بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه تبریز

دانشکده فیزیک

گروه فیزیک نظری و اختر فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه دکتری تخصصی در رشته فیزیک نظری

عنوان

مطالعه الگوریتم های کلاسیکی و کوانتومی با استفاده از جبرهای نیم ساد

اساتید راهنما

دکتر محمد علی جعفری زاده

دکتر حسین متولی

استاد مشاور

دکتر کمال الدین سید یعقوبی

پژوهشگر

رحیمه صوفیانی

شهریور ۱۳۸۶

تقدیم به استاد گرانقدر

دکتر محمد علی جعفری زاده

به پاس زحمات بی دریغشان

سپاسگزاری

اینک پس از چندین سال تلاش بی وقفه که رساله حاضر به اینصورت در آمده است، سپاس از زحمات استادی که همواره راه گشای ایده های جدید در ذهن دانشجویان می شود و اوقات خود را وقف پژوهش های علمی می کند، کار بسیار دشواری است. می توانم بگویم بهترین و با ارزش ترین سالهای عمرم را با استاد گرانقدر جناب آقای دکتر محمد علی جعفریزاده گذرانده ام و آموخته های خود را در این سالها مدیون ایشان هستم. بدینوسیله از آن استاد ارجمند سپاسگزاری می کنم و امیدوارم همواره راهنمای راه پژوهش علمی ام باشند.

از اساتید بزرگوار آقایان دکتر غلامرضا برادران خسروشاهی از دانشگاه تهران و مرکز پژوهشهای فیزیک بنیادی، دکتر وحید کریمی پور از دانشگاه صنعتی شریف و دکتر عادل رضایی اقدم از دانشگاه تربیت معلم آذربایجان که زحمت داوری رساله را تقبل فرمودند، و همچنین استاد محترم مشاور آقای دکتر کمال الدین سید یعقوبی، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

از استاد ارجمند جناب آقای دکتر داوود محمدزاده جسور که در دوره تحصیل خود در دانشگاه تبریز مطالب زیادی از ایشان آموخته ام، سپاسگزاری می کنم. همچنین لازم می دانم مراتب سپاسگزاری خود را از اساتید محترم آقایان دکتر ناصر فولادی ریاست دانشکده، دکتر علی عجب شیری زاده مدیر گروه فیزیک نظری و اخترفیزیک، دکتر حسین متولی معاون پژوهشی دانشکده و سایر اساتید دانشکده فیزیک بجا بیاورم.

نام خانوادگی دانشجو: صوفیانی   نام: رحیمه

عنوان: مطالعه الگوریتم های کلاسیکی و کوانتومی با استفاده از جبرهای نیم ساده

استادان راهنما: دکتر محمد علی جعفری زاده ، دکترحسین متولی

استاد مشاور: دکتر کمال الدین سید یعقوبی

مقطع تحصیلی: دکتری   رشته: فیزیک   گرایش: نظری   دانشگاه تبریز

دانشکده فیزیک   تاریخ فارغ‌التحصیلی: شهریور ۱۳۸۶   تعداد صفحه: ۱۷۱

کلید واژه‌ها: الگوریتم های کلاسیکی و کوانتومی، جبر نیم ساده، جبر بوز– مزنر، جبر ترویلیجیر، پیمایش کوانتومی با زمان پیوسته، روش توزیع طیفی، روش زیرفضاهای کیریلف، الگوریتم لانکوز، مقاومت موثر، گرافهای با فاصله منظم، شماهای همبسته، شبکه شش ضلعی، تبدیل استیلتجس، لایه بندی

