بسم اللّه الرّحمن الرّحيم

به نام خدا

دانشکده علوم

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک (نجوم)

نورسنجی و تحلیل منحنی نوری ستاره دوتایی گرفتی GO Cyg در فیلتر های B و V

استاد راهنما :

دکتر عباس عابدی

نگارش :

محمد فرحی نژاد

مهر 1390

پروردگارا:

ای بخشاینده بی نیاز و ای واقف بر هر نهان و راز

ای آنکه عقول از فهم و عظمت بی انتهایت عاجزند

تو را سپاس می گویم هر چند که پیوسته لسانم از شمارش نعمتهایی که بر من عطا فرمودی قاصر است.

خدایا:

این بنده حقیر را لحظه ای به خویشتن رها مساز و حلاوت عبادت خالصانه را از وی دریغ مدار.

ای قادر مطلق:

توفیق انجام صادقانه تکالیف بندگی و ارائه خدمات علمی شایسته را از تو خواستارم.

تقدیم به پیشگاه :

ثامن الائمه (ع)

که توفیقات تحصیلم را مرهون آن حضرت می دانم.

تقدیم به

پدر عزیز و مادر مهربانم

و به دستهای پر از مهر آنان که درخت جوانی ام را شکوفا نمودند و اینک به پاس آن همه ایثار ثمره تلاشم را به قلبهای مهربانشان تقدیم می کنم

تقدیر و تشکّر

منت خدا را عزّ و جلّ که طاعتش موجب قربت است و به شکر اندرش مزید نعمت.

بر خود لازم می دانم که از زحمات بی شائبه و بی دریغ جناب استاد دکتر عباس عابدی که واقعاً در طول این مدّت بار راهنمائی های عالمانه و مدبرانه خود را همواره نمودند، تشکّر و قدردانی نمایم و آرزوی قلبی خود را در جهت بهروزی و سعادت ایشان از درگاه خداوند متعال مسئلت دارم. همچنین از جناب آقای دکتر رضا پژوهش و دکتر کاظم نفیسی به خاطر پیشنهادهای سازنده خود و دقّت در تصحیح پایان نامه تشکّر و قدردانی می نمایم. از دکتر محمد مهدی فیروزآبادی که وقت ارزشمند خویش را به عنوان نماینده تحصیلات تکمیلی این پایان نامه تخصیص دادند کمال سپاس گذاری را دارم. در اینجا لازم است از آقایان غلام حسین پور و صحرائی به خاطر همکاری در امور مربوط به کارهای رصدخانه، قدردانی نمایم.

برای هر رسیدنی مسیری است و پیمون هر مسیری هزاران دریچه ناامیدی و صدهای بن بست که جز با همدلی و همدردی دوستانی همراه، امکان پیمودن به آسانی میسر نیست.

از همکلاسی های عزیزم آقای فخرالدین اکبریان، خانم بهجت زارعی، خانم مرضیه مصطفائی، خانم سمانه عباسی و فاطمه الزهرا زراعتگری به خاطر همفکری و کمک هایشان در طول دوره کمال تشکّر را دارم.

دوستان گرامی آقایان : مصطفی رضایی، فرشید جعفریان، علیرضا صدیقی، مهدی روشنی، احمد ساعی، حسن آکی، قاسم حسین زاده، بهمن حسین زاده، وحید راغب، هادی ظریف، ارسلان فرهادی، محمد اسماعیل شهری، محمد زارع، ابوالفضل عبدالله زاده، عبدالله کلاته آقامحمدی، حمید دکاوتی

خانم ها: آخوندزاده، رضائیان، خزائی

از همراهی و همدلی و همدردی تان در تمام مسیری که پیمودنش را امید باشما بودن آسان می کرد ممنونم؛ آنقدر که برای تمامیتان آرزو می کنم رسیدن به آنچه، شایسته تان باشد.

