تاسیس ۱۳۰۷
دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی
دانشکده مهندسی مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

(طراحی کاربردی)

طراحی و ساخت یک روبات آزمایشگاهی به منظور انجام بررسیهای کنترلی

نگارش : ابراهیم محمدی اصل

استاد راهنما : دکتر سید علی اکبر موسویان

خرداد ۱۳۸۲

پیشگفتار **۶**

فصل اول : مقدمه **۷**

۱-۱ زمینه ۷

۱-۲ تعریف مسئله ۹

۱-۳ اهداف پایان نامه ۱۰

فصل دوم : سینماتیک و دینامیک بازو **۱۱**

۲-۱ مقدمه ۱۱

۲-۲ بازوهای **Redundant** (تعریف) ۱۱

۲-۳ زمینه های کاری **Redundancy** ۱۲

۲-۳-۱ Obstacle Avoidance control ۱۲

۲-۳-۲ Singularity Avoidance ۱۳

۲-۳-۳ Fault Tolerant Control ۱۴

۲-۳-۴ مینیمم کردن اندازه سرعت یا انرژی جنبشی بازو ۱۵

۲-۴ سینماتیک بازو ۱۵

۲-۴-۱ نمادها ۱۵

۲-۲-۲ روابط سینماتیکی ۱۶

۲-۵ دینامیک بازو ۲۰

۲-۵-۱ استخراج مدل دینامیکی بازو ۲۰

۲-۵-۱-۱ نمادها ۲۰

۲-۵-۱-۲ روابط بر اساس زوایای نسبی ۲۱

۲-۵-۱-۳ روابط بر اساس زوایا و عملگرهای مطلق ۲۳

۲-۵-۱-۴ مقایسه دو فرمولاسیون ۲۴

۲-۵-۲ توزیع گشتاور عملگرها ۲۶

۲-۶ نتایج شبیه سازی ۲۷

۲-۶-۱ ارائه روش ۲۷

۲-۶-۳ نتیجه گیری ۳۱

فصل سوم : طراحی و ساخت روبات **۳۲**

۳-۱ مقدمه ۳۲

۳-۲ مکانیزم روبات ۳۲

۳-۲-۱ بدنه ۳۲
۳-۲-۲ میله ها ۳۴
۳-۲-۲-۱ میله اول ۳۴
۳-۲-۲-۲ میله دوم ۳۵
۳-۲-۲-۳ میله سوم ۳۵
۳-۲-۳ مزیت های مکانیزم ۳۵

۳-۳ مشخصات مکانیکی و ساختی روبات ۳۷
۳-۳-۱ بدنه اصلی روبات ۳۷
۳-۳-۲ میله ها ۳۸
۳-۳-۳ عملگرها ۳۸

فصل چهارم : چگونگی بهره برداری از روبات ۴۲

۴-۱ مقدمه ۴۲

۴-۲ نرم افزار ۴۲
۴-۲-۱ ساختار نرم افزار ۴۲
۴-۲-۲ تشریح نرم افزار اجرایی ۴۳
۴-۲-۲-۱ فرم اصلی ۴۳
۴-۲-۲-۲ قسمت دستی (Manual Frame) ۴۳
۴-۲-۲-۳ قسمت اتومات ۴۶
۴-۲-۲-۴ Emergency ۴۸

۴-۳ سخت افزار ۴۸

فصل پنجم : کنترل روبات ۵۰

۵-۱ مقدمه ۵۰

۵-۲ تقسیم بندی سینماتیکی الگوریتمها ۵۰
۵-۲-۱ الگوریتمهای مبتنی بر فضای کاری ۵۰
۵-۲-۱-۱ مزایای این الگوریتمها ۵۱
۵-۲-۱-۲ معایب این الگوریتمها ۵۲

۵-۳ بررسی و مقایسه ساختار کنترلی الگوریتمها ۵۲
۵-۳-۱ مقایسه MBA , TJ ۵۳

۵-۳-۱-۱ MBA ۵۴
۵-۳-۱-۲ TJ ۵۵
۵-۳-۲ MTJ ۵۵

فصل ششم : گسترش الگوریتم کنترلی TJ , MTJ ۵۷

۶-۱ مقدمه ۵۷

۶-۲ نقد **MTJ** ۵۷

۶-۳ ارائه الگوریتم کنترلی گسترش یافته (جدید) ۵۸
۶-۳-۱ اهداف الگوریتم کنترلی جدید ۵۸
۶-۳-۲ ایده اصلی ۵۹
۶-۳-۳ نمادها ۵۹
۶-۳-۴ فرمولاسیون ۶۰