چکیده

در این رساله، عمدتاً با استفاده از تکنیک هائی از قبیل زیرفضای کیریلف و الگوریتم لانکوز، خواص جبری شما های همبسته (اساساً جبر بوز– مزنر) و گراف های نظیر آنها و تکنیک هائی مانند لایه بندی انواع گراف ها و آنالیز طیفی نظیر آنها، ابتدا پیمایش کوانتومی با زمان پیوسته ($CTQW$) روی یک گراف دلخواه را با رهیافت زیر فضای کیریلف و الگوریتم لانکوز مطالعه می کنیم و ارتباط مستقیم آن را با الگوریتم های جستجوی کوانتومی مورد بحث قرار می دهیم. سپس با ارائهٔ الگوریتمی برای ساخت شماهای همبسته ناوردای انتقال از طریق مدارهای نظیر گروه تقارن شبکه های روت از نوع A_n، $CTQW$ را روی این شبکه ها بررسی می کنیم، بویژه رفتار مجانبی پیمایندهٔ کوانتومی روی شبکه های شش ضلعی (شبکه روت A_2) و شبکه هانیکام را در زمان های بزرگ و فواصل معین از مبدأ و نیز برای زمان های معین و فواصل دور مورد مطالعه قرار می دهیم. سپس، با توجه به ارتباط تنگاتنگ ما بین پیمایش کاتوره ای کوانتومی و مفاهیم الکتریکی از قبیل مقاومت مؤثر و پتانسیل الکتریکی در شبکه های الکتریکی، از چهار روش مختلف بر مبنای تابع استیلتجس نظیر شبکه الکتریکی و اتحاد کریستوفل — داربو، چند جمله ای های متعامد وابسته به شبکه و نیز خواص جبری شبکه های نظیر شما های همبسته

استفاده می کنیم تا الگوریتم هائی برای محاسبه تحلیلی مقاومت مؤثر در شبکه های الکتریکی ارائه کنیم. در نهایت با توجه به اینکه یکی از کاربرد های عمده مدل های $CTQW$ در محاسبات و اطلاعات کوانتومی، بکارگیری این مدل ها برای انتقال حالت کوانتومی بصورت کامل از یک گره به گره دیگر یک گراف است، با معرفی هامیلتونین های اسپینی خاص برای شبکه های اسپینی از نوع گراف های با فاصله منظم، روشی برای پیدا کردن مجموعه مناسبی از ثابت های کوپلاژ هامیلتونین ارائه می دهیم بطوریکه انتقال حالت کوانتومی بین گره های متقابل بطور کامل صورت بگیرد.

فهرست مطالب

مقدمه

مبحث اطلاعات و محاسبات کوانتومی شاخه جدیدی از علوم است که در دهه های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان فیزیک، ریاضی و علوم کامپیوتری قرار گرفته است. الگوریتم های کوانتومی بعنوان یکی از موضوعات اصلی این شاخه، بدلیل کاربردهای مهم آن نظیر تبدیل پیچیدگی [1] محاسبات از نوع نمائی به نوع چند جمله ای و نیز شکستن کلید رمز سیستم های رمزگذاری شده که نتیجه ای از الگوریتم شور[2] است، بسیار حائز اهمیت هستند. مبدأ پیدایش این الگوریتم ها را می توان به ایده فاینمن [3] در مورد پیچیدگی محاسباتی در تئوری محاسبه کوانتومی که در سال ۱۹۸۲ مطرح شد، نسبت داد. بر اساس این ایده، یک سیستم کوانتومی n ذره ای را بدلیل اینکه تابع موج آن دارای تعداد زیادی درجه آزادی است، نمی توان با کامپیوتر های کلاسیک با زمان محاسبه از نوع چند جمله ای شبیه سازی کرد. از آن پس، در سال ۱۹۸۵، دوچ [4] بوسیله یک مدل کاملا کوانتومی برای محاسبه و توصیف یک کامپیوتر جهانشمول زمینه محکمی در نظریه محاسبات کوانتومی بنا نهاد که به الگوریتم دوچ معروف شد. پس از آن، در سال ۱۹۹۴ شور یک الگوریتم کوانتومی برای تجزیه اعداد صحیح به عوامل اول ارائه کرد که در زمان از نوع چند جمله ای قابل اجرا بود در حالیکه در کامپیوتر های کلاسیک این زمان از نوع نمائی بود. علاوه بر ساخت و طراحی الگوریتم های کوانتومی کارا که قادر به انجام عملیاتی در زمان از نوع چند جمله ای باشند، مسأله پیاده سازی عملی [5] این الگوریتم ها توسط مدل های فیزیکی از جمله چالش های اساسی در محاسبات کوانتومی است. یکی از مباحثی که ارتباط تنگاتنگ با الگوریتم های کوانتومی دارد، مبحث مدل پیمایش کاتوره ای کوانتومی [6] است که در سال ۱۹۹۳ توسط آهارانف و همکارانش معرفی گردید. این مدل (مدل QRW) برگرفته از مدل پیمایش کاتوره ای کلاسیک است و در مشابهت با آن، دارای دو حالت با زمان گسسته و زمان پیوسته است. در واقع، مدل QRW روی یک گراف داده شده، ساختار آن گراف را به دینامیک یک سیستم کوانتومی نگاشت می دهد که در آن به هر گره گراف، حالتی از یک سیستم کوانتومی (حاوی اطلاعات) نسبت داده شده و اجازه انتقال بین حالت های متناظر با گره های مجاور (گره

