمای متناهی$(T \neq 0\ \mathrm{MeV})$ ۵٤

فهرست جدول‌ها

عنوان **صفحه**

جدول ۲-۱: پارامترهای نسخه‌های مختلف بخش وابسته به چگالی معادلات (۲-۹) و (۲-۱۰).....۲۳

جدول ۲-۲: تراکم‌ناپذیری SNM برای مقادیر مختلف n ۳٤

جدول ۲-۳: تراکم‌ناپذیری ماده هسته‌ای نامتقارن با استفاده از مقدار معمول $n = 2/3$ و پارامتر وابسته به انرژی $\alpha = 0.005\ \mathrm{MeV}^{-1}$

.....۳۵

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

شکل ۲-۱: معادله حالت‌های مختلف بدست آمده از برهم‌کنش‌های M3Y و DDM3Y و BDM3Y ۲٤

شکل ۲-۲: انرژی بر نوکلئون برای SNM و PNM با استفاده از برهم‌کنش‌های DDM3Y و $v_{14} + TNI$ و A18 ..... ۳۷

شکل۲-۳: انرژی هر نوکلئون ماده هسته‌ای نامتقارن برای X های مختلف به عنوان تابعی از چگالی ۳۸

شکل۲-٤: فشار SNM و PNM به عنوان تابعی از چگالی ρ ۳۹

شکل ۲-۵: سرعت صوت v_s در SNM و PNM ، و چگالی انرژی ε برای SNM و PNM به عنوان تابعی از چگالی ρ ٤۰

شکل ۲-٦: مقایسه‌ای بین معادله حالت SNM در روش LOCV و میدان میانگین ٤۵

شکل ۲-۷: انرژی هر نوکلئون برای SNM با استفاده از برهم‌کنش DDM3Y به دو روش میدان میانگین و LOCV بر حسب تابعی از چگالی ٤٦

شکل۲-۸: فشار P ماده هسته‌ای متقارن به دو روش میدان میانگین و LOCV ٤۷

شکل ۲-۹: چگالی انرژی ε، ماده هسته‌ای متقارن به دو روش میدان میانگین و LOCV بر حسب تابعی از چگالی ٤۸

شکل ۳-۱: انرژی بستگی بر نوکلئون ماده هسته‌ای متقارن بر حسب تابعی از چگالی.....۵۷

شکل ۳-۲: انرژی آزاد بر نوکلئون ماده هسته‌ای متقارن بر حسب چگالی در دمای متناهی.....۵۸

شکل ۳-۳: آنتروپی بر نوکلئون ماده هسته‌ای متقارن بر حسب چگالی در دمای متناهی.....۵۹

شکل ۳-٤: تغییرات جرم مؤثر ماده هسته‌ای متقارن بر حسب چگالی در دماهای مختلف.....۵۹

شکل ۳-۵: فشار ماده هسته‌ای متقارن بر حسب چگالی در دمای متناهی ٦۰

مقدمه

ماده هسته‌ای یک سیستم فرضی بی‌نهایت بزرگ از نوکلئون‌هاست که در آن نوکلئون‌ها فقط از طریق نیروی هسته‌ای با یکدیگر برهم‌کنش می‌کنند و از برهم‌کنش کولنی بین نوکلئون‌ها صرفنظر می‌شود[۱]. ماده هسته‌ای را می‌توان ماده ایده‌آل مرکز هسته‌های سنگین در نظر گرفت بنابراین اگر بخواهیم هسته واقعی را مطالعه کنیم، باید خواص مربوط به برهم‌کنش‌های الکترومغناطیسی را بصورت تحلیلی وارد مسأله کنیم.

از آنجا که در ماده هسته‌ای حجم سیستم بی‌نهایت است، برای محدود ماندن چگالی سیستم، تعداد نوکلئون‌ها نیز باید بی‌نهایت باشد. این را حد ترمودینامیکی گویند: $\rho = \lim_{\substack{A\to\infty \\ V\to\infty}} \frac{A}{V}$. بنابراین ماده هسته‌ای را در حد ترمودینامیکی بررسی می‌کنیم.

اگر چگالی پروتون‌ها و نوترون‌ها در این ماده یکسان باشد، ماده هسته‌ای را متقارن و اگر یکسان نباشد، ماده هسته‌ای را نامتقارن گویند. پارامتر عدم تقارن بصورت $X = \frac{\rho_n - \rho_p}{\rho_n + \rho_p}$ تعریف می‌شود. اگر $X = 0$ باشد، ماده هسته‌ای متقارن[۱] (SNM)، و اگر $X = 1$ باشد ماده نوترونی[۲] (PNM) داریم. ماده هسته‌ای نامتقارن و ماده نوترونی در اختر فیزیک از اهمیت خاصی برخوردارند[۲].

