بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک

عنوان:

سالیتونها و برگشت FPU

استاد راهنما:

دکتر پروین اسلامی

مشاور:

دکتر محسن سربیشه‌ای

نگارش:

زینب نوریان

تابستان ۱۳۸۷

منت خدای را عزو جل که طاعتش موجب قربتست و به شکر اندرش مزید نعمت. هر نفسی که فرو می رود ممد حیاتست و چون بر می آید مفرح ذات. پس در هر نفس دو نعمت است و بر هر نعمت شکری واجب.

از دست و زبان که برآید کز عهده شکرش بدر آید

سپاس خدای را که نعمت بر ما تمام کرد و روزیمان نمود تا بر خوان کرم امام هشتم کسب علم کنیم که لان شکرتم لازیدنکم.

باشد که سایه حمایت آن امام همام هیچگاه از سرمان کم نشود و هرکجا باشیم گدای این بارگاه باشیم.

یا علی بن موسی الرضا (ع)!

اگر از آسمان افتم امید زندگی دارم اگر از طاق ابرویت بیافتم بر نخواهم خاست

وتقدیم

به صدر نشینان گمنام کوهستانی که با سکوت خود فریاد می کنند: عشق فقط در کتابها نیست و هنوز می توان عاشق زیست. آفتابی لب درگاه شماست که اگر در بگشایید به رفتار شما می تابد.

هرگز نمرد آنکه دلش زنده شد به عشق　　　ثبت است بر جریده عالم دوام ما

آموختنی های این پایان نامه حاصل یاری خوبانی است که تا به امروز در تاریکی ابهام لحظه های بی پاسخم روشنی را به من هدیه دادند و
این فراز را بر من هموار نمودند. یاریشان را می ستایم و نامشان را در اولین لوح ماندگارم می نگارم.

با تشکر از مادرم که با صبرش مهر مادری را به تمامی عیان نمود و عشقش همواره حامی لحظات دشوار من بود و پدرم که با استواریش،
استقامت و سخت کوشی را به من آموخت.

حمایت های بی شائبه و همه جانبه استاد بزرگوارم خانم دکتر اسلامی را ارج می نهم که به حق، بی یاری ایشان هرگز قادر به انجام این کار
نبودم.

از جناب آقای دکتر سربیشه ای که در طول کار از راهنمایی های ایشان بهره مند بودم و همچنین از جناب آقای دکتر گروسی و
جناب آقای دکتر جاویدان که قبول زحمت نموده و مطالعه ان پایان نامه را بر عهده گرفتند فراوان سپاسگزارم.

در نهایت با تشکر از تمامی کسانی که مهرورزیشان در طول سالیان، روشنگر تاریکی های راهم بود و بایسته است که نام ایشان را بر برگی
زرین بنگارم و تنها نامی را که می توانم برایشان برگزینم "دوست" است و بس.

چکیده

فرمی ، پاستا و یولام با شبیه‌سازی یک زنجیر ۳۲ ذره‌ای غیرخطی، علی‌رغم انتظار رفتارهای آماری مشاهده کردند که سیستم به حالت اولیه برمی‌گردد. این معما با درنظرگرفتن سیستم به صورت پیوسته و با استفاده از توصیف سالیتونی حل شد. در این پایان‌نامه با شبیه‌سازی مساله *FPU* و اضافه کردن جملات غیرخطی مراتب بالاتر ، معادلات فرم نرمال این سیستم‌ها را در حالت پیوسته به‌دست آوردیم و نشان‌دادیم در سیستم‌هایی که معادلات فرم نرمال جوابهای هموار دارند، می‌توان پدیده *FPU* را مشاهده کرد. هرگاه معادلات فرم نرمال سیستم تکینه شوند پدیده *FPU* هم ناپدید می‌شود. در قسمت دوم مقایسه بین مدلهای *FPU* با مدل کاملا انتگرال‌پذیر *Toda* انجام شده و با انتخاب شرایط اولیه سالیتونی تحول این سیستم‌ها بررسی شده‌است.