از پدر و مادر عزیزم که همه موفقیت های طول عمرم را مدیون حمایت ها و هدایت های آنها می دانم نهایت سپاس گذاری را دارم و می دانم قلم و زبان در وصف این سپاسگذاری قاصر و ناتوانند. از خدای متعال طول عمر با عزّت و سلامتی کاملشان را مسئلت دارم.

همچنین از خواهران مهربانم و برادر عزیزم که همواره مشوق و موجب دلگرمی من بودند تشکّر می کنم و برای آنها آرزوی پیروزی دارم.

چکیده

ستارگان آسمان برخلاف چیزی که ما با چشم غیرمسلح در آسمان می بینیم به صورت تنها زندگی نمی کنند بلکه حدود ۵۰ درصد آنها دارای همدم هایی هستند و به صورت ستاره دوتایی زندگی می کنند. در این سیستم ها ستارگان به طور فیزیکی با هم در ارتباط هستند و تحت تاثیر جاذبه متقابل ناشی از گرانششان به دور هم می گردند. ستارگان دوتایی اطلاعات بسیاری از ستاره ها مانند جرم، شعاع، چگالی، دمای سطحی، تابندگی و آهنگ چرخش به ما می دهد.

در فصل اول به بررسی انواع سیستم های دوتایی، سپس به ساختار تحولی مولفه ها پرداخته و در نهایت چگونگی به دست آوردن جرم ستارگان دوتایی گرفتی می پردازیم. در فصل دوم مفاهیم و عوامل موثر بر تغییرات نور دریافتی از این سیستم ها، سپس روش های مختلف برای تحلیل منحنی نوری را معرفی می کنیم. در فصل سوم تاریخچه از سیستم دوتایی GO Cyg را بیان می کنیم. سپس گزارشی از رصد این سیستم در تابستان ۱۳۸۹ در رصدخانه دکتر مجتهدی ارائه شده است. در فصل چهارم به کمک داده های حاصل از نورسنجی منحنی نوری رصدی سیستم به دست آمد. و به کمک آنها ۵ زمان کمینه نور اعلام شده است. با استفاده از برنامه فوبه بهترین منحنی نوری نظری را ساخته و پارامترهای نسبی تعیین شده اند، به کمک داده های طیف سنجی هولمگرین در سال ۱۹۸۸م پارامترهای مطلق به دست آمده است. درنهایت به تحلیل منحنی o-c پرداخته دوره تناوب و آهنگ تغییرات آن تعیین شده، سپس حالات مختلف انتقال جرم در این سیستم را بررسی کرده ایم.

نتایج نشان می دهد که سیستم GO Cyg یک سیستم سه تایی است. همچنین این سیستم نیمه جدا بوده که مولفه اولیه روچ لوب خود را پر کرده و در حال انتقال جرم به همدم خود می باشد همچنین انتقال جرم پایستار در این سیستم رد می شود.

فهرست عناوین

فصل اول: سیستم های دوتایی..... ۱

۱-۱ تاریخچه..... ۲

۱-۲ انواع سیستم دوتایی..... ۳

۱-۲-۱ سیستم دوتایی نوری..... ۳

۱-۲-۲ سیستم دوتایی مرئی..... ۳

۱-۲-۳ سیستم دوتایی طیف سنجی..... ۶

۱-۲-۴ سیستم دوتایی طیفی..... ۷

۱-۲-۵ سیستم دوتایی نجوم سنجی..... ۷

۱-۲-۶ سیستم دوتایی گرفتی..... ۸

۱-۳ ستاره متغیر..... ۸

۱-۳-۱ متغیر هندسی..... ۹

۱-۳-۲ متغیر تپنده..... ۱۰

۱-۳-۳ متغیر انفجاری..... ۱۱

۱-۴ شکل گیری ستارگان دوتایی گرفتی..... ۱۱

۱-۴-۱ نظریه به دام افتادن..... ۱۲

۱-۴-۲ نظریه تکه تکه شدن ابرهای مولکولی..... ۱۲

۱-۴-۳ نظریه شکافت..... ۱۲

۱-۵ طبقه بندی ستارگان دوتایی گرفتی..... ۱۳

۱-۶ مدارهای ستارگان دوتایی.....۲۳
۱-۶-۱ شکل هندسی مدار.....۲۳
۱-۷ ستارگان دوتایی گرفتی.....۲۵
۱-۷-۱ اهمیت ستارگان دوتایی گرفتی.....۲۶
۱-۷-۲ گرفتی کامل.....۲۷
۱-۷-۳ گرفتی جزئی.....۲۸
۱-۷-۴ ستارگان دوتایی گرفتی طیف سنجی.....۳۱