هدف اصلی نظریه ماده هسته‌ای بدست آوردن معادله حالت (EOS) برای ماده هسته‌ای با در نظر گرفتن برهم‌کنش دو جسمی نوکلئون- نوکلئون است. معادله حالت ماده هسته‌ای، به عنوان انرژی هر نوکلئون، $\epsilon = E/A$ ، بصورت تابعی از چگالی ρ تعریف می‌شود$(\epsilon(\rho))$. معادله حالت می‌تواند برای بدست آوردن خواص حجمی ماده هسته‌ای از قبیل تراکم‌ناپذیری، چگالی انرژی، فشار، سرعت صوت در محیط هسته‌ای و... بکار رود[۲]. نقطه کمینه $\epsilon(\rho)$ ، مقدار چگالی اشباع ρ_0 و انرژی اشباع ϵ_0 ماده هسته‌ای را معین می‌کند. برای ماده هسته‌ای متقارن در دمای صفر این مقادیر بصورت زیر هستند[۳]:

$$\epsilon_0 = -16 \pm 1\text{MeV} \quad , \quad \rho_0 = 0.16 \pm 0.02\ \text{fm}^{-3}$$

در اینجا انرژی اشباع ϵ_0 ، همان ضریب جمله حجمی در فرمول نیمه تجربی جرم است و چگالی اشباع ρ_0 نیز چگالی مرکز هسته‌های سنگین است که از پراکندگی الکترون‌های پر انرژی بدست آمده است. برای شناخت بیشتر معادله حالت هسته‌ای، تعیین ضریب تراکم‌ناپذیری[۳] K_0 ، لازم است که بصورت زیر تعریف می‌شود[۲]:

$$K_0 = k_F^2 \left.\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial k_F^2}\right|_{k_F = k_{F0}} = 9\rho^2 \left.\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \rho^2}\right|_{\rho=\rho_0}$$

[۱] Symmetric Nuclear Matter
[۲] Pure Neutron Matter
[۳] Incompressibility

تراکم‌ناپذیری به عنوان انحنای معادله حالت تعبیر می‌شود و در واقع معیاری از سختی[٤] معادله حالت می‌باشد. مقدار تجربی این ضریب، ناشی از مطالعه giant resonance ، در حدود $K_0 = 210 \pm 30$ MeV است[۴].

در دهه‌های گذشته معادله حالت ماده هسته‌ای بطور وسیع به روش‌های مختلف مورد مطالعه قرار گرفته است. هامیلتونی سیستم هسته‌ای را می‌توان بصورت زیر نوشت:

$$H = \sum_{i=1}^{A}\left(-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla_i^2\right) + \sum_{i<j} v(i,j)$$

که در آن $\frac{-\hbar^2}{2\mathrm{m}}\nabla_{\mathrm{i}}^2$ ، عملگر انرژی جنبشی تک ذره، و $v(i,j)$ پتانسیل برهم‌کنش دو نوکلئونی است که از برازش با داده‌های پراکندگی و خواص دوترون بدست می‌آید. با داشتن هامیلتونی فوق می‌توان معادله شرودینگر مربوطه را حل کرد و انرژی و تابع موج سیستم را بدست آورد:

$$H\psi(1,2,\dots,A) = E\psi(1,2,\dots,A)$$

حل معادله‌ی فوق به روش‌های بس ذره‌ای مختلفی مانند: روش وردشی، تخمین بروکنر- هارتری-فوک(BHF)، فرمالیزم تابع گرین و روش میدان متوسط انجام شده است[۵]. روش‌های فوق خواص اشباع و حجمی ماده هسته‌ای را نسبتاً به خوبی توصیف می‌کنند.

یکی از مسائل مهم در فیزیک هسته‌ای، تشریح خواص ماده هسته‌ای گرم و چگال با استفاده از مدلهای در بردارنده پتانسیل‌های نوکلئون- نوکلئون است. برای تشریح خواص حجمی چنین ماده نوکلئونی، به نظریه‌ای که قادر باشد مقادیر نسبتاً دقیقی برای کمیت‌های ترمودینامیکی از قبیل انرژی بستگی، انرژی آزاد هلمهولتز، فشار و غیره بدست دهد نیاز داریم[۶]. البته روش‌های مختلفی برای بدست آوردن این مقادیر وجود دارد و هر روشی بر پایه تقریب‌های گوناگونی استوار است و هر یک می‌توانند فقط برخی از خواص این سیستم‌ها را بدست دهند که در صورت سازگاری نتایج نظری هر روش با نتایج تجربی، آن روش می‌تواند روش مناسبی برای مسأله مورد نظر ما باشد. اما تاکنون هیچ مدلی که پاسخگوی همه واقعیت‌ها درباره‌ی هسته‌های شناخته شده باشد، وجود ندارد.