Complexity[1]
Shor Algorithm[2]
Richard Feynman[3]
Deutsch[4]
Implementation[5]
Quantum Random Walk (QRW) [6]

هایی که‌توسط یک یال از گراف به هم متصلند (انتقال اطلاعات)، داده می شود. باید توجه داشت که، مدل های پیمایش کاتوره ای کلاسیک توصیف زیبائی از اینکه ذرات کلاسیکی به چه نحوی پخش می شوند تا به نوعی از حالت تعادل برسند، فراهم می کنند. چون ذرات کوانتومی می توانند غیر جایگزیده باشند به این معنی که همزمان می توانند در چندین جهت مختلف پخش شوند، می توان انتظار داشت که الگوریتم های بر مبنای پیمایش کاتوره ای کوانتومی، نسبت به الگوریتم های مبتنی بر پیمایش کاتوره ای کلاسیک نظیر خود بهتر عمل کنند. همانطور که در فصل ۲ توضیح داده شده است، مدل پیمایش کوانتومی-بازمان پیوسته (CTQW) [7] روی یک گراف، چیزی جدای از تحول زمانی شرودینگر تحت تاثیر یک هامیلتونین یا ماتریس همسایگی نیست. این دلالت می کند بر اینکه، هر الگوریتم کارا برای شبیه سازی یک هامیلتونین، می تواند تحت تاثیر پیمایش کوانتومی روی یک گراف قرار بگیرد و بالعکس. در واقع، اخیراً مدل های پیمایش کوانتومی با این امیدواری مورد مطالعه قرار گرفته اند که بتوانند برای ساخت الگوریتم های کوانتومی جدید کارا[8] مفید باشند. مطالعه پیمایش های کاتوره ای روی شبکه های ساده در فیزیک شناخته شده است. برخی از مطالعات اخیر درباره پیمایش های کوانتومی روی گراف های کلی تر، مساله را در زمینه مهم مسائل الگوریتمی روی گراف ها بررسی می کنند و پیشنهاد می کنند که مدل پیمایش های کوانتومی یک تکنیک الگوریتمی امید وار کننده برای طراحی الگوریتم های کوانتومی آینده است. علاوه بر کاربرد الگوریتمی مدل های QRW در مبحث محاسبات کوانتومی که در بالا ذکر شد، این مدل ها به خصوص مدل های با زمان پیوسته، برای پیاده سازی عملی الگوریتم های جستجوی کوانتومی بکار می روند. به عنوان مثال، الگوریتم معروف گروور برای جستجوی یک یا چند داده مشخص از بین N داده بدون ساختار (داده های با توزیع یکنواخت)، توسط مدل $CTQW$ روی یک گراف کامل N رأسی، بطور عملی پیاده سازی شده است . برای الگوریتم های جستجوی یک یا چند داده از بین داده های دارای ساختار[9] ، می توان $CTQW$ روی گراف های همبند غیر کامل مناسب را در نظر گرفت. علاوه بر این، ایده پیمایش کاتورهای کوانتومی قادر به پاسخگوئی به برخی سوالات مطرح در محاسبات کوانتومی، نظیر ایزومورفیسم گراف ها است. از دیگر کاربرد های مدل های $CTQW$ در محاسبات و اطلاعات کوانتومی، بکارگیری این مدل ها برای انتقال حالت کوانتومی بصورت کامل [10] از یک گره به گره دیگر یک گراف یا شبکه مورد نظر است که اخیراً توجه محققان این شاخه را به خود جلب کرده

[7] *Continuous Time Quantum Walk*

[8] *Efficient*

[9] *Structured Data*

[10] *Perfect Quantum State Transfer*

است.