فصل دوم: آنالیز منحنی ستارگان دوتایی گرفتی.....۳۶

۲-۱ مقدمه.....۳۷
۲-۲ عوامل موثر بر منحنی نوری ستارگان دوتایی.....۳۷
۲-۲-۱ پدیده گرفتی.....۳۷
۲-۲-۲ غیر کروی بودن ستاره ها.....۳۸
۲-۲-۳ اثر بازتاب.....۳۸
۲-۲-۴ اثر تاریکی گرانشی.....۳۹
۲-۲-۵ اثر تاریکی لبه.....۴۱
۲-۲-۶ لکه های ستاره ای.....۴۴
۲-۳ چگونگی تحلیل پارامترهای منحنی نوری.....۴۴
۲-۳-۱ روش ویلسون – دوینی.....۴۵
۲-۳-۲ فوبه.....۴۶

۲-۳-۳ باینری میکر.....۴۸

۲-۳-۴ کد نایت فایل.....۴۹

فصل سوم: مشاهده و نورسنجی سیستم دوتایی GO Cyg.....۵۰

۳-۱ مقدمه.....۵۱

۳-۲ نورسنجی ستاره.....۵۲

۳-۳ مشاهده ی ستاره.....۵۴

۳-۴ مراحل عملی رصد.....۵۵

۳-۵ مشاهده ستاره دوتایی GO Cyg.....۵۶

۳-۶ کاهش داده های نورسنجی.....۵۸

۳-۷ تاریخچه ستاره دوتایی GO Cyg.....۶۱

فصل چهارم: تحلیل منحنی نوری سیستم GO Cyg.....۶۴

۴-۱ منحنی نوری.....۶۵

۴-۲ زمان کمینه نوری.....۶۷

۴-۳ تعیین پارامترهای نسبی سیستم دوتایی گرفتی GO Cyg.....۷۳

۴-۴ تعیین پارامترهای مطلق سیستم دوتایی گرفتی GO Cyg.....۸۳

۴-۵ تحلیل تغییرات دوره تناوب.....۸۶

۴-۵-۱ پدیده اثر زمان انتقال نور.....۸۷

۴-۶ انتقال و اتلاف جرم.....۹۲

۴-۶-۱ انتقال جرم پایستار.....۹۳

۴-۶-۲ انتقال جرم ناپایستار.....۹۳

۴-۶-۳ حالت کلی انتقال جرم.....۹۵

۴-۷ بحث و نتیجه گیری.....۹۶

مراجع.....۹۸

فهرست اشکال

عنوان صفحه

شکل ۱-۱ مدار نسبی ظاهری ستاره..... ۴

شکل ۱-۲ نمودار مربوط به جرم – تابندگی..... ۶

شکل ۱-۳ موقعیت سطوح هم پتانسیل..... ۱۵

شکل ۱-۴ سطوح هم پتانسیل و موقعیت دو ستاره در سیستم های جدا..... ۱۶

شکل ۱-۵ سطوح هم پتانسیل و موقعیت دو ستاره در سیستم های نیمه جدا..... ۱۷

شکل ۱-۶ سطوح هم پتانسیل و موقعیت دو ستاره در سیستم های تماسی..... ۱۷

شکل ۱-۷ نمایی از سطوح روچ دو ستاره در فضای دو بعدی..... ۱۸

شکل ۱-۸ نمایی از سطوح روچ دو ستاره در فضای سه بعدی..... ۱۹

شکل ۱-۹ یک نمونه منحنی نوری از الغول ها..... ۲۰

شکل ۱-۱۰ یک نمونه منحنی نوری از بتا چنگ ها..... ۲۱

شکل ۱-۱۱ یک نمونه منحنی نوری از W دب اکبر ها..... ۲۲

شکل ۱-۱۲ نمودار حرکت دو مولفه در سیستم دوتایی..... ۲۴