[٤] Stiffness

در این رساله مطالب زیر مورد برررسی قرار گرفته است:

در فصل اول، به مطالعه نیروهای هسته‌ای می‌پردازیم. خواص نیروی هسته‌ای و عملگرهایی که می‌توانند پتانسیل دو نوکلئونی راتوصیف کنند بررسی خواهد شد و در نهایت کلی‌ترین شکل پتانسیل هسته‌ای که توسط اکوبو و مارشاک پیشنهاد شده مطالعه می‌شود. در فصل دوم، معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن را با استفاده از برهم‌کنش رایدـ الیوتـ M3Y وابسته به چگالی در دمای $T = 0MeV$ در چارچوب روش میدان میانگین بدست می‌آوریم. سپس آن را به سیستم ماده هسته‌ای نامتقارن نیز تعمیم می‌دهیم. همچنین سعی می‌کنیم انرزی سیستم هسته‌ای را به روش LOCV محاسبه کنیم و مقایسه‌ای بین این روش و روش میدان میانگین انجام دهیم. در فصل سوم، معادله حالت ماده هسته‌ای متقارن را با استفاده از برهم‌کنش رایدـ الیوتـ M3Y وابسته به تکانه به روش میدان میانگین فرمول‌بندی خواهیم کرد، سپس آن را به ماده هسته‌ای متقارن در دمای متناهی$(T \neq 0MeV)$ تعمیم می‌دهیم و برخی از خواص این سیستم از قبیل انرژی آزاد هلمهولتز، آنتروپی، فشار و غیره را بدست خواهیم آورد.

فصل اول

برهم‌کنش‌های هسته‌ای

۱-۱ مقدمه

با توجه به این واقعیت که نوکلئون‌ها درهسته بدون هیچ عامل خارجی به هم نگه داشته شده‌اند، درمی‌یابیم که این جفت شدن نوکلئون‌ها باید توسط نیرویی صورت گیرد که بین نوکلئون‌ها وجود دارد. تعیین نیروهای هسته‌ای یک مسأله قدیمی بوده و بصورت اساسی حل نشده است. برخی ازپتانسیل‌های پیشنهاد شده برای توصیف برهم‌کنش بین نوکلئون‌ها عبارتند از:

۱-پتانسیل پاریس [۷] ۲-پتانسیل۷۸نیجمگن [۸] ۳-پتانسیل UV_x, AV_x [۹] ۴-پتانسیل Bonn [۱۰]

۵-پتانسیل نیجمگنI(شامل جمله ∇^2) ۶-پتانسیل نیجمگن II(موضعی) ۷-پتانسیل راید (موضعی)[۱۱]

به منظور بررسی نیروهایی که بین نوکلئون‌ها عمل می کنند بهتر است که ساده‌ترین سیستم را که در آن فقط دو نوکلئون با هم برهم‌کنش می کنند را درنظر بگیریم. سیستم دو نوکلئونی سیستم‌های پروتون-پروتون، نوترون- نوترون، پروتون- نوترون هستند.

۱-۲ خواص نیروی نوکلئون-نوکلئون

نیروی نوکلئون- نوکلئون دارای خواص زیر است:

۱) این نیرو در فواصل کوتاه، قوی‌تر از نیروی کولنی است. زیرا نیروی هسته‌ای می‌تواند بر نیروی دافعه کولنی پروتون‌ها در هسته غلبه کند[۱۲].

۲) این نیرو دارای برد کوتاهی است و در فواصل بلند در حدود ابعاد اتمی، به قدری ضعیف می‌شود که می‌توان از آن صرفنظر کرد. برهم‌کنش هسته‌ای موجود در یک مولکول فقط براساس نیروی کولنی قابل درک است. علاوه بر آن انرژی بستگی بر نوکلئون برای همه‌ی هسته‌ها مقدار تقریباً ثابت $8\ MeV/nucl$ است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که هر نوکلئون تنها با تعداد معینی نوکلئون برهم‌کنش می‌کند. به عبارت دیگر برد نیروهای هسته‌ای کوتاه است[۱۳].

۳) بعضی از ذرات مثلاً الکترون‌ها تحت تأثیر این نیرو قرار نمی‌گیرند. تاکنون هیچ آزمایشی وجود چنین نیرویی را میان الکترون‌ها و نوکلئون‌ها تأیید نکرده است[۱۲].