این رساله در سه فصل تدوین شده است. فصل اول، پیشینه تحقیق و بررسی منابع مربوط به موضوع رساله را در بر می گیرد. در فصل دوم ابزار ها و تکنیک های لازم برای رسیدن به نتایج اصلی رساله از قبیل جبر های نیم ساده، مفهوم شمای همبسته و جبر های نیم ساده نظیر آن، گراف و لایه بندی مربوط به آن و مفاهیم و روش های آنالیز طیفی معرفی می شود. فصل سوم، نتایج اصلی رساله را در بر دارد. ابتدا با رهیافت زیر فضای کیریلف و الگوریتم لانکوز، $CTQW$ روی یک گراف دلخواه را مطالعه کرده و کاربردهای الگوریتمی آن را مورد بحث قرار می دهیم. سپس $CTQW$ را روی شبکه های معین و نامعین روت A_n و شبکه هانیکام مطالعه می کنیم. همچنین با تکنیک های طیفی و استفاده از جبر های بوز– مزنر و نیز استفاده از تابع استیلتجس نظیر گراف داده شده، روش هائی برای محاسبه مقاومت مؤثر روی گراف مربوطه ارائه می دهیم. در نهایت، انتقال حالت کامل کوانتومی روی شبکه های اسپینی از نوع گراف های با فاصله منظم را مطالعه می کنیم.

فصل ۱

بررسی منابع

در سالهای اخیر لزوم و اهمیت الگوریتم های کارا برای حل مسائل پیچیده در کامپیوترها کاملاً آشکار شده است. علت فراگیر شدن تحقیقات در این زمینه، وجود کاربرد های وسیع این الگوریتم ها در علوم کامپیوتر، مخابرات و مهندسی صنعتی است. از طرف دیگر، مبحث اطلاعات و محاسبات کوانتومی شاخه جدیدی از علوم است که در دهه های اخیر مورد توجه بسیاری از محققان فیزیک، ریاضی و علوم کامپیوتری قرار گرفته است. الگوریتم های کوانتومی بعنوان یکی از موضوعات اصلی این شاخه، بدلیل کاربردهای مهم آن نظیر تبدیل پیچیدگی محاسبات از نوع نمائی به نوع توانی یا چندجمله ای و نیز شکستن کلید رمز سیستم های رمزگذاری شده که نتیجه ای از الگوریتم شوراست، بسیار حائز اهمیت هستند.

مبدأ پیدایش الگوریتم های کوانتومی را می توان به ایده فاینمن در مورد پیچیدگی محاسباتی در تئوری محاسبه کوانتومی که در سال ۱۹۸۲ در مقاله [۱] مطرح شد، نسبت داد. بر اساس این ایده، یک سیستم کوانتومی n ذره ای را بدلیل اینکه تابع موج آن دارای تعداد زیادی درجه آزادی است، نمی توان با کامپیوتر های کلاسیک با زمان محاسبه از نوع چند جمله ای شبیه سازی کرد. از آن پس، در سال ۱۹۸۵ دوچ [1] بوسیله یک مدل کاملا کوانتومی برای محاسبه و توصیف یک کامپیوتر جهانشمول زمینه محکمی در نظریه محاسبات کوانتومی بنا نهاد که به الگوریتم دوچ معروف شد. پس از آن، محاسبات کوانتومی تا مدتی در حاشیه قرار گرفت تا اینکه در سال ۱۹۹۴ شور [۲] یک الگوریتم کوانتومی برای تجزیه اعداد صحیح به عوامل اول ارائه کرد که در زمان از نوع چند جمله ای قابل اجرا بود در حالیکه در کامپیوتر های کلاسیک این زمان از نوع نمائی بود. اهمیت الگوریتم شور، در شکستن کلید رمز سیستم رمز گذاری معروف RSA بر مبنای تجزیه اعداد صحیح بزرگ به عوامل اول، رمز نگاری شده بود و تا آن زمان بعنوان یک مساله مشکل مطرح بود، به خوبی آشکار و باعث عمومی شدن مبحث الگوریتم های کوانتومی شد. نکته قابل توجه اینکه شور در الگوریتم خود از تبدیل فوریه کوانتومی استفاده کرده بود و تنها تفاوت اساسی الگوریتم او با الگوریتم کلاسیکی نظیر آن در نوع تبدیل فوریه بود. در واقع، تبدیلات فوریه تعمیم یافته[2]، اساس اکثر الگوریتم های کوانتومی را تشکیل می دهند.