شکل ۱-۱۳ تصویر هندسی گرفتی دو ستاره..... ۲۶

شکل ۱-۱۴ منحنی نوری ستاره برای گرفتی های کامل..... ۲۸

شکل ۱-۱۵ منحنی نوری ستاره برای گرفتی های جزئی..... ۲۹

شکل ۱-۱۶ موقعیت ستاره گرفتی در صفحه آسمان..... ۲۹

شکل ۱-۱۷ فواصل زمانی- مماسی و گرفتی ستاره در منحنی نوری..... ۳۱

شکل ۱-۱۸ تصویر مدار بیضی شکل بر صفحه آسمان..... ۳۲
شکل ۱-۱۹ سرعت شعاعی مربوط به ستاره طیف سنجی دو خط..... ۳۲
شکل ۲-۱ تغییرات بیضی شکل در منحنی نوری ستارگان دوتایی گرفتی..... ۳۸
شکل ۲-۲ اثر بازتاب بر منحنی نوری ستارگان دوتایی گرفتی..... ۳۹
شکل ۲-۳ اثر تاریکی لبه..... ۴۲
شکل ۲-۴ تغییرات در کمینه اول منحنی نوری به دلیل وجود لکه در دو فصل..... ۴۴
شکل ۲-۵ نمایشی از برنامه فوبه..... ۴۷
شکل ۲-۶ اثر نور سوم بر منحنی نوری ستارگان دوتایی گرفتی محاسبه شده توسط باینری میکر..... ۴۹
شکل ۳-۱ یک نمونه فتو مولتی پلایر..... ۵۳
شکل ۳-۲ ساختمان رصد خانه دکتر مجتهدی..... ۵۵
شکل ۳-۳ موقعیت صورت فلکی Cyg..... ۵۷
شکل ۳-۴ تغییرات قدر بر حسب زاویه سمت الراسی برای یک ستاره استاندارد..... ۶۰
شکل ۴-۱ منحنی نوری رصدی سیستم GO Cyg در صافی B..... ۶۵
شکل ۴-۲ منحنی نوری رصدی سیستم GO Cyg در صافی V..... ۶۶
شکل ۴-۳ محل قرار گیری لکه داغ در سیستم دوتایی گرفتی GO Cyg..... ۶۷
شکل ۴-۴ تابع لورنتسی تطبیق داده شده بر کمینه اول نور در تاریخ ژولی ۲۴۵۵۴۲۰..... ۶۸
شکل ۴-۵ تابع لورنتسی تطبیق داده شده بر کمینه اول نور در تاریخ ژولی ۲۴۵۵۴۱۷..... ۶۹
شکل ۴-۶ تابع لورنتسی تطبیق داده شده بر کمینه دوم نور در تاریخ ژولی ۲۴۵۵۴۱۱..... ۷۰
شکل ۴-۷ تابع لورنتسی تطبیق داده شده بر کمینه دوم نور در تاریخ ژولی ۲۴۵۵۴۱۶..... ۷۱
شکل ۴-۸ تابع لورنتسی تطبیق داده شده بر کمینه دوم نور در تاریخ ژولی ۲۴۵۵۴۸۰..... ۷۲
شکل ۴-۹ نمودار شدت بر حسب فاز در دو فیلتر B و V..... ۷۴

شکل ۴-۱۰ صفحه نمایش وارد کردن داده ها در برنامه فوبه.....۷۴

شکل ۴-۱۱ صفحه نمایش وارد کردن پارامتر ها در برنامه فوبه.....۷۵

شکل ۴-۱۲ تطبیق ابتدایی بین دو منحنی نوری رصدی و نظری.....۷۶

شکل ۴-۱۳ تطبیق اولیه بین دو منحنی نوری رصدی و نظری با آزاد گذاشتن پارامتر L_1.....۷۷