۴) این نیرو تقریباً مستقل از نوع نوکلئون‌هاست. نیروی میان دو نوترون، با نیروی میان یک نوترون ویک پروتون، با نیروی میان دو پروتون(با چشمپوشی از برهم‌کنش کولنی میان پروتون‌ها)تقریباً باهم برابر است. این خاصیت را استقلال بار نیروی هسته‌ای می‌گویند. مطالعه‌ی هسته‌های آینه‌ای، استقلال بار نیروی هسته‌ای را تأیید می‌کند. انرژی لازم برای کندن یک پروتون و یا یک نوترون از هسته‌های آینه‌ای یکسان است.

۵) نیروی هسته‌ای وابسته به اسپین است. به عبارت دیگر این نیرو، به موازی یا پادموازی بودن اسپین نوکلئون‌ها بستگی دارد. این خاصیت از مطالعه‌ی سیستم‌های دو نوکلئونی زیر بدست می‌آید:
الف) $p\uparrow -p\downarrow$ ب) $p\uparrow -p\uparrow$ ج) $n\uparrow -n\downarrow$ د) $p\uparrow -n\downarrow$ ه) $p\uparrow -n\uparrow$. مشاهده می‌شود که تنها سیستم دو نوکلئونی مقید، $p\uparrow -n\uparrow$ است که اسپین‌های موازی دارند وسه سیستم دیگرکه اسپین‌های پادموازی دارند، نامقیدند. بنابراین نیروی هسته‌ای به موازی یا پادموازی بودن اسپین نوکلئون‌ها بستگی دارد.
۶) نیروی هسته‌ای دارای یک مغزی دافعه است که نوکلئون‌ها را در فاصله معینی از هم نگه می‌دارد. ساختار دقیق این مغزی دافعه را نمی‌توان به راحتی تعیین کرد. به همین دلیل برای سادگی آن را به صورت مغزی سخت در نظر می‌گیرند. وجود چگالی هسته‌ای نسبتاً ثابت، به دلیل وجود مغزی دافعه در نیروی هسته‌ای است.
۷) این نیرو دارای یک مؤلفه غیر مرکزی (تانسوری) است. این خاصیت از گشتاور چهار قطبی الکتریکی دوترون نتیجه می‌شود. همانطور که می‌دانیم گشتاور چهار قطبی الکتریکی دوترون صفر نیست، این موضوع نشان می‌دهد که تابع موج آن، یک تابع موج ساده $l=0$ نیست بلکه ترکیبی از حالت‌های $l=0$ و $l=2$ است، بنابراین اصل پایستگی تکانه زاویه‌ای مداری نقض می‌شود. پس با توجه به رابطه

$$\vec{\tau}=\frac{d\vec{L}}{dt} \qquad (۱-۱)$$

گشتاور نیروی هسته‌ای τ صفر نیست، و در نتیجه نیروی هسته‌ای غیر مرکزی است. به عبارت دیگر پتانسیل هسته‌ای صرفاً تابعی از r نیست و به θ نیز بستگی دارد. تنها راستای ثابت در فضا که با دوترون ارتباط پیدا می‌کند راستای بردار اسپین S است. بنابراین زاویه θ که نیروی تانسوری به آن وابسته می‌شود، باید از این راستا اندازه‌گیری شود.مؤلفه تانسوری نیروی هسته‌ای را با عملگر تانسوری

$$S_{12}=3(\overrightarrow{\sigma_1}.\hat{r})(\overrightarrow{\sigma_2}.\hat{r})-\hat{\sigma}_1.\hat{\sigma}_2 \qquad (۲-۱)$$

نشان می‌دهند که σ_1 و σ_2 اسپین دو نوکلئون و $\hat{r}$ بردار یکه‌ای است که از نوکلئون ۱ به نوکلئون ۲ رسم می‌شود[۱۴].
۸) نیروی هسته‌ای وابسته به سرعت است. به عبارت دیگر پتانسیل هسته‌ای وابسته به تکانه است. اگر پتانسیل هسته‌ای وابستگی پیچیده‌ای به سرعت داشته باشد، فقط می‌توان آن را از طریق مطالعه مدام سیستم‌های دو نوکئونی در انرژی‌هایی که به تدریج اضافه می‌شوند کشف کرد. اما اگربخواهیم نیروی

هسته‌ای را تا حد انرژی نوکلئون‌ها در هسته بشناسیم، شاید کافی باشد که تقریب انرژی پایین را در نظر بگیریم که در آن جمله‌هایی که از پایین‌ترین درجه تکانه هستند مهمترین اثرات را در پتانسیل وابسته به تکانه دارند. در هر حال تعداد جمله‌های وابسته به تکانه آنقدر زیاد است که هنوز نتوانسته‌اند اهمیت همه آنها را مشخص کنند. در روش معمول تنها بعضی از جمله‌های ساده‌تر را برگزیده‌اند و با آنها برازش قابل قبول و منطقی بدست آورده‌اند که با داده‌های تجربی سیستم دو نوکلئونی تطابق داشته باشد. این پتانسیلها را پتانسیل پدیده شناختی می‌نامند[۱۴].

