



دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر
گروه مخابرات

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته
مخابرات، گرایش مخابرات میدان و موج

عنوان

محاسبه میدانهای تشعشعی دوقطبی در حضور ماتریال با استفاده از تئوری تصویر

استادان راهنما

دکتر سعید نیک مهر و دکتر شهرام حسین زاده

پژوهشگر

یونس رعدی

۱۳۹۰

نام خانوادگی دانشجو: رعدی

نام: یونس

عنوان: محاسبه میدانهای تشعشعی دوقطبی در حضور متامتریال با استفاده از تئوری تصویر

استادان راهنما: دکتر سعید نیک مهر و دکتر شهرام حسین زاده

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: مخابرات گرایش: مخابرات میدان و موج

دانشگاه: تبریز دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر

تاریخ فارغ التحصیلی: ۱۳۹۰

تعداد صفحات: ۶۵

واژگان کلیدی: فرامواد، تئوری تصویر

چکیده

در این پایان نامه هدف کلی بررسی تشعشع دوقطبی قرار گرفته بر روی نیم فضاهای متامتریالی می باشد. برای این منظور ضریب بازتاب فرنل مورد مطالعه قرار می گیرد. بسط های مختلفی برای جایگزینی ضریب بازتاب فرنل به منظور تحلیل ساده تر تشعشع دوقطبی بر روی نیم فضای متامتریالی ارائه می شود. با استفاده از بسط های ارائه شده، امپدانس ورودی دوقطبی های الکتریکی و مغناطیسی که به طور افقی و یا عمودی در بالای انواع نیم فضاهای متامتریالی قرار گرفته اند، مورد بررسی قرار می گیرد. در قسمت دوم پایان نامه با تلفیق دو روش تئوری تصویر گسسته و تئوری تصویر دقیق روش جدید و موثری برای تحلیل ساختار های متمرکز کننده امواج الکترومغناطیسی ارائه می گردد. ابتدا این روش تحلیل برای دوقطبی که در بالای نیم فضای متامتریالی قرار گرفته مورد مطالعه قرار می گیرد و با استفاده از روش ارائه شده، تحلیل فرایند متمرکز شدن امواج الکترومغناطیسی در این ساختار به طور کامل بررسی می شود. سپس این روش در بررسی فرایند متمرکز شدن امواج الکترومغناطیسی در لنز متامتریالی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. این روش دید جالب و متفاوتی از نحوه متمرکز شدن امواج الکترومغناطیسی و چگونگی شفاف و کدر شدن تصویر را ارائه می دهد.

تقدیم بہ

ہمدرد تہائی ہایم

مادرم

خدایا...^۱

به من زیستنی عطا کن که در لحظه مرگ، بر بی‌ثمری لحظه‌ای که برای زیستن گذشته است، حسرت نخورم و مُردنی عطا کن که بر بیهودگیش، سوگوار نباشم. بگذار تا آن را، خود انتخاب کنم، اما آنچنان که تو دوست می‌داری.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که شکنجه دیدن بخاطر تو، زندانی کشیدن بخاطر تو و رنج بردن به پای تو تنها لذت بزرگ زندگی من است، از شادی توست که من در دل می‌خندم، از امید‌رهایی توست که برق امید در چشمان خسته‌ام می‌درخشد و از خوشبختی توست که هوای پاک سعادت را در ریه‌هایم احساس می‌کنم. نمی‌توانم خوب حرف بزنم. نیروی شگفتی را که در زیر کلمات ساده و جمله‌های ضعیف و افتاده، پنهان کرده‌ام دریاب، دریاب.

تو می‌دانی و همه می‌دانند که زندگی از تحمیل لبخندی بر لبان من، از آوردن برق امیدی در نگاه من، از برانگیختن موج شعفی در دل من، عاجز است.

تو، چگونه زیستن را به من بیاموز، چگونه مردن را خود خواهم آموخت. به من توفیق تلاش در شکست، صبر در نومیدی، رفتن بی‌همراه، جهاد بی‌سلاح، کار بی‌پاداش، فداکاری در سکوت، دین بی‌دنیا، مذهب بی‌عوام، عظمت بی‌نام، خدمت بی‌نان، ایمان بی‌ریا، خوبی بی‌نمود، گستاخی بی‌خامی، قناعت بی‌غرور، عشق بی‌هوس، تنهایی در انبوه جمعیت، و دوست داشتن بی‌آنکه دوست بداند، روزی کن.

اگر تنها ترین تنها شوم، باز خدا هست

او جانشین همه نداشتن‌هاست...