شکل ۴-۱۴ نمودار Σ بر حسب q.....۷۸

شکل ۴-۱۵ تطبیق منحنی نظری و رصدی در فیلتر B.....۷۸

شکل ۴-۱۶ تطبیق منحنی نظری و رصدی در فیلتر V.....۷۹

شکل ۴-۱۷ سربرگ فایل LC.out در برنامه فوبه.....۷۹

شکل ۴-۱۸ منحنی سرعت شعاعی سیستم GO Cyg.....۸۴

شکل ۴-۱۹ وضعیت قرار گیری ستاره های سیستم GO Cyg نسبت به سطوح روچ داخلی و خارجی..۸۵

شکل ۴-۲۰ منحنی O-C، سیستم GO Cyg همراه با بهترین سهمی منطبق بر آن.....۸۶

شکل ۴-۲۱ نمودار مقادیر باقیمانده پس از کسر سهمی منطبق داده شده بر داده های O-C.....۸۸

شکل ۴-۲۲ تطبیق تابع لورنتسی بر قله داده های باقیمانده O-C.....۸۹

شکل ۴-۲۳ نمودار داده های باقیمانده O-C همراه با بهترین منحنی نور – زمان منطبق بر آن.....۹۰

شکل ۴-۲۴ باقیمانده های نهایی از تفریق منحنی باقیمانده O-C و منحنی تطبیق شده بر آن توسط تابع نور – زمان.....۹۲

فهرست جداول

عنوان صفحه

جدول ۳-۱ مشخصات مکانی ستاره متغیر مشاهده شده..... ۵۷

جدول ۴-۱ مشخصات لکه سیستم GO Cyg..... ۶۶

جدول ۴-۲ کمینه های به دست آمده از نورسنجی دوتایی GO Cyg..... ۷۳

جدول ۴-۳ مقادیر $\sum(O-C)$ به ازای مقادیر مختلف q..... ۷۷

جدول ۴-۴ پارامترهای نسبی سیستم GO Cyg در صافی B..... ۸۰

جدول ۴-۵ پارامترهای نسبی سیستم GO Cyg در صافی V..... ۸۱

جدول ۴-۶ پارامترهای نسبی سیستم GO Cyg در صافی B+V..... ۸۲

جدول ۴-۷ مقایسه پارامترهای فیزیکی و هندسی به دست آمده از کار فعلی و دیگران..... ۸۳

جدول ۴-۸ پارامترهای مطلق سیستم GO Cyg..... ۸۵

جدول ۴-۹ ضرایب سهمی منطبق شده بر نمودار GO Cyg..... ۸۶

جدول ۴-۱۰ پارامترهای مداری سیستم سه تایی GO Cyg..... ۹۰

جدول ۴-۱۱ پارامترهای سیستم سه تایی GO Cyg..... ۹۱

فصل اول

سیستم های دوتایی

۱-۱ تاریخچه

در آسمان تاریک ما تعداد زیادی ستاره وجود دارد که بنظر می رسد خیلی از ستاره ها نزدیک بهم هستند و به صورت ستارگان دوتایی دیده می شوند. در برخی موارد در نزدیکی دو ستاره اثر پرتو افشانی مشاهده می شود و در بعضی موارد اثر پرتو افشانی وجود ندارد و ستاره ها دارای قید گرانشی هستند و دو ستاره بدور مرکز جرم مشترکشان در حال گردش می باشند.