فهرست

پیشگفتار

مدت زمان طولانی است که برای توصیف پدیده‌های طبیعت از قوانین خطی استفاده می‌کنیم. به عنوان مثال: معادلات نیوتن، معادلات ماکسول و معادلات شرودینگر همه خطی‌اند و با استفاده از آنها فقط پاسخ خطی سیستم نسبت به تحریک خارجی بدست آمده است. در حقیقت می دانیم که اغلب دستگاههای فیزیکی ومعادلات حاکم بر آنها غیر خطی اند. انشتین معتقد بود که قوانین طبیعت نمی توانند خطی باشند و پیشنهاد داد، از آنجا که معادلات اساسی فیزیک غیرخطی‌اند، باید در ریاضیات فیزیک تجدید نظر شود. به هر حال تعداد زیادی از سیستم‌های واقعی غیرخطی‌اند در حالی که اغلب مدلهای تئوری هنوز هم برپایه یک توصیف خطی قرار دارند. برای بررسی مسایل غیرخطی می‌توان اثرات غیرخطی را به عنوان اختلالهایی کوچک به مدل خطی که با ریاضیات آن آشنا هستیم، اضافه کرد.

این خطی کردن‌ها ابزارهایی تقریب زننده هستند که ناتوانایی ما را در برخورد با مساله اصلی نشان می‌دهند. هر چند موارد فیزیکی بسیاری وجود دارند که در آنها تقریب خطی برای اهداف ما ارزشمند و مناسب است، با این حال این حقیقت وجود دارد که در بسیاری از موارد دیگر، خطی کردن قابل توجیه نیست. تقریب خطی گاهی می‌تواند رفتارهای مشخص سیستم را از بین ببرد و مطلقا غلط باشد.

روش دیگر برای بررسی مسایل غیر خطی، استفاده از ریاضیات غیرخطی و معادلات غیرخطی است. هر چند بخش گسترده‌ای از ریاضیات به این مقوله می‌پردازد، اما همچنان اطلاعات اندکی از سیستم های غیرخطی و معادلات حاکم بر آنها در دست است و ابزارهای لازم برای حل این مسایل پیچیده وجود ندارد. روش دیگر که در حل مسایل غیرخطی خیلی کاربرد دارد، استفاده از محاسبات عددی و شبیه سازی‌های کامپیوتری است. در ابتدا از کامپیوترها فقط برای محاسبات حجیم و پیچیده استفاده می‌شد. امروزه علاوه بر محاسبات، استفاده گسترده از کامپیوترها در شبیه سازی مسایل و ترتیب دادن آزمایشات عددی، بسیار متداول است. برای محک-زدن حدس‌های نظری در جایی که ابزار تحلیلی کافی برای حل مسایل غیرخطی وجود ندارد، می‌توان از

آزمایشات عددی به خوبی بهره گرفت. هر چند این آزمایشها پیچیدگی‌های آزمایش حقیقی را ندارند، در بعضی زمینه‌ها آنقدر در مورد نتایج آنها به اطمینان رسیده‌ایم که اگر نتایج این محاسبات با نتایج تجربی در تناقض باشند، در نتایج تجربی شک می کنیم. قابلیت آزمایش شرایط مختلف و تغییر آسان پارامترهای مساله آزمایشگاه وسیعی با قابلیت فراوان برای شناخت هر چه بهتر جهان اطراف در اختیار ما قرار داده است.