^۱مناجاتی از دکتر علی شریعتی.

سپاس‌گزاری...^پ

سپاس خداوندگار حکیم را که با لطف بی‌کران خود، آدمی را زیور عقل آراست.
از استاد عزیزم جناب آقای دکتر سعید نیک مهر، به خاطر اینکه به من آموختند رویاهایت را فرومگذار که بی
آنان زندگانی را امیدی نیست و بی امید زندگانی را آهنگی نیست سپاسگزارم،
از استاد عزیزم جناب آقای دکتر شهرام حسین زاده، به خاطر اینکه به من آموخت چگونه متفاوت بیاندیشم
تشکر می‌کنم،
بر دستان مادرم، خداوندگار عشق، که زندگی در ضربان قلبش ابراز وجود می‌کند بوسه میزنم و یاد می‌کنم
از پدرم که شتابناک و با اشتیاقی وصف ناشدنی به دیدار خداوندگار رفت و همواره دعای ایشان نگهبان و
پشتیبان من است.
و همچنین از حمایت‌های برادر نازنینم صمیمانه تشکر می‌کنم.

یونس رحمدی
۱۳۹۰

فهرست مطالب

| | |
|----|--|
| ۱ | لیست تصاویر |
| ۴ | ۱ مروری بر کارهای پیشین |
| | ۲ مطالعه امپدانس ورودی دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی عمودی قرار گرفته بر روی نیم فضای |
| ۷ | متامتریالی تلفاتی |
| ۷ | ۱.۲ مقدمه |
| ۸ | ۲.۲ فرمولاسیون مساله |
| ۸ | ۱.۲.۲ دوقطبی الکتریکی عمودی |
| ۱۰ | ۲.۲.۲ دوقطبی مغناطیسی عمودی |
| ۱۲ | ۳.۲ حل دقیق انتگرال امپدانس با استفاده از تقریب عبارت زیر انتگرال |
| ۱۶ | ۴.۲ نتایج و بررسی |
| ۲۱ | ۵.۲ نتیجه گیری |
| | ۳ مطالعه امپدانس ورودی دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی افقی قرار گرفته بر روی نیم فضای متامتریالی |
| ۲۲ | تلفاتی |
| ۲۲ | ۱.۳ مقدمه |
| ۲۳ | ۲.۳ فرمولاسیون مساله |
| ۲۳ | ۱.۲.۳ دوقطبی الکتریکی افقی |
| ۲۴ | ۲.۲.۳ دوقطبی مغناطیسی افقی |
| ۲۴ | ۳.۳ حل دقیق انتگرال امپدانس با استفاده از تقریب عبارت زیر انتگرال |
| ۲۸ | ۴.۳ نتایج و بررسی |
| ۳۰ | ۵.۳ نتیجه گیری |

۴ ارائه روش جدیدی برای بررسی نحوه متمرکز شدن امواج الکترومغناطیسی در نیم فضاهای متامتریالی

| | |
|----|---|
| ۳۴ | |
| ۳۴ | مقدمه ۱.۴ |
| ۳۴ | فرمولاسیون مساله ۲.۴ |
| ۳۹ | بررسی ضریب بازتاب و معرفی تصاویر گسسته ۳.۴ |
| ۴۴ | کاربرد روش ارائه شده در بررسی ساختارهای متمرکزکننده ۴.۴ |
| ۴۷ | نتیجه گیری ۵.۴ |

۵ بررسی لنز متامتریالی لایه ای با استفاده از روش ارائه شده

| | |
|----|----------------------|
| ۵۰ | |
| ۵۰ | مقدمه ۱.۵ |
| ۵۰ | فرمولاسیون مساله ۲.۵ |
| ۵۴ | نتیجه گیری ۳.۵ |