کشف و مطالعه ستارگان دوتایی به ۳۰۰ سال قبل باز می گردد. اولین ستاره دوتایی در سال ۱۶۵۰ توسط جین ریچیولی[۱] ستاره شناس ایتالیایی کشف شد. در سال ۱۶۶۴م رابرت هوک[۲] دریافت که ستاره گاما در واقع یک جفت ستاره است. جون میشل[۳] در ضمن مقاله ای که مطالعه می کرد و با مشاهده نمودن چگالی سطحی در هر ناحیه آسمان، پی برد که خیلی از جفت ستاره ها به صورت دو ستاره خیلی نزدیک به هم که از نظر خواص فیزیکی مشابه هستند، ظاهر می شود. ویلیام هرشل[۴] در سال ۱۸۰۲م مقاله خود را با عنوان "یک ستاره دوتایی واقعی، متشکل از دو ستاره است که یکدیگر را جذب می کنند" ارائه داد، و داده های مشاهداتی که بعداً بدست آمد، نتایج میشل را تأیید می کرد. همچنین وی نشان داد تغییرات مکانی مؤلفه ها، به حرکت مداری دو ستاره حول یک مرکز مشترک برمی گردد. او در یک سال حدود ۵۰ جفت ستاره را مطالعه کرد که اغلب آنها ستارگان دوتایی بودند. شخص بعدی که در مورد جفت ستاره ها مطالعه کرد استراو[۵] در استونی[۶] در سال ۱۸۲۴م در مدت ۲ سال و ۱۲۰ شب در بررسی ۱۲۰۰۰۰ ستاره، ۳۰۰۰ ستاره دوتایی را کشف کرد. گام بعدی در کشف ستارگان دوتایی توسط دوپلر[۷] صورت گرفت که کشف او بر اساس رنگ ستارگان دوتایی بود. [۱]

یکسری از مشاهدات ستاره های دوتایی نشان می دهد که دو ستاره بدور مرکز جرم مشترک تحت گرانش هم حرکت می کنند و اکثریت ستاره ها دارای ستاره همدم هستند.

اهمیت ستارگان دوتایی به دو دلیل می باشد:

۱- تعداد زیاد آنها در آسمان است. لیتم[۸] در سال ۱۹۹۲م نتیجه گرفت که ستارگان دوتایی طیف سنجی در هاله کهکشان از نظر خواص شیمیایی و حرکت شناسی با هم متفاوت هستند. چون خیلی از ستاره های دوتایی کشف نشده اند فراوانی ستاره دوتایی مشاهده شده حدود ۲۰ درصد است. در مجاورت

[1] - Jean Riccioli
[2] - Robert houk
[3] - John Michell
[4] - William Herschel
[5] - Struve
[6] - Estonia
[7] - Doppler
[8] - Latham

خورشید به دلیل نزدیک بودن آنها به ما تغییرات حرکت شناسی شان قابل تعیین است. در مجاورت خورشید بیش از ۵۰ درصد ستاره ها، سیستم های دوتایی می باشند.

۲- منبع اصلی دانش ما در مورد ویژگی های اساسی ستاره ها، ستاره های دوتایی هستند که به کمک قوانین فیزیکی و رصد و تحلیل داده ها، خصوصیات مهم ستاره ها از قبیل جرم، شعاع، درخشندگی و دمای موثر ستاره ها قابل تعیین است، در حالیکه تعیین این پارامترها برای ستاره منفرد کار بسیار مشکلی است[۲].

۱-۲ انواع سیستم های دوتایی

با توجه به فاصله دو ستاره و درخشندگی ستاره ها، ۶ نوع سیستم دوتایی داریم:

۱-۲-۱ سیستم های دوتایی نوری[9]

مؤلفه های این سیستم وقتی در راستای خط دید قرار بگیرند بصورت ستاره های دوتایی مشاهده می شوند، اما چون تحت گرانش هم نیستند، در حقیقت ستاره دوتایی فیزیکی نیستند و بصورت مجزا نمی توان پارامترهای فیزیکی را برای آنها تعیین کرد [۳].