۱-۳ نظریه‌های کوانتومی میدان در برهم کنش‌های هسته‌ای

نظریه کوانتومی میدان با کشف مکانیک کوانتومی و اینکه انتقال انرژی توسط بسته‌های کوچک انرژی صورت می‌گیرد، پایه ریزی شد. براساس این نظریه ذرات در اطراف خود میدان کلاسیک تولید نمی‌کنند، بلکه از طریق مبادله‌ی یک یا چند کوانتای میدان به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. کوانتاهای میدان ضرورتاً بوزون هستند که از آمار بوز- انیشتین پیروی می‌کنند، چون فقط بوزون‌ها می‌توانند به تنهایی ساخته یا نابود شوند و قیدی توسط اصل طرد برآنها تحمیل نمی‌شود. یک فرمیون باید با پاد ذره-اش ساخته یا نابود شود[۱۵].

نیروی الکترومغناطیسی میان ذرات باردار از طریق تبادل کوانتای میدان الکترومغناطیسی (فوتون) احساس می‌شود. فوتون، ذره‌ای بی‌بار با جرم در حال سکون صفر و اسپین ۱ است که با سرعت نور حرکت می‌کند. نیروی هسته‌ای میان دو نوکلئون نیز از طریق مبادله مزون π صورت می‌گیرد. جرم آن حدود ۲۷۰ برابر جرم الکترون است و به سه شکل، با بار الکتریکی مثبت، منفی و خنثی وجود دارد. در برهم‌کنش میان دو پروتون، و یا دو نوترون نوع بی‌بار، و در برهم‌کنش میان یک پروتون و یک نوترون نوع باردار آن مبادله می‌شود.

تبادل مزون بین دو نوکلئون، اصل پایستگی انرژی را به میزان ΔE که در حدود جرم مزون در حال سکون $M_\pi = 140\, MeV/c^2$ است، نقض می‌کند.

$$\Delta E = M_\pi c^2 \qquad (۳-۱)$$

طبق اصل عدم قطعیت هایزنبرگ، نقض پایستگی انرژی نمی‌تواند بیش از زمان Δt دوام بیاورد:

$$\Delta t = \frac{\hbar}{M_\pi c^2} \qquad (۴-۱)$$

اگر فرض کنیم که مزون با سرعتی نزدیک به سرعت نور حرکت می‌کند، بیشترین فاصله‌ای را که می‌تواند در این مدت طی کند برابر است با:

$$r = c\Delta t = \frac{\hbar}{M_\pi c} = 1.4fm \qquad (۵-۱)$$

این برد نیروی هسته‌ای است. چنین محاسبه‌ای برای میدان الکترومغناطیسی برد بی‌نهایت را بدست می‌دهد، زیرا جرم کوانتای میدان صفر است. برای استنتاج مناسب یک پتانسیل تبادل مزون لازم است که از معادله‌ای استفاده شود که تحت تبدیلات لورنتس ناوردا باشد و در حد نسبیتی هم درست باشد. که این معادله‌ی شرودینگر را که فقط در حد غیرنسبیتی درست است، رد می‌کند. معادله دیراک هم مناسب نیست زیرا که این معادله برای ذرات اسپین $\frac{1}{2}$ است. پس فقط معادله کلین-گوردون[۵] کاندیدای مناسبی است.

رابطه‌ی تکانه- انرژی نسبیتی به صورت زیر داده می‌شود:

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4 \qquad (۶-۱)$$

با جایگزینی انرژی E با عملگر $i\hbar\frac{\partial}{\partial t}$ و تکانه p با عملگر $-i\hbar\nabla$، به یک نسخه کوانتیده از رابطه‌ی تکانه- انرژی نسبیتی می‌رسیم:

$$-\hbar^2\frac{\partial^2}{\partial t^2}\varphi(\vec{r}) = (-\hbar^2c^2\nabla^2 + m^2c^4)\varphi(\vec{r}) \qquad (۷-۱)$$

که m جرم کوانتای میدان است. بعد از تقسیم طرفین رابطه فوق بر $(\hbar c)^2$ و مرتب‌سازی جملات به رابطه‌ی آشنای کلین-گوردون می‌رسیم:

$$(\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2})\varphi(\vec{r}) = \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\varphi(\vec{r}) \qquad (۸-۱)$$