۶ نتیجه گیری کلی پیشنهادات

۶۰ مراجع

۶۲ واژه نامه فارسی به انگلیسی

۶۳ واژه نامه انگلیسی به فارسی

لیست تصاویر

| | | |
|----|--|--|
| ۸ | ۱.۲ | (a) هندسه مساله برای دوقطبی الکتریکی و (b) هندسه مساله برای دوقطبی مغناطیسی . |
| ۱۳ | ۲.۲ | مسیر انتگرال گیری در صفحه u_0 |
| ۱۵ | ۳.۲ | شرایط همگرایی |
| | ۴.۲ | ارزیابی و دقت سنجی عبارت ارائه شده برای VED روی نیم فضا با $ \mu_r = \varepsilon_r = 10$ |
| ۱۷ | 10 و $S = 10$ | |
| | ۵.۲ | ارزیابی و دقت سنجی عبارت ارائه شده برای VMD روی نیم فضا با $ \mu_r = \varepsilon_r = 10$ |
| ۱۸ | 10 و $S = 10$ | |
| | ۶.۲ | تغییرات امپدانس VED بالای نیم فضا با مواد مختلف با $ \mu_r = 10$ ، $ \varepsilon_r = 10$ و |
| ۱۹ | $S = 10$ | |
| | ۷.۲ | تغییرات امپدانس VMD بالای نیم فضا با مواد مختلف با $ \mu_r = 10$ ، $ \varepsilon_r = 10$ و |
| ۱۹ | $S = 10$ | |
| | ۸.۲ | مقایسه نتایج حالتی که از بسط مرتبه اول دوجمله ای استفاده شده با نتایج بدست آمده از |
| ۲۰ | روش دقیق برای نیم فضا با $ \mu_r = 1$ ، $ \varepsilon_r = 10$ و $S = 10$ | |
| | ۹.۲ | مقایسه نتایج حالتی که از بسط مرتبه اول دوجمله ای استفاده شده با نتایج بدست آمده از |
| ۲۰ | روش دقیق برای نیم فضا با $ \mu_r = 1$ ، $ \varepsilon_r = 10$ و $S = 1$ | |
| | ۱۰.۲ | مقایسه نتایج حالتی که از بسط مرتبه اول دوجمله ای استفاده شده با نتایج بدست آمده از |
| ۲۱ | روش دقیق برای نیم فضا با $ \mu_r = 1$ ، $ \varepsilon_r = 10$ و $S = 0.01$ | |
| ۲۳ | ۱.۳ | (a) هندسه مساله برای دوقطبی مغناطیسی و (b) هندسه مساله برای دوقطبی الکتریکی . |
| ۲۶ | ۲.۳ | مسیر انتگرال گیری در صفحه u_0 |
| | ۳.۳ | ارزیابی و دقت سنجی عبارت ارائه شده برای HED در روی نیم فضا با $ \varepsilon_r = 10$ ، |
| ۲۹ | 10 و $ \mu_r = 10$ و $S = 10$ | |

| | | |
|----|-----|---|
| ۲۹ | ۴.۳ | ارزیابی و دقت سنجی عبارت ارائه شده برای HMD در روی نیم فضا با $ \varepsilon_r = 10$ ، و $ \mu_r = 10$ و $S = 10$ |
| ۳۰ | ۵.۳ | تغییرات امپدانس HED در روی نیم فضا با مواد مختلف با $ \varepsilon_r = 10$ ، $ \mu_r = 10$ و $S = 10$ |
| ۳۲ | ۶.۳ | تغییرات امپدانس HMD در روی نیم فضا با مواد مختلف با $ \varepsilon_r = 10$ ، $ \mu_r = 10$ و $S = 10$ |
| ۳۲ | ۷.۳ | مقایسه نتایج حالتی که از بسط مرتبه اول دوجمله ای استفاده شده با نتایج بدست آمده از روش دقیق برای نیم فضا با $ \varepsilon_r = 10$ ، $ \mu_r = 1$ و $S = 1$ |
| ۳۳ | ۸.۳ | مقایسه امپدانس ورودی برای حالتی که دو قطبی های الکتریکی افقی و عمودی روی نیم فضای DNG قرار گرفته اند |
| ۳۳ | ۹.۳ | مقایسه امپدانس ورودی برای حالتی که دو قطبی های مغناطیسی افقی و عمودی روی نیم فضای DNG قرار گرفته اند |
| ۳۵ | ۱.۴ | هندسه مساله |
| ۴۲ | ۲.۴ | شماتیک محل تصاویر |
| ۴۴ | ۳.۴ | مقایسه نتایج روش های تقریبی و دقیق برای $ \Pi_z^s $ |
| ۴۵ | ۴.۴ | قسمت حقیقی d_i برای $\varepsilon_r = -1$ |
| ۴۶ | ۵.۴ | قسمت موهومی d_i برای $\varepsilon_r = -1$ |
| ۴۷ | ۶.۴ | توزیع پتانسیل: تصویر شفاف |
| ۴۸ | ۷.۴ | توزیع پتانسیل: تصویر کدر |
| ۴۹ | ۸.۴ | قسمت حقیقی d_i برای $\varepsilon_r = -2$ |
| ۴۹ | ۹.۴ | قسمت موهومی d_i برای $\varepsilon_r = -2$ |
| ۵۱ | ۱.۵ | هندسه مساله |
| ۵۴ | ۲.۵ | قسمت حقیقی d_i برای $\varepsilon_r = -1$ |
| ۵۵ | ۳.۵ | قسمت موهومی d_i برای $\varepsilon_r = -1$ |
| ۵۶ | ۴.۵ | توزیع پتانسیل: تصویر شفاف |
| ۵۶ | ۵.۵ | توزیع پتانسیل: تصویر کدر |
| ۵۷ | ۶.۵ | قسمت حقیقی d_i برای $\varepsilon_r = -1$ |
| ۵۷ | ۷.۵ | قسمت موهومی d_i برای $\varepsilon_r = -1$ |