در سال ۱۹۵۵، فرمی، پاستا و یولام، برای اولین بار از محاسبات عددی در شبیه سازی یک سیستم غیر خطی فیزیکی استفاده کردند [۱] . این آزمایش که به نام آزمایش FPU معروف شده است نقطه شروع آزمایشهای عددی در شناخت طبیعت می‌باشد، همانطور که نقطه شروع یکسری مطالعات روی سیستم‌های غیرخطی هم به حساب می‌آید. در این آزمایش به منظور تخمین آهنگ گرمایی شدن یک کریستال غیرخطی یک بعدی زنجیری ۶۴ ذره‌ای در نظر گرفتند که ذرات مجاور در این زنجیر با هم برهمکنش غیر خطی داشتند. پتانسیل بر همکنش شامل پتانسیل نوسانگر هماهنگ بود که تصحیحات غیرخطی قانون هوک به صورت جملات اختلالی، به این پتانسیل اضافه شده بودند. سیستم غیرخطی فوق، با تعداد درجات آزادی زیاد آن به نظر می‌رسید که سیستمی ارگودیک باشد و مستقل از شرایط اولیه، مشابه یک سیستم آماری رفتار کند. در حالت اولیه سیستم را در اولین مد بهنجارآن قرار دادند و با شبیه سازی مدل و بررسی تحول سیستم بر حسب مدهای فوریه انتظار داشتند که به علت حضور جفت شدگی‌های غیرخطی انرژی ذخیره شده در اولین مد با گذشت زمان به سایر مدها منتقل شود و نهایتاً به تعادل گرمایی و همپاری انرژی برسد. نتایج محاسبات فوق نشان می‌داد که هر چند در ابتدا سایر مدهای سیستم برانگیخته می‌شدند، برخلاف پیش‌بینی‌های آماری با گذشت زمان، تقریباً همه انرژی به مد اولیه برمی‌گشت. از طرفی سیستم‌های غیرخطی‌تر در زمانهای کوتاهتری به حالت اولیه برمی‌گشتند. این برگشت که به برگشت FPU معروف شده، تا ده سال به عنوان یک معما برای جامعه فیزیک مطرح بود و برای حل آن کوششهای مختلفی صورت گرفت.

در سال ۱۹۶۵، زابوسکی و کروسکال، با انجام آزمایشی مشابه و در نظر گرفتن زنجیری پیوسته از ذرات، برگشت *FPU* را به خوبی توسط مدل سالیتونی توجیه کردند [۲]. در این شبیه سازی سیستم را به صورت یک ریسمان غیرخطی پیوسته در نظر گرفتند و دریافتند که برای دامنه‌های کوچک نوسانات ریسمان *FPU* پیوسته، به خوبی توسط معادله KdV توصیف می‌شود.

معادله KdV دسته‌ای از امواج غیرخطی را توصیف می‌کند که در محیطهایی با پراکندگی ضعیف حضور دارند. در این محاسبات به جای در نظر گرفتن مدهای بهنجار، جا به جایی ذرات در فضای حقیقی بررسی شد و نشان دادند که با گذشت زمان یکسری برانگیختگی غیر خطی در سیستم تشکیل می‌شود. با بررسی ویژگی‌های این برانگیختگی‌ها، از آنجا که برخورد آنها مشابه برخورد ذرات بود در تناظر با الکترون و پروتون و .... این موجودات غیرخطی را سالیتون نامیدند.

سالیتونهای فوق جوابهای جایگزیده معادله KdV بودند که با دامنه‌ها و سرعت‌های متفاوت حرکت می‌کردند و بدون آنکه تغییری در شکل و سرعت آنها ایجاد شود، با هم برخورد می‌کردند. پایداری سالیتونها در برخورد منجر به برگشت ریسمان *FPU* به حالت اولیه می‌شد و بدین صورت اولین توضیح قانع کننده برای برگشت *FPU* ارائه شد.

فصل اول

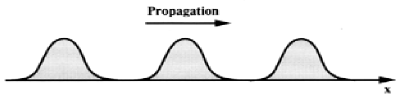
سالیتون برانگیختگی غیرخطی

مقدمه

برای فهمیدن پدیده‌های غیرخطی ابتدا باید پدیده‌های خطی را شناخت. بدین منظور امواج خطی را در یک محیط ایده‌آل (خلا) در نظر می‌گیریم. در حالت کلی می‌توان موج را به صورت انتشار یک حالت از حرکت در ماده، تعریف کرد که در ذات خود مفهوم تناوبی بودن را در بردارد.

معادله موج در یک بعد:

$$\Box\Phi = \left(\frac{1}{C^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial x^2}\right)\Phi = 0 \qquad (۱-۱)$$



شکل ۱-۱: انتشار موج در محیط خطی.