۶-۴ مزایای نیروی F_a در کنار الگوریتم TJ ۶۱
۶-۴-۱ روابط گسترش یافته برای TJ ۶۱

۶-۵ مزایای نیروی F_a در کنار الگوریتم MTJ ۶۱
۶-۵-۱ روابط گسترش یافته برای MTJ ۶۲

فصل هفتم : نتایج مقایسه الگوریتمهای کنترلی ۶۴

۷-۱ مقدمه ۶۴

۷-۲ معیارهای مقایسه الگوریتمها ۶۴

۷-۲-۱ تعیین مسیر ۶۵

۷-۲-۲ تعیین بهره ها (محدوده گشتاورها) ۶۵

۷-۳ نمودارهای شبیه سازی **(Simulation)** ۶۶

۷-۳-۱ سرعتهای پایین ۶۶
۷-۳-۲ سرعتهای بالا ۶۹

۷-۴ نتایج حاصل در سرعتهای پایین ۷۱

۷-۵ نتایج حاصل در سرعتهای بالا ۷۱

فصل هشتم : نتایج تجربی مقایسه الگوریتمهای کنترلی ۷۳

۸-۱ مقدمه ۷۳

۸-۲ معیار مقایسه و تعیین مسیر ۷۳

۸-۳ نتایج تجربی الگوریتم کنترلی **TJ** ۷۴

۸-۴ بررسی مشکلات سخت افزار الکترونیکی ۷۵

فصل آخر: جمع بندی ۷۸

مراجع ۸۲

پیشگفتار

موضوع این پایان نامه شامل طراحی و ساخت یک بازوی مکانیکی روباتیک به عنوان یک Setup آزمایشگاهی مناسب برای مقایسه تجربی الگوریتمهای کنترلی می باشد که در مقطع کارشناسی ارشد به انجام رسیده است.

فصل اول این پایان نامه به بررسی و تعریف صورت مسئله و اهداف آن می پردازد. در فصل دوم به بررسی و تشریح روابط سینماتیکی و دینامیکی بازوهای روباتیک پرداخته شده است و فصل سوم شامل بخشهای مربوط به طراحی و ساخت بازوی مکانیکی می باشد. در فصل چهارم به تشریح عملکرد روبات اعم از نرم افزار و سخت افزار پرداخته شده است و فصل پنجم شامل بررسی و تقسیم بندی الگوریتمهای کنترلی می باشد.

در فصل ششم به ارائه راهکارهای جدید برای بهبود عملکرد الگوریتم کنترلی مورد نظر پرداخته شده و فصول هفتم و هشتم شامل قسمتهای مربوط به مقایسه عملکرد و نتایج مشابه سازی و نیز تجربی الگوریتمهای کنترلی می باشد.

فصل اول

مقدمه

۱-۱ زمینه

تقریبا همه ما بر این امر واقف هستیم که از نظر صنعتی، جامعه ما با دنیای مدرن چه فاصله زیادی دارد و هر چند که در زمینه مباحث آکادمیک و دانشگاهی سعی کرده ایم فاصله خود را با دنیای مدرن کاهش دهیم ولکن در زمینه مهندسی ساخت و تولید این فاصله قابل تامل است. باید اذعان داشت که امروزه آن چیزی که به دنیای مدرن قدرت داده و اساسا انسان را بر طبیعت مسلط تر کرده است، تکنولوژی مدرن و به عرصه عمل آوردن دانش جدید و تکیه بر مهندسی میباشد، که در این میان نقش اتوماسیون نیز بسی قابل تامل است.

روباتیک یکی از بارزترین شاخه های اتوماسیون می باشد که در جوامع مثل کشور ما هنوز جایگاهی برای آن متصور نیست و تقریبا تمامی کارهایی که در این زمینه انجام میشود توسط مراکز دانشگاهی و تحقِیقاتی صورت می گیرد.