[۵] Klein-Gordon

این رابطه جمله‌ی چشمه را برای کوانتای میدان در برنمی‌گیرد. برای سادگی ما فقط حل استاتیک معادله (۱-۸) را در نظر می‌گیریم و از جملاتی که وابستگی زمانی دارند صرفنظر می‌کنیم، پس رابطه‌ی (۱-۸) به همراه یک چشمه‌ی نقطه‌ای با شدت g واقع در مبدأ بصورت زیر در می‌آید:

$$\nabla^2\varphi(r) = \frac{m^2c^2}{\hbar^2}\varphi(r) - \mathrm{g}\delta(r) \qquad (۹-۱)$$

حل این معادله بصورت زیر است:

$$\varphi(r) = \frac{\mathrm{g}}{4\pi r}\exp(-mcr/\hbar) \qquad (۱۰-۱)$$

که همان میدان مزونی نوکلئون است که نخستین بار در سال ۱۹۳۷ توسط یوکاوا بدست آمد و به میدان مزونی یوکاوا معروف است[۱۵].

علاوه بر مزونی π، مزونی‌های با جرم بیشتر وجود دارد که در نیروی هسته‌ای دخیل‌اند. مشهورترین آنها عبارت‌اند از: ۱) مزون η با جرم در حدود ۵۴۹MeV ، ۲) مزون ρ با جرمی در حدود ۷۶۹ MeV ، ۳) مزون ω با جرم در حدود ۷۸۳ MeV. هر کدام از اینها به جملاتی شبیه رابطه‌ی (۱-۱۰) منتهی می‌شود که m جرم مزون مربوطه است. بنابراین رابطه‌ی (۱- ۵) برد نیروهای مربوط به مزون‌های سنگین‌تر را بطور قابل ملاحظه‌ای کمتر از برد نیروهای مربوط به مزون π پیش‌بینی می‌کند.

۱-۴ ساختار پتانسیل (V_{NN})

در این بخش ما خواص عمومی که یک برهم‌کنش باید داشته باشد تا ناوردایی‌های اساسی مورد نیاز را برآورده سازد، مورد بررسی قرار می‌دهیم. بحثمان را به برهم‌کنش‌های دو جسمی محدود می‌کنیم اگر چه نیروهای سه جسمی در نظریه‌های هسته‌ای بکار گرفته می‌شود اما هنوز مشخص و واضح نیست که تا چه اندازه آنها مورد نیاز هستند[۱۶].

نوکلئون‌های موجود (پروتون ونوترون) در سیستم هسته‌ای را بصورت ذرات یکسان در نظر می‌گیریم یعنی اختلاف جرم بین پروتون و نوترون را نادیده می‌گیریم بنابراین هامیلتونی به شکل زیر در می‌آید:

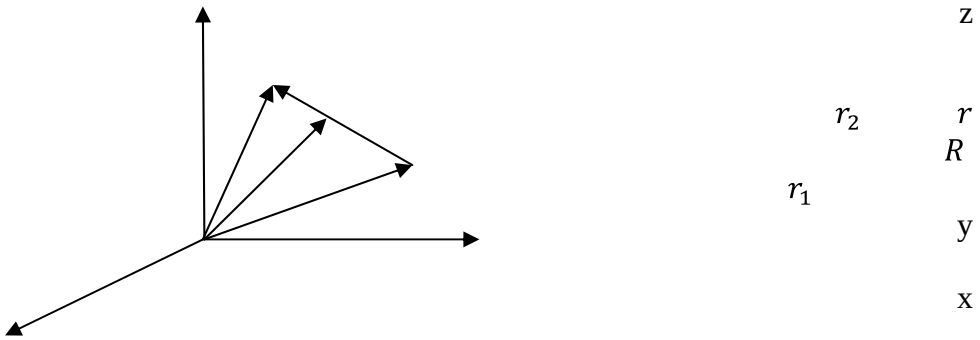
$$H = \frac{1}{2m}(P_1^2 + P_2^2) + V_{NN}(1,2) \qquad (۱۱-۱)$$

که در آن m جرم نوکلئون است. هامیلتونی این سیستم باید تحت تبدیل‌های تقارنی ناوردا باقی بماند. عملگرهایی که برای ساختن پتانسیل در دسترس داریم عبارتند از: مختصات r_1 و r_2، تکانه‌های P_1 و P_2، عملگرهای بردار اسپین σ_1 و σ_2 و عملگرهای بردار ایزواسپین τ_1 و τ_2.