معادله فوق دارای جوابی تناوبی به صورت یک موج خطی $\Phi(x \pm Ct)$ است اگر این جواب دارای خصوصیات ۱ و ۲ باشد.

۱- بدون هیچ تغییر شکل و با سرعت ثابت $C=\omega/k$ در خلا حرکت کند.

از آنجا که $\Phi(x \pm Ct)$ تناوبی است، می توان آن را برحسب امواج تخت $\sin(kx \pm \omega t)$ و $\cos(kx \pm \omega t)$ بسط داد.

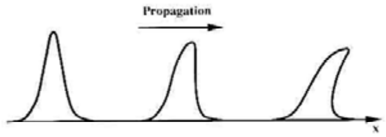
$$\Phi(x \pm Ct) = \int dk\left[a(k)\cos(kx \pm \omega t) + b(k)\sin(kx \pm \omega t)\right] \qquad (۲-۱)$$

از آنجا که در همه مولفه‌ها، سرعت موجی $C=\omega/k$ یکسان است، باعث می‌شود سرعت کل موج ثابت بماند و شکل آن حفظ شود.

۲- در یک سیستم خطی اصل برهم نهی برقرار است. یعنی اثر نهایی، برآیند اثرات اولیه به صورت مستقل است $\Phi=\Phi_1+\Phi_2$. در نتیجه در سیستمی شامل چند بسته موج، بعد از برخورد سرعت و شکل بسته‌های موج درحد مجانبی حفظ شده و مشابه حالت آنها قبل از برخورد می‌باشد.

با انتخاب یک Φ جایگزیده، می‌توان یک موج جایگزیده داشت.

بحث بالا مربوط به حالت ایده‌آل خلا بود. در حقیقت سرنوشت موج بستگی به خصوصیات محیطی دارد که در آن منتشر می‌شود. از جمله اثرات محیطی، غیر خطی بودن محیط است که باعث تغییر شکل امواج بادامنه‌های بلند می‌شود.



معادله موج درمحیط غیر خطی:

$$\Box\Phi + \Phi^3 = 0 \qquad (۱-۲)$$

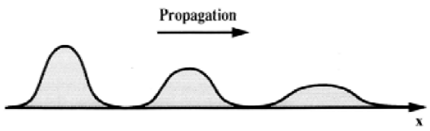
شکل ۱-۲: انتشار موج در محیط غیرخطی.

عامل دیگر تغییر شکل موج، پراکندگی محیط است. برای طول موج‌های مختلف، مولفه‌های تشکیل دهنده موج سرعت‌های متفاوتی دارند. در این حالت شکل هم پراکنده می شود و ثابت نمی‌ماند.

معادله موج در محیط پراکنده کننده:

$$\Box\Phi + m^2C^2\Phi = 0 \qquad (۱-۳)$$

$$w^2 = k^2C^2 + m^2C^4 \rightarrow \frac{w}{k} = \sqrt{C^2 + \frac{m^2C^4}{k^2}}$$



شکل ۱-۳: انتشار موج در محیط پراکنده‌کننده .

در سال ۱۸۵۴ راسل[۱] تشکیل یک قله منفرد در سطح آب را مشاهده کرد که با سرعت زیادبدون هیچ تغییر شکل یا کاهش سرعت در طول کانال پیش می‌رفت.

این امواج منفرد بدون هیچ تغییر شکلی از یکدیگرعبور می‌کردند.

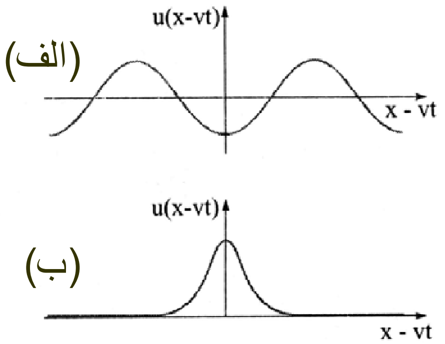
سئوال: چگونه می‌شود موجی فواصل طولانی را بدون هیچ اتلاف و تغییر شکلی طی کند؟

شکل ۱-۴: قله منفرد مشاهده شده توسط راسل.