- ۱.۶ بررسی تئوری مساله بر روی نیم فضاهاهایی که قسمتهای حقیقی ضرایب گذردهی الکتریکی
و نفوذپذیری مغناطیسی صفر می باشد. ۵۹

فصل ۱

مروری بر کارهای پیشین

از سال ۱۹۶۸ با معرفی متامتریال^۱ این مواد به عنوان کلاس جدیدی از مواد الکترومغناطیسی مورد توجه قرار گرفته اند [۱]-[۲]. این مواد با کاربرد های فراوان و گوناگونی در المان های میکروویوی^۲ و آنتنی مورد استفاده قرار گرفته اند [۳]-[۵]. روشهای مختلفی برای ساخت موادی با ضرایب گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی منفی ارائه شده است^۳ [۶]-[۹]. بنابراین با گسترش روزافزون این روشها، امروزه داشتن ماده متامتریالی با پارامترهای دلخواه یک فرض محتمل است. قبل از گسترش استفاده از متامتریالها در ساختارهای میکروویوی و نوری، بررسی نحوه پراکنش میدانهای الکترومغناطیسی از متامتریال ها لازم است. با این وجود، تاکنون بررسی های تئوری زیادی در مورد نحوه پراکنش میدانهای الکترومغناطیسی از متامتریالها صورت نپذیرفته است [۱۰]-[۱۱]. پراکنش میدانهای الکترومغناطیسی یک دوقطبی از نیم فضای معمولی (ضرایب گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی مثبت)^۴ از سالهای دور موضوع تحقیقات فراوانی بوده است. در این بررسی ها به طور کلی مطالعه پراکنش بر مبنای تبدیل منابع با استفاده از تبدیلات بسل-فوریه^۵ بوده است. اگرچه تاکنون گزارش های فراوانی بر مبنای این روش های کلاسیک ارائه شده است، بهینه سازی و بررسی ابعاد مختلف این روش کماکان مورد بررسی می باشد. مرور مناسبی از روش بسل فوریه در [۱۲] آورده شده است.

زمانی که در محیط مواد تلفاتی وجود داشته باشد، مهمترین جنبه از تشعشع در این سیستم بازدهی توان می باشد. در اینجا، مقدار توان تلف شده در نیم فضای پایین در مقایسه با میزان توان تشعشع شده از دوقطبی زمانی که در فضای آزاد قرار گیرد، مورد توجه است. همانطوریکه در [۱۳] بررسی شده است، به جای استفاده

^۱Metamaterial

^۲Microwave

^۳ENG(ϵ Negative), MNG(μ Negative), DNG(ϵ and μ Negative)

^۴DPS(ϵ and μ Positive)

^۵Bessel-Fourier

از روش پیچیده انتگرال گیری از قسمت حقیقی بردار پوینتینگ^۶ روش بسیار ساده تر محاسبه مستقیم میزان تغییرات امپدانس^۷ ورودی به عنوان معیاری کمی برای تلفات اعمالی به ساختار است. ساده ترین روش برای انجام این بررسی مطالعه تغییرات امپدانس ورودی دوقطبی در اثر قرارگیری در مجاورت نیم فضای تلفاتی از مقدار این امپدانس هنگامی که دوقطبی در فضای آزاد قرار گرفته، می باشد. تغییرات امپدانس دوقطبی کوتاه روی زمین تلفاتی بوسیله محققین فراوانی در سالهای دور مطالعه شده است. بیان انتگرالی برای تغییرات امپدانس بر مبنای پارامترهای نیم فضا و ارتفاع و فرکانس دوقطبی در [۱۳]-[۱۶] مورد مطالعه قرار گرفته است. در [۱۵]-[۱۶] بیان مناسبی برای تغییرات امپدانس دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی عمودی بر روی نیم فضای متشکل از مواد معمولی با $\mu_r = 1$ و بر مبنای سری هایی با سرعت همگرایی بالا ارائه شده است. حل این انتگرالهای امپدانس همچنین با دو روش تصویر گسسته و پیوسته توسط همین محققین در [۱۵]-[۱۶] ارائه شده است. اخیرا در [۱۷] بیان دقیقی برای میدانهای الکترومغناطیسی دوقطبی مغناطیسی عمودی در نزدیکی مواد تلفاتی معمولی ارائه شده است.