از مختصات مرکز جرم دو نوکلئون استفاده می‌کنیم:

$$\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad , \quad \vec{R} = \frac{1}{2}(\vec{r}_2 + \vec{r}_1)$$

$$\vec{p} = \vec{p}_2 - \vec{p}_1 \quad , \quad \vec{P} = \frac{1}{2}(\vec{p}_2 + \vec{p}_1) \qquad (۱-۱۲)$$



بنابراین پتانسیل دو نوکلئونی بصورت زیر در نظر گرفته می‌شود:

$$V_{NN} \equiv V_{NN}(r, R, p, P, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2, t) \qquad (۱-۱۳)$$

شکل تابعی V به وسیله‌ی ناوردایی‌های مورد نیاز محدود می‌شود. این ناوردایی‌ها عبارتند از:

۱) عملگر پتانسیل باید هرمیتی باشد یعنی: $V_{\mathrm{NN}} = V_{\mathrm{NN}}^{\dagger}$

۲) ناوردایی انتقال زمان باعث می‌شود که V_{NN} بطور آشکار به زمان بستگی نداشته باشد. پس:

$$V_{NN} \equiv V_{NN}(r, R, p, P, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) \qquad (۱-۱۴)$$

۳) فرضیه استقلال بار، وابستگی برهم‌کنش دو نوکلئون را به عملگرهای ایزواسپینی محدود می‌کند. دو شکل مجاز عملگرهای ایزواسپینی عبارتند از:

$$1 \quad , \quad \tau_1.\tau_2 \qquad (۱-۱۵)$$

که این دو عملگر تنها اسکالرهای مستقل در فضای ایزواسپین هستند که می‌توانند از τ_1 و τ_2 تشکیل شوند[۱۷]. به این ترتیب V_{NN} فقط می‌تواند به متغیرهای ایزواسپین دو نوکلئون بصورت زیر وابسته باشد:

$$V_{NN} \equiv V_{NN}(r, R, p, P, \sigma_1, \sigma_2, [\tau_1.\tau_2]) \qquad (۱-۱۶)$$

V_{NN} را بر حسب یک سری توانی از $\tau_1.\tau_2$ بسط می‌دهیم و $(\tau_1.\tau_2)^n$ را با توجه به رابطه‌ی

$$(\tau_1.\tau_2)^2 = 3 - 2(\tau_1.\tau_2) \qquad (۱-۱۷)$$

بر حسب جملاتی از $\tau_1.\tau_2$ بیان می‌کنیم. از یکسان بودن عملگرها در فضای بار، خواهیم داشت:

$$V_{NN} \equiv V_1(r, R, p, P, \sigma_1, \sigma_2) + (\tau_1.\tau_2)V_2(r, R, p, P, \sigma_1, \sigma_2) \qquad (۱-۱۸)$$

اکنون ناوردایی هر یک از جملات V_i رابطور جداگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم. به علت اینکه همه تبدیلات تقارنی با عملگرهای ایزواسپینی جابجا می‌شوند، شاخص i را هم کنار می‌گذاریم[۱۶].

۴) ناوردایی انتقالی: پتانسیل باید تحت تبدیلات فضایی ناوردا باقی بماند، یعنی:

$$U_a^\dagger V U_a = V \qquad (۱-۱۹)$$

که در آن $U_a = \exp\left(\frac{-i}{\hbar}\vec{p}.\vec{a}\right)$ است.

$$U_a^\dagger V(r, R, p, P, \sigma_1, \sigma_2)U_a = V\left(U_a^\dagger r U_a, U_a^\dagger R U_a, U_a^\dagger p U_a, U_a^\dagger P U_a, U_a^\dagger \sigma_1 U_a, U_a^\dagger \sigma_2 U_a\right)$$
$$= V(r, R + a, p, P, \sigma_1, \sigma_2) \qquad (۱-۲۰)$$

از شرط (۱-۱۹) برمی‌آید که پتانسیل نباید به R وابسته باشد، یعنی:

$$V_{NN} \equiv V_{NN}(r, p, P, \sigma_1, \sigma_2) \qquad (۱-۲۱)$$

۵) ناوردایی تحت تبدیلات گالیله: پتانسیل برهم‌کنشی باید مستقل از تغییر چارچوب مرجع لخت باشد، یعنی:

$$U_G^{\dagger} V U_G = V \qquad (۲۲-۱)$$

که در آن $U_G = \exp\left(\frac{i}{\hbar}\vec{P}.\overrightarrow{V_0}t\right)\exp\left(\frac{-i}{\hbar}m\vec{R}.\overrightarrow{V_0}\right)$ و V_0 سرعت مرکز جرم است

$$U_G^{\dagger} V U_G = V\left(r, p, U_G^{\dagger} P U_G, \sigma_1, \sigma_2\right) = V(r, p, P + mV_0, \sigma_1, \sigma_2) \qquad (۲۳-۱)$$

از شرط (۱-۲۲) نتیجه می‌شود که V نباید از به P بستگی داشته باشد.

۶) ناوردایی تحت پاریته: از ناوردایی تحت انعکاس فضا داریم:

$$V_{NN}(r, p, \sigma_1, \sigma_2) = V_{NN}(-r, -p, \sigma_1, \sigma_2) \qquad (۲۴-۱)$$

که این باعث می‌شود فقط جملاتی با توان زوج r و p یا ترکیب این دو در پتانسیل ظاهر شود.