استفاده از روباتهای صنعتی اولین بار در دهه ۱۹۶۰ توسط Joe Engle Berger , George Devol در کمپانی Unimation انجام شد. روباتها به همراه سیستمهای طراحی به کمک کامپیوتر (CAD) و تولید به کمک کامپیوتر (CAM) اصلی ترین مؤلفه های سیستمهای اتوماسیون میباشند. دقت عملکرد و قدرت تکرار پذیری روباتها موجب تولید بیشتر باکیفیت بهتر نسبت به روشهای سنتی می شود و به همین دلیل به تدریج روباتها در شاخه های مختلف صنعت جایگزین نیروی کار انسانی می شوند و رقابت در صنعت امروز بدون تکیه بر اتوماسیون امری غیر ممکن است.

از آنجایی که در شاخه های مختلف صنعت بر حسب نیاز از ماشینها و روباتهای متنوعی استفاده می کنند، واژۀ روبات یک واژۀ عام می باشد که مصادیق فراوانی در صنعت دارد. غالبا بر سر اینکه

روبات صنعتی دقیقا چیست بحث می شود ولی در این پایان نامه منظور از واژۀ روبات یک بازوی عامل مکانیکی است که دارای درجه آزادی مشخص و عملگرهای کافی می باشد.

در حقیقت بازوی مکانیکی یک سیستم دینامیکی شامل لینکهای مکانیکی که نسبت به همدیگر اتصال از نوع Prismatic (کشویی) یا Involutes (دورانی) دارند می باشد.

لذا برای ورود به مبحث روباتیک اولا باید بتوان توصیفی هندسی و ریاضی از چگونگی حرکت و پیکر بندی بازو(Configuration) داشت (سینماتیک) و ثانیا بتوان ارتباط رفتار سینماتیکی بازو را با نیروهای اعمالی از عملگرها بدست آورد (سینتیک) وثالثا با اعمال این نیروها به شیوه ای خاص بتوان بازو را وادار به حرکت در یک مسیر دلخواه کرد (کنترل). یعنی اینکه برای طراحی یا کنترل یک روبات قبل از هر کاری باید این سیستم دینامیکی را بتوان تحلیل کرد. قابل ذکر است که دینامیک ذاتا در مقایسه با استاتیک موضوع پیچیده تری است. شاید دلیل این امر به ساختار ذهنی ما انسانها بر میگردد، چرا که ذهن آدمی به اندازه ای که سرعت و جابجایی را درک میکند، درک آسانی از شتاب (و مشتقات بالاتر از دو) ندارد و بدست آوردن این درک نیاز به ممارست زیاد دارد. اصل دالامبر هم به خاطر شبیه سازی فضای دینامیکی و تبدیل آن به فضای استاسیکی ارائه شده است.

دینامیک بازوهای روباتیک دارای ترمهای غیر خطی و پیچیده ای میباشد که کنترل آن را از مسائل پیچیدۀ مهندسی می سازد.

موضوع این پایان نامه نیز با چنین پیچیدگی روبرو می باشد که در حقیقت بررسی، طراحی و ساخت یک روبات SCARA سه درجه آزادی و اعمال روشهای کنترلی بر روی آن را شامل می گردد.

از آنجایی که این روبات به عنوان Setup آزمایشگاهی برای کنترل مکانی مسیر فضای دکارتی (دو درجه آزادی) طراحی شده لذا دارای یک درجه آزادی مازاد (Redundant) برای مانور روشهای کنترلی می باشد. در این روبات با انتخاب مکانیزم مناسب تمام عملگرها را روی پایه ثابت گرفتیم و

تمام اندازه گیری های مفصلی هم مطلق می باشد، که در حقیقت به سیستم انتقال قدرت آن باز می گردد. با این تدبیر شرایط را برای انتخاب عملگرهای مناسب و نسبتا بزرگ مهیا کرده و لذا این روبات قابلیت انجام مانورهای پرشتاب آزمایشی را دارا می باشد.