در دو فصل آغازین این پایان نامه، عبارت تحلیلی دقیقی برای امپدانس دوقطبی کوتاه که در بالای نیم فضاهای متامتریالی تلفاتی قرار گرفته ارائه می گردد. بیان مناسبی برای تقریب ضریب بازتاب فرنل^۸ ارائه خواهد شد. روش ارائه شده کاربرد خود را در تحلیل ساختارهای میکرواستریپی که از متامتریال استفاده می کنند خواهد یافت. ابتدا این تحلیل برای دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی عمودی صورت پذیرفته، سپس تحلیل مشابهی برای دوقطبی های الکتریکی و مغناطیسی افقی ارائه خواهد شد.

در این قسمت از مقدمه به بررسی تاریخچه مختصری از تئوریهای تصویر گسسته و دقیق خواهیم پرداخت. همانطوریکه در قسمت ابتدایی مقدمه نیز ذکر شد در [۱۵] با استفاده از بیان مناسب برای ضریب بازتاب فرنل، تئوری تصویر گسسته بنا نهاده شده است. در [۱۸] روش استفاده از تبدیل لاپلاس^۹ برای اولین بار ارائه و سپس در [۱۹]-[۲۱] با استفاده از این ایده تئوری تصویر دقیق پایه ریزی شد. استفاده از تئوری پرتو [۲۲] و یا روش بسط موج مسطح [۲۳] برای بررسی پراکنش موج در ساختارهای متمرکزکننده مورد استفاده قرار گرفته است. تئوری پرتو قادر به تعیین اندازه میدانها در اطراف نقطه تمرکز نمی باشد. بسط موج مسطح نیز گرچه قادر به تعیین این میدانها می باشد ولی حجم و پیچیدگی محاسباتی بالایی را به همراه خواهد داشت. لذا نیاز به روشی که در عین کارایی در تحلیل ساختارهای متمرکزکننده، از محاسبات بسیار ساده ای نیز برخوردار باشد، احساس می شود. در دو فصل انتهایی از پایان نامه با تلفیق دوروش تئوری تصویر گسسته و تئوری تصویر دقیق و با معرفی بیان جدیدی برای ضریب بازتاب فرنل، روش بسیار کارا و ساده ای برای

^۶ Poynting

^۷ Impedance

^۸ Fresnel

^۹ Laplace

تحلیل ساختارهای متمرکز کننده ارائه خواهد شد.

فصل ۲

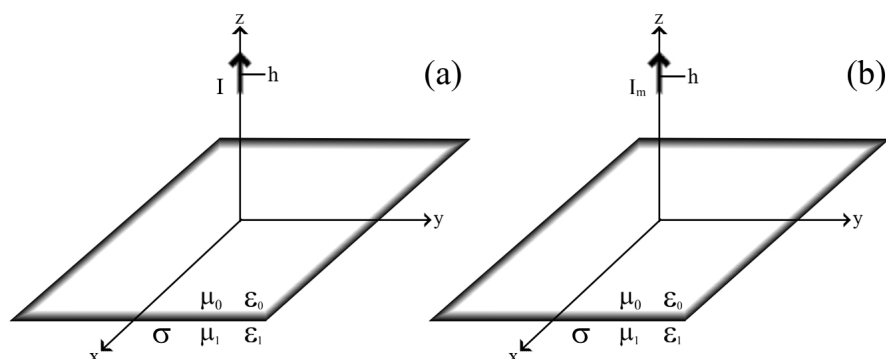
مطالعه امپدانس ورودی دوقطبی الکتريکی و مغناطیسی عمودی قرار گرفته بر روی نیم فضای متامتریالی تلفاتی