آیا ممکن است جمله پراکننده کننده و غیرخطی اثر همدیگر را طوری خنثی کند که خصوصیات ۱ و ۲ پا برجا باقی بماند؟

۱- J.Scott Russel.

موج سالیتاری[1]- سالیتونها[2]:



شکل ۱-۵: (الف) یک موج خطی تناوبی و (ب) یک موج سالیتاری.

موج سالیتاری جواب یک معادله موج غیرخطی است با چگالی انرژی جایگزیده $\varepsilon(x,t)$ که انرژی آن بقا داردو با گذشت زمان شکل و سرعت اولیه خود را حفظ می‌کند. موج سالیتاری فقط وقتی می‌تواند وجود داشته باشد که اثرات پراکندگی و غیرخطی به صورت دقیقی همدیگر را خنثی کنند.

غیرخطی بودن محیط می‌خواهد قله را تیز کند درحالی که پراکندگی می‌خواهد آن را پهن کند. موج سالیتاری بین این دو نیروی ویرانگر زندگی می‌کند. بنابراین توازن غیرخطی و پراکندگی علت وجود امواج سالیتاری است و در این حالت موج سالیتاری پایدار می‌ماند. درمحیط غیرخطی، امواج سالیتاری خصوصیت ۱ امواج خطی در خلاء را حفظ می‌کنند. دسته‌ای از امواج سالیتاری که خصوصیت ۲ موجهای خطی در خلا را نیز حفظ می‌کنند، سالیتون نامیده می‌شوند. در حد مجانبی سالیتونها بعد از برخورد شکلها و سرعت‌های اولیه خود را باز می‌یابند.

از نظر ریاضاتی سالیتونها جوابهای جایگزیده معادلات انتگرال پذیرند در حالی که امواج سالیتاری، جوابهای جایگزیده معادلات انتگرال ناپذیر می‌باشد.

خصوصیت جالب سالیتونها این است که مشابه ذرات با هم برخورد می‌کنند. هر چند شرایط حضور سالیتونهای حقیقی سخت‌تر از موجهای سالیتاری است، در ادبیات روزمره برای همه این مفاهیم از لفظ سالیتون

۱-Solitary Weave
۲-Soliton.

استفاده می‌شود. سالیتونها امواج غیرخطی جایگزیده و پایداری هستند که پایداری آنها باعث می‌شود بتوانند آشفتگی‌های بزرگ را در خود حفظ کنند و به صورت بسیار موثری انرژی متمرکز شده را منتقل کنند. با این تعریف بسیاری از پدیده‌های طبیعت که برانگیختگی‌های غیر خطی هستند در دسته برانگیختگی‌های سالیتونی جای می‌گیرند[۲۱].

از جمله این سالیتونها می‌توان از امواج سالیتاری سطح آب، سالیتونهای اتمسفری و گردبادها، سالیتونهای اقیانوسی، گرداب در ابرشاره‌ها، امواج آکوستیک در شبکه کریستالی، سالیتونهای مغناطیسی، سالیتونهای اپتیکی، کوانتوم‌های شار مغناطیسی و حرکت جفت‌های کوپر در ابر رساناها، سالیتونهای ذرات بنیادی، امواج سالیتونی در پلاسما، پالسهای فشار خون و ضربان قلب، پالسهای عصبی، انقباضات ماهیچه‌ای، نقص‌های توپولوژیکی در جامدات و ... نام برد.

در این فصل که اختصاص به معرفی اجمالی سالیتونها دارد، سه معادله غیرخطی KdV، SG، NLS را که در مبحث سالیتونها خیلی اهمیت دارند، معرفی کرده وجوابهای سالیتونی آنها را بررسی می‌کنیم [۳].