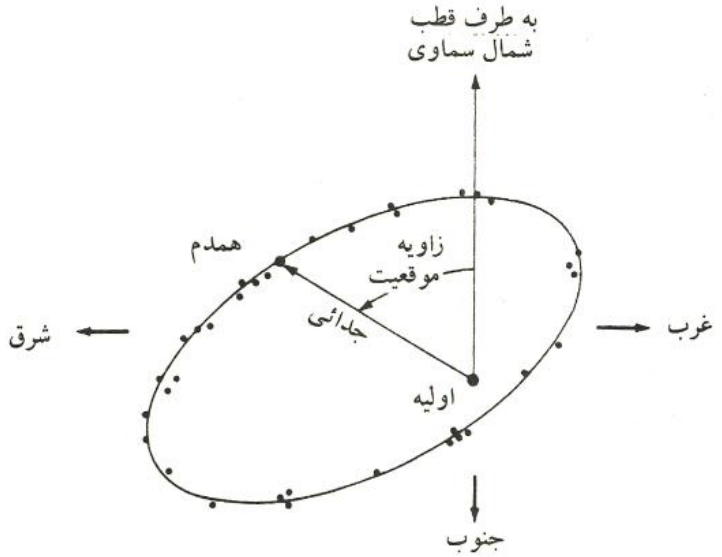
۱-۲-۲ سیستم های دوتایی مرئی[10]

مؤلفه های این سیستم بصورت جدا در تلسکوپ دیده می شوند. ستاره دوتایی مرئی، بسیار نزدیک به ما هستند و همچنین فاصله بین دو ستاره از مرتبه دهها تا چند صد AU است[2]. در جو آشفته زمین، تصویر مشاهده شده از یک ستاره بندرت با قطری کمتر ازً ۱ است. اعضا یک دوتایی مرئی در نقطه ای از حرکت مداری شان بایستی تحت زاویه ای بخوبی جدا شوند، و اگرنه دوتایی بودن آنها تفکیک نخواهد شد. برای مؤلفه های سیستم های مرئی این امکان است که بتوانیم برای هر دو مؤلفه جرم آنها را تعیین کنیم[۴]

[9] - Optical Double System
[10] - Visual Double System

الف) تعیین جرم ستارگان مرئی

مشاهده منفرد یک دوتایی مرئی (شکل ۱-۱) با دادن زاویه ظاهری جدائی (بر حسب ثانیه قوسی در آسمان) و زاویه فاز (زاویه تعیین شده از شمال به طرف شرق بر حسب درجه) از ستاره ضعیف تر (همدم) نسبت به ستاره روشن تر (اولیه) مشخص می شود. با گذشت زمان، این نقاط مدار نسبی ظاهری سیستم دوتایی را روی کره سماوی ترسیم می کنند.



شکل ۱-۱ مدار نسبی ظاهری یک دوتایی

نیروی گرانش دو جسم سبب می شود که طبق قانون کپلر این دو ستاره به دور مرکز جرم و همچنین به دور یکدیگر به گردند. بنابراین، مدار آنها یک مدار بیضی است و این حرکت مداری قانون مساحتهای مساوی و قانون سوم را تأیید می کند. عموماً مدار واقعی دیده نمی شود زیرا سطح مداری یک سیستم دوتایی ممکن است تحت هر زاویه ای نسبت به سطح آسمان قرار بگیرد. (زمانی که دو صفحه بر هم منطبق اند زاویه میل صفر و زمانی که مدار نیمرخ دیده شود زاویه میل ۹۰ درجه است). قانون مساحتهای مساوی (اما با ثابت تناسب متفاوت) برای مدار ظاهری (مداری که روی آسمان تصویر می شود) در دست می باشد و مدار حقیقی بیضوی همیشه به یک مدار ظاهری بیضی تصویر می گردد. کانون های مدارهای ظاهری، متناظر با کانون های مدار حقیقی نمی باشند. با اندازه گیری جابه جایی کانون اصلی نسبت به کانون ظاهری، می توانیم میل مدار نسبت به صفحه مماس بر روی کره سماوی تعیین کنیم؛ سپس خروج از مرکز و نیم محور اطول واقعی"a (بر جسب ثانیه قوسی) نیز می توانند تعیین شود.