۷) ناوردایی تحت وارونی زمان سبب می‌شود که:

$$V_{NN}(r, p, \sigma_1, \sigma_2) = V_{NN}(r, -p, -\sigma_1, -\sigma_2) \qquad (۲۵-۱)$$

بنابراین فقط ترکیب زوجی از p ها و σ ها در هر جمله مجاز است[۱۶].

۸) ناوردایی تحت تعویض دو نوکلئون: عبارت‌های (۱-۱۵) چنین شرطی را در مورد بخش ایزو اسپینی ارضا می‌کند بنابرای‌ن بخش اسپینی هم باید همین شکل را داشته باشد[۱۷]. پس عملگرهای اسپینی مجاز در پتانسیل عبارتند از: 1 و $\sigma_1.\sigma_2$

بنابراین پتانسیل نوکلئون- نوکلئون فقط می‌تواند به مکان، تکانه، اسپین و ایزواسپین دو نوکلئون بستگی داشته باشد:

$$V = V(r, p, \sigma_1, \sigma_2, \tau_1, \tau_2) \qquad (۲۶-۱)$$

۱-۵ شکل کلی پتانسیل هسته‌ای

اکوبو[۶] و مارشاک[۷] نشان دادند که کلی‌ترین شکل پتانسیل دو جسمی بصورت زیر است[۱۸]:

$$\begin{aligned} V(r;p,\sigma_1,\sigma_2,\tau_1,\tau_2) = {} & V_0(r) + V_\sigma(r)\sigma_1.\sigma_2 + V_\tau(r)\tau_1.\tau_2 + V_{\sigma\tau}(r)(\sigma_1.\sigma_2)(\tau_1.\tau_2) \\ & + V_{LS}(r)L.S + V_{LS\tau}(r)(L.S)(\tau_1.\tau_2) \\ & + V_T(r)S_{12} + V_{T\tau}(r)S_{12}\tau_1.\tau_2 \\ & + V_Q(r)Q_{12} + V_{Q\tau}(r)Q_{12}\tau_1.\tau_2 \\ & + V_{pp}(r)(\sigma_1.p)(\sigma_2.p) + V_{pp\tau}(r)(\sigma_1.p)(\sigma_2.p)(\tau_1.\tau_2) \end{aligned} \qquad (۱-۲۷)$$

چهار جمله اول این رابطه، جملات نیروی مرکزی هستند که مرتبه تانسوری بخش فضایی همه این چهار عملگر صفر است. S_{12} عملگر تانسوری است و $L.S$ عملگر اسپین- مدار دو جسمی است:

$$L.S = \frac{1}{2}\left(\vec{l}_1 + \vec{l}_2\right).(\vec{\sigma}_1 + \vec{\sigma}_2) \qquad (۱-۲۸)$$

و Q_{12} عملگر اسپین- مدار درجه ۲ است:

$$Q_{12} = \frac{1}{2}\{(\sigma_1.L).(\sigma_2.L) + (\sigma_2.L).(\sigma_1.L)\} \qquad (۱-۲۹)$$

وابستگی شعاعی و شدت هر یک از دوازده جمله بوسیله‌ی توابع $V_0(r)$ و $V_\sigma(r)$ و .... داده می‌شود. برای تعیین شکل تابعی این توابع ما به اطلاعاتی بیش از اطلاعات بدست آمده از بحث‌های تقارنی نیازمندیم. برای مثال، می‌توانیم از برهم‌کنش مزونی یوکاوا استفاده کنیم، یا روش نیمه تجربی را که شکل فرضی وابستگی شعاعی را به داده‌های تجربی برازش می‌کند، بکار ببریم. در آینده هنگامی که دانش ما از QCD کامل شود، تعیین شکل دقیق این توابع از اصول اولیه ممکن می‌شود[۱۵].

برای فهمیدن اینکه کدامیک از جملات رابطه (۱-۲۷) واقعاً مورد نیاز است و همچنین برای تعیین پارامترها روش معمول استفاده از پراکندگی نوکلئون- نوکلئون است. در این روش تعداد زیادی از برهم-کنش‌ها ساخته می‌شوند. اگر چه این برهم‌کنش‌ها پراکندگی نوکلئون- نوکلئون را به خوبی تشریح می-کنند اما آنها اغلب برای محاسبات ساختار هسته، که تعداد زیادی از نوکلئون‌ها را شامل می‌شوند، مفید نیستند و مورد استفاده قرار نمی‌گیرند. زیرا ساختار این برهم‌کنش‌ها بسیار پیچیده است و سبب مشکل

---

[۶] Okubo
[۷] Marshak