معادله KdV:

در سال ۱۸۷۱، بوزینسک[۱] نشان داد که موج سالیتاری راسل می‌تواند وجود داشته باشد و به صورت تقریبی شکل و سرعت آن را محاسبه کرد. سرانجام در سال ۱۸۹۵، کورتوگ[۲] و دی‌ورایز[۳] معادله (۱-۴) را بدست آوردند که بر وجود امواج سالیتاری تاکید داشت و به نام معادله KdV مشهور شد.

رابطه (۱-۵) جواب سالیتونی این معادله است.

$$u_t = 6\, u u_x - u_{xxx} \qquad (۱-۴)$$

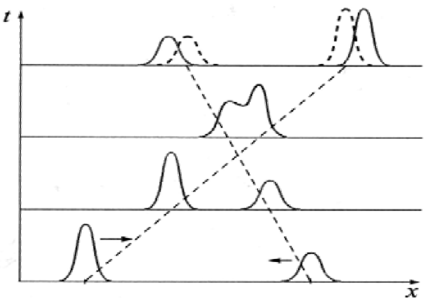
$$u(x,t) = u_0 \sech^2\left(\frac{x - vt}{l}\right) \qquad (۱-۵)$$

۱-Boussinesq.
۲- Korteweg
۳-De Vries.

امواج سالیتاری در شرایط خاصی که جملات پراکندگی و غیرخطی کاملاً همدیگررا خنثی می کنند، می‌توانند تشکیل شوند. این امواج بتدریج به سالیتونهایی تبدیل می شوند که توسط معادله KdV توصیف شده و جوابهای سالیتونی این معادله می‌باشند.

جواب معادله KdV ، یک پالس تک جهتی را توصیف می‌کند که دامنه آن با سرعتش متناسب است. این جواب می‌تواند شبیه یک پالس انرژی، بدون پخش و با سرعت یکنواخت حرکت کند و بعد از برخورد با سایر پالسها، دوباره بدون تغییر شکل ظاهر شود. در حضور اثرات اتلافی این پالس به صورت پیوسته آهسته شده و سرانجام نابود می‌شود.

خصوصیات شبه ذره‌ای در سالیتونها KdV



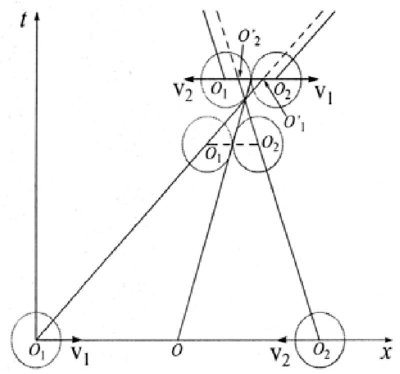
شکل ۱-۶: برخورد بین دو موج سالیتاری.

در شبیه سازی رفتار سالیتونها در فصلهای بعد، برخورد دو سالیتون KdV مشاهده می‌شود.

می خواهیم کاملا کلاسیکی به این قضیه نگاه کنیم .

با انتخاب دو سالیتون با دامنه‌های مختلف (از آنجا که در سالیتونها KdV دامنه با سرعت متفاوت است، سرعت این دو سالیتون با هم متفاوت است.) وقتی سالیتونها به هم نزدیک می‌شوند، سرعت موج بلندتر کاهش می‌یابد در حالی که موج کوتاهتر شتاب می‌گیرد و سرعت آن افزایش می‌یابد، نهایتاً دو پالس بدون این که در هم نفوذ کنند ارتفاع و سرعت‌هایشان را با هم مبادله می‌کنند و از هم دور می‌شوند در حالی که ظاهراً به نظر می‌رسد از هم رد شده‌اند بدون این که تغییر شکل داده باشند و تنها اثر باقی مانده از این برخورد یک شیفت فازی است، به این معنی که اکنون موج بلندتر (کوتاهتر) اندکی جلوتر (عقب‌تر) از مکانی است که اگر برخوردی صورت نمی‌گرفت در آن مکان وجود داشت. بنابراین سالیتونها در هم نفوذ نمی‌کنند و برخورد آنها مشابه برخود توپهای تنیس است.