الگوریتم های کوانتومی عمدتاً بر دو نوع هستند: ۱ — الگوریتم های جستجو ۲ — الگوریتم های مسأله زیر گروه نهان [3]. الگوریتم معروف گروور[4] [۳] از جمله الگوریتم های

[1] *Deutsch*
[2] *Generalized Fourier Transforms* (GFT)
[3] *Hidden Subgroup Problem* (HSP)
[4] *Grover*

جستجو است که در آن یک داده مشخص (علامت گذاری شده) از بین N داده با توزیع یکنواخت (داده های بدون ساختار[5]) جستجو می شود. الگوریتم های شور، سایمون [۴]، دوچ — یوزسا[6][۵] و الگوریتم لگاریتم گسسته کوانتومی [٦] از الگوریتم های مهم دسته دوم هستند.

درالگوریتم های HSP، تبدیل فوریه تعمیم یافته کوانتومی روی گروه مربوطه نقش اصلی را ایفا می کند و لذا برای حل HSP برای انواع گروههای غیر آبلی، باید تبدیل فوریه تعمیم یافته کوانتومی نظیر آن گروهها را بدست آورده و مدار کوانتومی نظیر آنها را طراحی کنیم. نشان داده شده است که مدار کوانتومی تبدیل فوریه روی یک گروه دقیقاً مشابه مدار کلاسیکی تبدیل فوریه روی همان گروه است، تنها تفاوت در کوانتومی نوع منطق به کار برده شده است بدین معنی که در کامپیوتر های کلاسیک، منطق بولی رایج است یعنی کامپیوتر، تنها ۰ و ۱ را می شناسد درحالیکه در کوانتومی، فضایی که اپراتورها اثر می کنند، فضای هیلبرت است و هر برهم نهشی از ۰ و ۱ برای کامپیوتر شناخته شده است که این باعث می شود، کامپیوتر کوانتومی، مدار طراحی شده را به طور موازی اجرا کند درصورتیکه در کلاسیک، مدار بطور سری و مرحله به مرحله اجرا می شود. لذا با توجه به مطالب ذکر شده، برای طراحی مدار برای تبدیلات فوریه تعمیم یافته کوانتومی، کافی است الگوریتم های کلاسیکی برای تبدیلات فوریه کلاسیک مطالعه شود. اگر قادر باشیم مدار تبدیل فوریه یا هر تبدیل گسسته دیگر را روی گروهی معین به طور کلاسیک طراحی کنیم، مدار کوانتومی نظیر آن به راحتی قابل پیاده سازی است.

علاوه بر ساخت و طراحی الگوریتم های کوانتومی کارا که قادر به انجام عملیاتی در زمان از نوع چند جمله ای باشند، مساله پیاده سازی عملی [7] این الگوریتم ها توسط مدل های فیزیکی از جمله چالش های اساسی در محاسبات کوانتومی است. یکی از مباحثی که ارتباط تنگاتنگ با الگوریتم های کوانتومی دارد، مبحث مدل پیمایش کاتوره ای کوانتومی [8] است که در سال ۱۹۹۳ توسط آهارانف و همکارانش [۷] معرفی گردید. این مدل (مدل QRW) برگرفته از مدل پیمایش کاتوره ائی کلاسیک است و در مشابهت با آن، دارای دو حالت با زمان گسسته [۱۰، ۹، ۸] و زمان پیوسته [۱۳، ۱۲، ۱۱، ۸] است. در واقع، مدل QRW روی یک گراف داده شده، ساختار آن گراف را به دینامیک یک سیستم کوانتومی نگاشت می دهد که در آن به هر گره گراف، حالتی ازیک سیستم کوانتومی (حاوی اطلاعات) نسبت داده شده و اجازه انتقال بین حالت های متناظر با گره های مجاور (گره هایی که‌توسط یک یال از گراف به هم متصلند (انتقال اطلاعات)،