۱.۲ مقدمه

در این بخش بیان تحلیلی دقیق برای امپدانس ورودی دوقطبی الکتريکی و مغناطیسی عمودی که در بالای نیم فضای تلفاتی، با ضرایب گذردهی الکتريکی و نفوذپذیری مغناطیسی دلخواه، قرار گرفته ارائه می شود. برای این منظور، تغییرات امپدانس به فرمهای انتگرالی نمایش داده خواهد شد. برای نیم فضای متامتریالی، بیان مناسبی برای تقریب ضریب بازتاب فرنل ارائه می گردد. با استفاده از این عبارت تقریبی، انتگرالهای امپدانس به صورت تحلیلی حل شده و فرمولهای تحلیلی برای تغییرات امپدانس بدست می آیند. نتایج برای نیم فضای متامتریالی با نتایج برای نیم فضای تشکیل شده از مواد معمولی (ضرایب گذردهی الکتريکی و نفوذپذیری مغناطیسی مثبت) مقایسه شده و تفاوت های اساسی بین این دو توضیح داده می شود. تاثیر تغییر علامت ضرایب گذردهی الکتريکی و نفوذپذیری مغناطیسی در نیم فضا بر تغییرات امپدانس دوقطبی الکتريکی عمودی مورد مطالعه قرار گرفته و نتایج با حل عددی انتگرالها مورد مقایسه قرار می گیرد. نشان داده خواهد شد که برای مقادیر مختلف ارتفاع، تلفات نیم فضا و همچنین فرکانس نتایج بدست آمده از دو روش حل تقارب خوبی دارند. برای دوقطبی در نزدیکی نیم فضای متامتریالی با تلفات کم نتایج باز نزدیک بوده ولی تقارب بهتر با استفاده از تقریب های مرتبه بالا برای ضریب بازتاب بدست خواهد آمد.

۲.۲ فرمولاسیون مساله

در این بخش دوقطبی تشعشی الکتریکی و مغناطیسی هرتز^۱ در فضای آزاد در نظر گرفته می شود. دوقطبی در فاصله $z = h$ بالای نیم فضای تلفاتی با ضرایب گذردهی الکتریکی و نفوذپذیری مغناطیسی دلخواه قرار گرفته است. شماتیک مساله در شکل (۱.۲) نشان داده شده است. به منظور یافتن تغییرات امپدانس دوقطبی، میدانهای نزدیک بایستی محاسبه گردند. برای دوقطبی الکتریکی عمودی میدانهای الکتریکی و برای دوقطبی مغناطیسی عمودی میدانهای مغناطیسی باید در نظر گرفته شوند. امپدانس ورودی در بخش زیر برای هر دو نوع دوقطبی بدست آورده می شود.



شکل ۱.۲: (a) هندسه مساله برای دوقطبی الکتریکی و (b) هندسه مساله برای دوقطبی مغناطیسی

۱.۲.۲ دوقطبی الکتریکی عمودی

تغییرات امپدانس ورودی برای دوقطبی الکتریکی عمودی با طول dl و جریان I بر حسب میدانهای پراکنده شده از رابطه زیر بدست می آید [۱۳] ،

$$\Delta Z = \lim_{\substack{z \rightarrow h \\ \rho \rightarrow 0}} \frac{-E_z^s dl}{I}. \quad (1.2)$$

میدان پراکنده شده، E_z^s ، را می توان از حل معادله موج برای پتانسیل هرتز در دو ناحیه به صورت زیر بدست آورد

$$\nabla^2 \Pi - \gamma_i^2 \Pi = -\frac{I dl}{j 2 \pi \omega \epsilon_0} \delta(\rho) \delta(z - h), \quad (2.2)$$

^۱Hertz

که در آن،

$$\Pi = (0, 0, \Pi_z) \quad (۳.۲)$$

و $\gamma_i, i = 0, 1$ ثابت های انتشار مختلط برای دو محیط می باشند که از روابط زیر بدست می آیند،

$$\begin{aligned} \gamma_0^2 &= j\omega\mu_0(j\omega\varepsilon_0) & z > 0 \\ \gamma_1^2 &= j\omega^2\mu_0\varepsilon_0\mu_r(S|\varepsilon_r| + j\varepsilon_r) & z < 0 \end{aligned} \quad (۴.۲)$$

$$S = \frac{\sigma}{\omega|\varepsilon_r|}.$$

در مختصات استوانه ای حل ۲.۲ برای Π شامل ترکیب خطی از توابع ویژه ^۲ به صورت زیر خواهد بود:

$$\Pi_z = \exp[\pm(\lambda^2 + \gamma^2)^{1/2}z] \begin{cases} \cos(n\phi)J_n(\lambda\rho) \\ \sin(n\phi)Y_n(\lambda\rho) \end{cases} \quad (۵.۲)$$