۱-۲ تعریف مسئله

طراحی و ساخت یک بازوی روباتیک صفحه ای با سه درجه آزادی برای اعمال الگوریتمهای کنترلی (Positioning Control) و مقایسهٔ عملکرد آنها موضوع این پایان نامه میباشد. طبیعی است که مقایسه تمام الگوریتمها نه معقول و نه امکان پذیر است، لذا در این پایان نامه تنها به مقایسه الگوریتمهای خانواده TJ خواهیم پرداخت. از آنجا که هر الگوریتم دارای نقاط قوت و ضعف خاص خود می باشد، مقایسهٔ آنها نیاز به این دارد که بازوی روبات بتواند مجال و میدان کافی را برای اینکه الگوریتمها خواص ذاتی خود را نمایان کنند به وجود آورد.

با توجه به اینکه در سرعت و شتابهای زیاد، الگوریتمها خواص دینامیکی خود را نمایان میکنند و همچنین با توجه به اینکه در بازوهای با درجه آزادی بالا (Redundant) امکان مانور از نظر پیکربندی (Configuration) برای بازو امکان پذیر است؛ لذا برای مقایسه الگوریتمها یک بازوی روبات باید دارای دو مشخصه زیر باشد:

عملگر های خوب برای ایجاد حرکتهای باسرعت و شتاب بالا

درجهٔ آزادی بالاتر از نیاز (Redundant)

برای برآورده شدن اهداف بالا در طراحی روبات به نکات زیر توجه کرده ایم:

۱- مکانیزم مکانیکی طوری در نظر گرفته شده که تمام عملگرها روی پایه روبات بوده و نسبت به زمین ثابت هستند، لذا بدون هیچگونه محدودیتی میتوان عملگرهای قوی و بزرگ به کار برد چرا که وزن آنها تاثیری در اینرثی بازو ندارد.

۲- تمام اندازه گیری ها مطلق هستند (Absolute Measurement) تا حجم محاسبات نسبت به حالت نسبی بسیار پایین باشد (به بخش ۲-۳-۱رجوع کنید) و همچنین مدیریت لقیهای مکانیکی به دلیل ترکیب نشدن خطاها آسان گردد.

۳- بازوی مورد نظر برای حرکت صفحه ای، با سه درجه آزادی در نظر گرفته شده تا از مزایای Redundancy برخوردار باشد.

۱-۳ اهداف پایان نامه

اهداف پایان نامه شامل موارد زیر میباشد:

طراحی و ساخت یک روبات سه درجه آزادی Scara .

مقایسه تجربی و عملی الگوریتمهای کنترلی خانواده TJ از طریق اعمال آنها بر روی روبات ساخته شده.

تحلیل ونقادی الگوریتمهای کنترلی خانواده TJ .

ارائۀ راهکارهای بهبود الگوریتم کنترلی توسعه یافته.

برای این منظور ابتدا ما به نقد و بررسی تئوریک الگوریتمها خواهیم پرداخت و پس از تحلیل و نقادی الگوریتمها و بیان ضعف آنها با ارائه یک الگوریتم جدید در صدد برطرف کردن این ضعفها خواهیم بود. در نهایت اولا در فضای Simulation به بررسی و مقایسه این الگوریتمها خواهیم پرداخت و ثانیا با اعمال این الگوریتمها و بدست آوردن نتایج تجربی، مقایسۀ عملی و واقعی این الگوریتمها را انجام خواهیم داد.

فصل دوم

سینماتیک و دینامیک بازو

۲-۱ مقدمه

در این فصل ابتدا به بررسی بازوهای بادرجه آزادی مازاد (Redundant) و توضیح مزایای این بازوها در کنترل پرداخته شده است و سپس به تشریح سینماتیک بازو که در حقیقت توصیف هندسی و ریاضی از نحوه حرکت بازو برحسب مختصات اندازه گیری شده میباشد و دینامیک بازو که توصیف کننده چگونگی حرکت و رفتار بازو در اثر اعمال نیرو از عملگرها می باشد پرداخته میشود.

در این پایان نامه برای برای فورمولاسیون دینامیک بازو از دینامیک تحلیلی و روابط لاگرانژ استفاده شده است.