Unstructured Data[5]

Deutsch – Josza[6]

Implementation[7]

Quantum Random Walk (QRW) [8]

داده می شود. باید توجه داشت که، مدل های پیمایش کاتوره ای کلاسیک توصیف زیبائی از اینکه ذرات کلاسیکی به چه نحوی پخش می شوند تا به نوعی از حالت تعادل برسند، فراهم می کنند. چون ذرات کوانتومی می توانند غیر جایگزیده باشند به این معنی که همزمان می توانند در چندین جهت مختلف پخش شوند، می توان انتظار داشت که الگوریتم های بر مبنای پیمایش کاتورهای کوانتومی، نسبت به الگوریتم های مبتنی بر پیمایش کاتوره ای کلاسیک نظیر خود بهتر عمل کنند. همانطور که در فصل ۲ توضیح داده خواهد شد، مدل پیمایش کوانتومی بازمان پیوسته (CTQW) [9] روی یک گراف، چیزی جدای از تحول زمانی شرودینگر تحت تاثیر یک هامیلتونین / ماتریس همسایگی نیست. این دلالت می کند بر اینکه، هر الگوریتم کارا برای شبیه سازی یک هامیلتونین، میتواند تحت تاثیر پیمایش کوانتومی روی یک گراف قرار بگیرد و بالعکس. در واقع، اخیراً مدل های پیمایش کوانتومی با این امیدواری مورد مطالعه واقع شده اند که بتوانند برای ساخت الگوریتم های کوانتومی کارای جدید مفید باشند (برای مروری بر پیمایش های کوانتومی، به مراجع [۱۶، ۱۵، ۱۴] رجوع کنید). مطالعه پیمایش های کاتوره ای روی شبکه های ساده در فیزیک شناخته شده است (مرجع [۱۷] را ببینید). مطالعات اخیر درباره پیمایش های کوانتومی روی گراف های کلی تر در مراجع [۱۴] و [۱۸] — [۲۶] صورت گرفته است. برخی از این مطالعات، مساله را در زمینه مهم مسائل الگوریتمی روی گراف ها بررسی می کنند و پیشنهاد می کنند که مدل پیمایش های کوانتومی یک تکنیک الگوریتمی امید وار کننده برای طراحی الگوریتم های کوانتومی آینده است.

علاوه بر کاربرد الگوریتمی مدل های QRW در مبحث محاسبات کوانتومی که در بالا ذکر شد، این مدل ها به خصوص مدل های با زمان پیوسته، برای پیاده سازی عملی الگوریتم های جستجوی کوانتومی بکار می روند. به عنوان مثال، الگوریتم معروف گروور برای جستجوی یک یا چند داده مشخص از بین N داده بدون ساختار (داده های با توزیع یکنواخت)، توسط مدل $CTQW$ روی یک گراف کامل N راسی، بطور عملی پیاده سازی شده است[۲۷] . برای الگوریتم های جستجوی یک یا چند داده از بین داده های دارای ساختار[10] ، می توان $CTQW$ روی گراف های همبند غیر کامل مناسب را در نظر گرفت. علاوه بر این، ایده پیمایش کاتورهای کوانتومی قادر به پاسخگوئی به برخی سوالات مطرح در محاسبات کوانتومی، نظیر ایزومورفیسم گراف ها است [۲۸، ۲۶، ۱۳]. از دیگر کاربرد های مدل های $CTQW$ در محاسبات و اطلاعات کوانتومی، بکارگیری این مدل ها برای انتقال حالت کوانتومی بصورت کامل

[9] *Continuous Time Quantum Walk*
[10] *Structured Data*

[11][۲۹، ۳۰، ۳۱، ۳۲] از یک گره به گره دیگر یک گراف یا شبکه مورد نظر است که اخیراً توجه محققان این شاخه را به خود جلب کرده است.