که در آن، λ مقدار ویژه ^۳ می باشد. از آنجایی که حل ها بایستی برای $\rho = 0$ مقدار متناهی داشته باشند (البته جز در منبع) و با توجه به اینکه میدانها نسبت به محور z متقارن می باشند، بنابراین پتانسیل ها جمع آثار توابع مشخصه با عدم وابستگی به ϕ خواهند بود،

$$J_0(\lambda\rho) \exp[\pm(\lambda^2 + \gamma^2)^{1/2}z]. \quad (۶.۲)$$

بنابراین،

$$\Pi_z = \frac{Idl}{j4\pi\omega\mu_0} \begin{cases} \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) \left(e^{-u_0|z-h|} + R_e e^{-u_0(z+h)} \right) \frac{\lambda d\lambda}{u_0}, & z > 0 \\ \int_0^\infty T_e J_0(\lambda\rho) e^{u_1 z} d\lambda, & z < 0 \end{cases} \quad (۷.۲)$$

که در آن R_e و T_e به ترتیب ضرایب بازتاب و انتقال مجهول می باشند و $u_i, i = 0, 1$ به ترتیب زیر است:

$$u_i = (\gamma_i^2 + \lambda^2)^{1/2}, \quad i = 0, 1 \quad (۸.۲)$$

^۲Eigen functions

^۳Eigen value

۲. مطالعه امپدانس ورودی دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی عمودی قرار گرفته بر روی نیم فضای متامتریالی تلفاتی ۱۰

با، $\text{Re}(u_i > 0)$. میدانهای الکترومغناطیسی به صورت زیر بدست می آیند،

$$\begin{aligned} E &= \nabla(\nabla \cdot \Pi) - \gamma^2 \Pi \\ H &= \hat{y} \nabla \times \Pi \end{aligned} \quad (9.2)$$

که در آن، $\hat{y} = \sigma + j\omega\epsilon$ مشخص کننده ویژگی محیط است. با جایگذاری Π از (۷.۲) و اعمال شرایط مرزی مناسب در $z = 0$ ، عبارت زیر برای ضرایب مجهول بدست می آید،

$$\begin{aligned} R_e &= \frac{\hat{y}_1 u_0 - u_1}{\hat{y}_1 u_0 + u_1} \\ T_e &= \frac{2\lambda}{\hat{y}_1 u_0 + u_1} e^{-u_0 h} \end{aligned} \quad (10.2)$$

بنابراین میدانهای پراکنده شده با استفاده از رابطه (۹.۲) بدست می آیند. حال پس از برخی عملیات ریاضی روی (۱۰.۲)، تغییرات امپدانس نرمالیزه شده^۴ برای دوقطبی الکتریکی عمودی می تواند به صورت زیر بیان شود،

$$\frac{\Delta Z}{R_{e0}} = \frac{3}{2\gamma_0^3} \int_0^\infty R_e e^{-2u_0 h} \frac{\lambda^3}{u_0} d\lambda \quad (11.2)$$

که در آن، R_e از رابطه (۱۰.۲) مشخص بوده و $R_{e0} = 20 (k_0 dl)^2$ امپدانس تشعشی دوقطبی الکتریکی در فضای آزاد است.

۲.۲.۲ دوقطبی مغناطیسی عمودی

تغییرات امپدانس ورودی برای دوقطبی مغناطیسی عمودی با مساحت حلقه dA و جریان I_m می تواند با استفاده از رابطه زیر محاسبه گردد، [۱۳]،

$$\Delta Z = j\omega\mu_0 \lim_{\substack{z \rightarrow z_0 \\ \rho \rightarrow 0}} \frac{H_z^s dA}{I_m}. \quad (12.2)$$

به روش مشابه با دوقطبی الکتریکی، میدان پراکنده شده را می توان با حل معادله موج برای پتانسیل مغناطیسی هرتز (Π^*) به صورت زیر بدست آورد،

$$\nabla^2 \Pi^* - \gamma_i^2 \Pi^* = -\frac{I_m dA}{j2\pi\mu_0\omega} \delta(\rho)\delta(z-h), \quad (13.2)$$

^۴Normalized

با

$$\Pi^* = (0, 0, \Pi_z^*). \quad (۱۴.۲)$$

حل برای این معادله برابر خواهد بود با،

$$\Pi_z^* = \frac{IdA}{4\pi} \begin{cases} \int_0^\infty J_0(\lambda\rho) \left(e^{-u_0|z-h|} + R_m e^{-u_0(z+h)} \right) \frac{\lambda d\lambda}{u_0}, & z > 0 \\ \int_0^\infty T_m J_0(\lambda\rho) e^{u_1 z} d\lambda, & z < 0 \end{cases} \quad (۱۵.۲)$$