در برخورد دو توپ تنیس کاملاً مشابه که فقط دارای حرکت انتقالی‌اند، در لحظه برخوردبدون این که توپها از هم عبور کنند خصوصیات سینماتیکی خود را با هم عوض می‌کنند.



شکل ۱-۷: برخورد بین دو توپ تنیس.

به نظر می‌رسد که توپها از هم عبور کرده‌اند و فقط یک شیفت مکانی در مرکز توپها نسبت به حرکت بدون برخورد آنها چیزی است که نشان دهنده وقوع برخورد بین توپ‌هاست. این نوع شیفت مکانی وقتی اتفاق می‌افتد که زمان برخورد $\Delta t = (t_2 - t_1)$ کوچکتر از زمان مشخصه $\frac{2R}{V}$ باشد درجایی که R شعاع توپ‌هاست.

با توجه به خاصیت شبه ذره‌ای این سالیتونها، می‌توان آنها را به صورت ذرات کلاسیکی در نظر گرفت و برای آنها طبق روابط (۱-۶) ، (۱-۷) ، (۱-۸) و (۱-۹) به ترتیب جرم و مومنتوم و انرژی و مرکزجرم تعریف کرد.

$$M = \frac{1}{2}\int u dx \qquad (۱-۶)$$

$$p = -\frac{1}{2}\int u^2 dx \qquad (۱-۷)$$

$$E = \frac{1}{2}\int \left(2u^2 + u_x{}^2\right) dx \qquad (۱-۸)$$

$$x_s = \frac{1}{6}\int x u dx = tp + const \qquad (۱-۹)$$

معادله ساین-گوردن SG:

معادله ساین- گوردن تقریباً آسان‌ترین معادله غیرخطی در محیط تناوبی است که در تئوری ماده چگال استفاده می‌شود. در ساختار کریستالی جامدات نقص‌های مخصوصی به صورت جابجاشدگی[1] مشاهده می‌شودکه ساکن نبوده و در ساختار کریستال حرکت می‌کنند. نقص‌هایی از این نوع که در ظاهر بلور قابل رویت‌اند، روی کل ساختار بلور اثر می‌گذارند. این جابجا شدگی‌ها بدون تغییر شکل و آزادانه در کریستال حرکت می کنند که تحول و برخورد آنها توسط توسط معادله SG توصیف می‌شود.

یکی از سیستم‌های دیگری که توسط معدله ساین گوردن توصیف می‌شود، زنجیری از آونگ‌هاست که انتهای آنها توسط فنر بهم وصل شده است. معادله ساین- گوردن را در این سیستم بررسی می‌کنیم.

$$\frac{\partial^2\theta(x,t)}{\partial t^2}-c_0\frac{\partial^2\theta(x,t)}{\partial x^2}+w_0{}^2\sin\theta=0 \qquad (c_0 \text{ سرعت موج خطی است}) \qquad (۱-۹)$$

اگر بخواهیم با استفاده از تقریب خطی سیستم را بررسی‌کنیم، جواب فیزیکی جایگزیده آن حذف می‌شود. اما بررسی معادله غیرخطی آن در حد پیوسته به معادله ساین- گردون منجر می‌شود که جواب جایگزیده دارد.

دراین معادله مشابه معادله KdV ، اثرات غیر خطی و پاشندگی هر دو حضور دارند. جواب سالیتونی این سیستم یک کینک است که دو حالت تعادل پایدار پتانسیل را بهم وصل می‌کند. در واقع این کینک یک برانگیختگی است که بین کمینه‌های انرژی مساله وارد شده است.

جواب معادله (۱-۹) یک سالیتون توپولوژیکی است که می‌توان آن را مشابه ذرات نسبیتی درنظرگرفت و برای آن جرم و انرژی و مومنتوم تعریف کرد.

در سیستم آونگ ها درجایی که a شعاع گلوله ها و d فاصله آونگ ها از هم است، دراین حالت جرم به صورت $m_0=\frac{8I}{ad}$ تعریف می شود. انرژی و مومنتوم به ترتیب طبق روابط(۱-۱۰) و (۱-۱۱) محاسبه می‌شوند.

۱-Dislocation.