از طرف دیگر، نظریه شماهای همبسته[12] [۳۳] (واژه شمای همبسته اولین بار توسط بوز و شیماموتو در مرجع [۳۴] ابداع شد) اساساً در طراحی آزمایش های آماری بکار می رود. ارتباط شماهای همبسته با کدهای جبری، گراف های قویاً منظم، گراف های با فاصله منظم، نظریه طراحی [13] و غیره بر شدت مطالعه هر چه بیشتر آنها افزوده است. گام بعدی در نظریه شما های همبسته، جبری کردن آنها بود. این فرمالیسم توسط بوز[14] و مزنر [15] انجام شد بطوری که آنها جبری را معرفی کردند که توسط ماتریس های همسایگی شمای همبسته تولید می شد و به جبر بوز– مزنر معروف شد. پس از آن، ترویلیجر [16] جبری را به شمای همبسته نسبت داد که به جبر ترویلیجر معروف شد. این جبر برای مطالعه شما های همبسته از نوع چند جمله ای P و Q [۳۵]، شماهای گروهی [۳۶، ۳۷] و شماهای دوب [17] [۳۸] بکار گرفته شده است.

در این رساله، عمدتاً با استفاده از تکنیک هائی از قبیل زیرفضای کیریلف و الگوریتم لانکوز، خواص جبری شما های همبسته (اساساً جبر بوز– مزنر) و گراف های نظیر آنها و تکنیک هائی مانند لایه بندی انواع گراف ها و آنالیز طیفی نظیر آنها، ابتدا پیمایش کوانتومی با زمان پیوسته ($CTQW$) را روی یک گراف دلخواه را با رهیافت زیر فضای کیریلف و الگوریتم لانکوز مطالعه کرده ارتباط مستقیم آن را با الگوریتم های جستجوی کوانتومی مورد بحث قرار می دهیم. سپس با ارائه الگوریتمی برای ساخت شماهای همبسته ناوردای انتقال از طریق مدارهای نظیر گروه تقارن شبکه های روت از نوع A_n (که برای $n = 2$ همان شبکه مثلثی یا شبکه شش ضلعی است)، $CTQW$ را روی این شبکه ها با استفاده از روش توزیع طیفی بررسی کرده، بویژه رفتار مجانبی پیماینده کوانتومی روی شبکه های شش ضلعی (شبکه روت A_2) و شبکه هانیکام را در زمان های بزرگ و فواصل معین و نیز برای زمان های معین و فواصل دور از مبدأ مورد مطالعه قرار می دهیم. برای این منظور، ابتدا CTQW را روی گراف های نظیر شما های همبسته ساخته شده از طریق گروه آبلی $Z_m^{\otimes n}$ و دو کپی از شبکه مثلثی ، با استفاده از

---

[11] $Perfect\ Quantum\ State\ Transfer$
[12] $Association\ Schemes$
[13] $Design\ Theory$
[14] $Bose$
[15] $Mesner$
[16] $Terwilliger$
[17] $Doob\ Schemes$