که در آن R_m و T_m به ترتیب ضرایب بازتاب و انتقال مجهول می باشند. میدانهای الکترومغناطیسی را می توان با استفاده از روابط زیر بدست آورد،

$$\begin{aligned} E &= -\hat{z} \nabla \times \Pi^* \\ H &= \nabla(\nabla \cdot \Pi^*) - \gamma^2 \Pi^* \end{aligned} \quad (۱۶.۲)$$

که در آن $\hat{z} = j\omega\mu$ مشخص کننده ویژگی محیط است. با جایگذاری از (۱۵.۲) و اعمال شرایط کرانه ای مربوط در $z = 0$ ، ضرایب مجهول به صورت زیر بدست می آیند،

$$\begin{aligned} R_m &= \frac{\frac{\hat{z}_1}{\hat{z}_0} u_0 - u_1}{\frac{\hat{z}_1}{\hat{z}_0} u_0 + u_1}, \\ T_m &= \frac{2\lambda}{\frac{\hat{z}_1}{\hat{z}_0} u_0 + u_1} e^{-u_0 h}. \end{aligned} \quad (۱۷.۲)$$

بنابراین، میدانهای پراکنده شده می توانند از رابطه (۱۶.۲) بدست می آیند.

$$\frac{\Delta Z}{R_{m0}} = \frac{3}{2\gamma_0^3} \int_0^\infty R_m e^{-2u_0 h} \frac{\lambda^3}{u_0} d\lambda \quad (۱۸.۲)$$

که در آن R_m با استفاده (۱۷.۲) بدست می آید و $R_{m0} = 20 (k_0^2 dA)^2$ امپدانس تشعشی دوقطبی مغناطیسی در فضای آزاد می باشد. این رابطه مشابه (۱۱.۲) برای امپدانس دوقطبی الکتریکی عمودی می باشد.

۳.۲ حل دقیق انتگرال امپدانس با استفاده از تقریب عبارت زیر انتگرال

با توجه به شباهت روابط (۱۱.۲) و (۱۸.۲) برای امپدانس دوقطبی های الکتریکی و مغناطیسی عمودی، این انتگرالها را می توان به فرم کلی زیر نوشت،

$$\frac{\Delta Z}{R_0} = \frac{3}{2\gamma_0^3} \int_0^\infty Re^{-2u_0h} \frac{\lambda^3}{u_0} d\lambda \quad (19.2)$$

با تعریف R به صورت،

$$R = \frac{eu_0 - u_1}{eu_0 + u_1} \quad (20.2)$$

بطوریکه برای دوقطبی الکتریکی و مغناطیسی عمودی، e به ترتیب برابر \hat{y}_1/\hat{y}_0 و \hat{z}_1/\hat{z}_0 می باشد و

$$R_0 = \begin{cases} R_{e0} = 20 (k_0 dl)^2, & \text{VED} \\ R_{m0} = 20 (k_0^2 dA)^2, & \text{VMD} \end{cases} \quad (21.2)$$

حال با تغییر متغیر انتگرال گیری به u_0 ، مسیر انتگرال گیری روی محور موهومی از γ_0 شروع و تا مبدا ادامه می یابد، سپس روی محور حقیقی تا ∞ ادامه پیدا می کند. مسیر انتگرال گیری در شکل (۲.۲) نشان داده شده است. مسیر انتگرال گیری دیگری نیز وجود دارد که از $-\gamma_0$ تا مبدا و سپس از آنجا تا $-\infty$ ادامه می یابد، ولی این مسیر نامناسب می باشد زیرا در ارتفاع های بزرگ مقدار زیر انتگرال نامحدود خواهد بود. بنابراین برای (۱۹.۲) خواهیم داشت،

$$\frac{\Delta Z}{R_0} = \frac{3}{2\gamma_0^3} \int_{\gamma_0}^\infty R (u_0^2 - \gamma_0^2) e^{-2u_0h} du_0. \quad (22.2)$$

با تعریف،

$$\alpha_0 \triangleq (u_1^2 - u_0^2)^{\frac{1}{2}} = (\gamma_1^2 - \gamma_0^2)^{\frac{1}{2}}, \quad (23.2)$$

بنابراین،

$$\alpha_0 = [\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 (1 - \mu_r \varepsilon_r) + j\omega^2 \varepsilon_0 (\mu_r |\varepsilon_r| S)]^{\frac{1}{2}}. \quad (24.2)$$