۲-۲ بازوهای Redundant (تعریف)

برای انجام دادن هر Task و کاری نیاز به درجه آزادی معینی است، صرفنظر از اینکه این Task با چه چیزی و شیئی انجام می شود.بنابراین یک بازوی مکانیکی برای اینکه بتواند وظیفه محوله را انجام دهد باید دارای درجه آزادی معینی باشد. برای هر بازوی مکانیکی دو مشخصه مهم باید در نظر گرفته شود: *فضای کاری بازو* و *درجه آزادی بازو* .

فضای کاری بازو به مجموعه نقاط از فضا گفته می شود که مجری نهایی روبات به تمام این نقاط بتواند دسترسی پیدا بکند. یک بازو برای اینکه یک Task را در این فضای کاری انجام دهد نیاز به درجه آزادی حداقل برابر درجه آزادی متناظر Task دارد.

اگر درجه آزادی (DOF) یک بازو کمتر از درجه آزادی لازم برای انجام Task باشد؛ این بازو قادر به انجام این کار نخواهد بود.

به عنوان مثال برای جابجایی نقطه به نقطه بر روی سطح یک میز نیاز به حداقل دو درجه آزادی است. لذا بازویی که بخواهد مثلا روی یک میز خط بکشد باید حداقل دو درجه آزادی داشته باشد.

در حالت دوم درجه آزادی بازوی مکانیکی بیشتر از درجه آزادی لازم برای Task می باشد که به این حالت Redundant گفته می شود.

طبیعی است که در حالت Redundant بازوی روبات قدرت مانور زیادی برای انجام یک Task دارد و در واقع یک روبات مجری نهایی خود را با پیکربندیهای (Configuration) متعددی در یک وضعیت مشخص میتواند قرار بدهد.

بدیهی است که هر چه درجه آزادی بازو بیشتراز درجه مورد نیاز باشد؛ به همان نسبت بازو آزادی عمل بیشتری داشته الگوریتم کنترلی می توانند به شیوه های مختلفی از آن استفاده کنند.

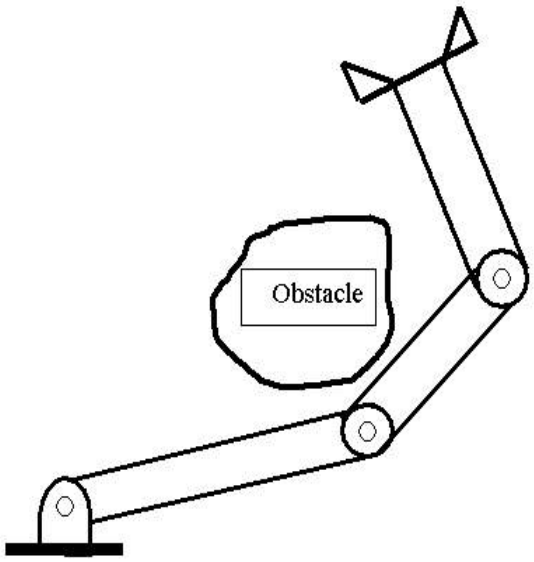
۲-۳ زمینه های کاری Redundancy

در بین زمینه های کاری متعددی که برای بازوهای Redundant وجود دارد؛ چندین زمینه شاخص وجود دارد که در زیر به آنها اشاره می کنیم.

۲-۳-۱ Obstacle Avoidance control

در کارهای کاربردی و صنعتی در بعضی مواقع به علت محدودیت مکان و یا شرایط خاص با مکانی که روبات در آن قرار دارد و در فضای کاری روبات ما با موانع (obstacle) روبرو هستیم به طوری که این روبات باید به یک نحوی بدون برخورد به این موانع بتواند وظیفه محوله را انجام دهد.

یک بازوی مکانیکی برای اینکه وظیفه محوله را با وجود موانع انجام بدهد نیاز به داشتن درجه آزادی مازاد دارد، همانطوری که در شکل (۲-۱) می بینید ، یک روبات اسکارا باسه درجه آزادی در روی صفحه قادر به انجام کاری است که از حیطه عمل یک بازو از همان نوع با دو درجه آزادی خارج است.