روش توزیع طیفی و لایه بندی نظیر آنها، بررسی کرده و نتایج مورد نیاز برای شبکه روت A_n و شبکه هانیکام را با میل دادن اندازه گراف های مذکور به سمت بی نهایت بدست می آوریم. بعلاوه با استفاده از روش فاز پایا [18]، رفتار CTQW روی شبکه شش ضلعی نامعین [19] را در زمان های بزرگ برای فواصل معین از مبدا، با رفتار آن روی شبکه های معین تقریب زده می شود در حالیکه، برای فواصل به اندازه کافی دوراز مبدا در زمان های بزرگ ، نتیجه می گیریم که توزیع احتمال CTQW نوعی رفتار مقیاس بندی شده [20] از خود نشان می دهد. همچنین نشان خواهیم داد که دامنه های احتمال CTQW روی شبکه روت A_n در زمان های معین ، دارای تقارن گروه نقطه ای [21] هستند به این معنی که دو نقطه از شبکه دارای دامنه احتمال مساوی هستند اگر و فقط اگر متعلق به یک مدار از گروه نقطه ای شبکه (گروه تقارن شبکه) باشند. سپس، باتوجه به ارتباط تنگاتنگ ما بین پیمایش کاتوره ای کوانتومی و مفاهیم الکتریکی از قبیل مقاومت مؤ ثر و پتانسیل الکتریکی در شبکه های الکتریکی، از چهار روش مختلف بر مبنای تابع استیلتجس نظیر شبکه الکتریکی و اتحاد کریستوفل — داربو در مبحث چند جمله ای های متعامد در مورد شبکه های با فاصله منظم ، استفاده از چند جمله ای های متعامد وابسته به شبکه در شبکه های کلی تر از نوع QD و خواص جبری شبکه های نظیر شما های همبسته استفاده می کنیم تا الگوریتم هائی برای محاسبه تحلیلی مقاومت مؤثر در شبکه های مذکور ارائه کنیم. از آنجائی که مقاومت مؤ ثر بین گره های یک گراف بعنوان یک متریک فاصله (فاصله مقاومت) شناخته شده است و یکی از ناورداهای گراف می باشد به نظر می رسد بی ارتباط با مسأله ایزومورفیسم گراف ها نباشد. در نهایت با توجه به اینکه یکی از کاربرد های عمده مدل های $CTQW$ در محاسبات و اطلاعات کوانتومی، بکارگیری این مدل ها برای انتقال حالت کوانتومی بصورت کامل از یک گره به گره دیگر یک گراف یا شبکه مورد نظر است و اخیراً توجه محققان این شاخه را به خود جلب کرده است، با معرفی هامیلتونین های اسپینی خاص برای شبکه های اسپینی از نوع گراف های با فاصله منظم، روشی برای پیدا کردن مجموعه مناسبی از ثابت های کوپلاژ هامیلتونین بطوریکه انتقال حالت کوانتومی بین گره های متقابل بطور کامل صورت بگیرد ارائه می دهیم.

در فصل دوم ابزار ها و تکنیک های لازم برای رسیدن به نتایج اصلی پروژه از قبیل جبر های نیم ساده، مفهوم شمای همبسته و جبر های نیم ساده نظیر آن، گراف و لایه بندی مربوط به آن و مفاهیم و روش های آنالیز طیفی را معرفی می کنیم . در فصل سه نتایج اصلی پروژه ارائه

[18] *Stationary Phase Method*
[19] *Infinite*
[20] *Scaling Behavior*
[21] *Point Group*

می شود. ابتدا با رهیافت زیر فضای کیریلف و الگوریتم لانکوز، $CTQW$ روی یک گراف دلخواه را مطالعه کرده سپس $CTQW$ را روی شبکه های معین و نامعین روت A_n و شبکه هاینیکام مطالعه می کنیم. همچنین با تکنیک های طیفی و استفاده از جبر های بوز—مزنر و نیز استفاده از تابع استیلتجس نظیر گراف داده شده، روش هائی برای محاسبه مقاومت مؤ ثر روی گراف مربوطه ارائه می دهیم. از آنجائی که مقاومت مؤ ثر بین گره های یک گراف بعنوان یک متریک فاصله (فاصله مقاومت) شناخته شده است و یکی از ناورداهای گراف می باشد به نظر می رسد بی ارتباط با مسأله ایزومورفیسم گراف ها نباشد. در نهایت با توجه به اینکه یکی از کاربرد های عمده مدل های $CTQW$ در محاسبات و اطلاعات کوانتومی، بکارگیری این مدل ها برای انتقال حالت کوانتومی بصورت کامل از یک گره به گره دیگر یک گراف یا شبکه مورد نظر است و اخیراً توجه محققان این شاخه را به خود جلب کرده است، با معرفی هامیلتونین های اسپینی خاص برای شبکه های اسپینی از نوع گراف های با فاصله منظم، روشی برای پیدا کردن مجموعه مناسبی از ثابت های کوپلاژ هامیلتونین بطوریکه انتقال حالت کوانتومی بین گره های متقابل بطور کامل صورت بگیرد ارائه می دهیم.

فصل ۲

مواد و روشها