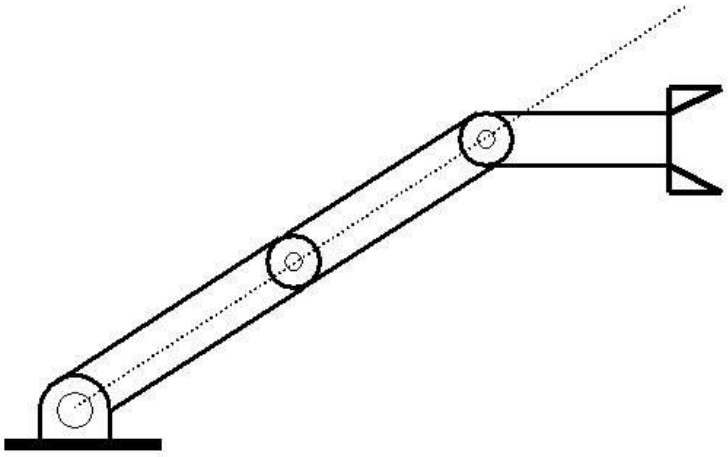


شکل (۲-۱) پرهیز از برخورد با مانع

طبیعی است که قبل از راه اندازی روبات این موانع شناسایی و موقعیت یابی میشود. پس در طراحی مسیر نیز الگوریتمهای کنترلی با یک رویکری که متنوع هم هست؛ حرکت و پیکربندی بازو را طوری کنترل می کنند که بدون برخورد به موانع و بدون اینکه مجری نهایی از مسیر مطلوب خارج شود؛ بتواند وظیفه محوله را انجام دهد.الگوریتمهای متعددی برای این موضوع ارائه شده است که برای اطلاع بیشتر به مراجع شماره های (۱ و ۲ و ۳ و ۴) می توان رجوع کرد.

Singularity Avoidance ۲-۳-۲

برای بازوی مکانیکی در یک configuration خاص حالاتی بوجود می آید که درجه آزادی روبات در بعضی جهات به طور لحظه ای از بین میرود که اصطلاحا به این نقاط؛ نقاط تکین یا Singular گفته می شود. از نظر علمی در این حالت ماتریس ژاکوبین Singular میباشد و معکوس پذیر نیست .



شکل (۲-۲) حالت تکین

از آنجایی که در حالت Redundant یک بازو با پیکربندی متعدد می تواند مجری نهایی را در موقعیت مطلوب قرار دهد لذا می توان پیکربندی خاصی را انتخاب کرد که در آن هیچکدام از مفاصل در حالت تکین قرار نگیرند.

در شکل (۲-۲) یک حالت تکین برای بازوی روبات نشان داده شده است.

Fault Tolerant Control ۳-۳-۲

بازوهای مکانیکی بنا به دلایل متعدد ممکن است که دچار مشکل فنی بشوند که این مشکل باعث عدم کارایی بازو شده و از ادامه راه باز می ماند. مهمترین مشکلاتی که برای یک روبات پیش می آید را می توان به موارد زیر تقسیم کرد.

الف)مشکل فنی ناشی از کارافتادگی یک عملگر.

ب) حالت اشباع برای یک عمگر خاص.

که در هر دو مورد بالا باید تدابیر خاص سینماتیکی و دینامیکی لازم را انجام داد.

در کارهای معمولی این مشکلات فنی به راحتی قابل حل است ولی امروزه کاربرد روباتها در صنایع خاص از قبیل صنایع فضایی و سفینه ها –صنایع هسته ای و اتمی- صنایع شیمیایی و غیره ، سازندگان روباتها را به این فکر واداشته که اساسا طراحی بازو به گونهای باشد که حتی در صورت ایجاد مشکل برای چند عملگر ؛ بازو بتواند وظیفه محوله را انجام بدهد.

طبیعی است که این کار تنها از عهده روباتهای دارای بازوهای Redundant برمیآید.

اگر برای عملگر یک بازوی Redundant مشکلی پیش بیاید می تواند آن مفصل را قفل کرده و از مدار خارج کند و چون درجات آزادی مازاد داشته لذا می تواند وظیفه محوله را همچنان به خوبی انجام دهد؛ هر چند در کل یک درجه از درجه آزادی روبات کم می شود.

۲-۳-۴ مینیمم کردن اندازه سرعت یا انرژی جنبشی بازو

برای بازوهای مکانیکی که درجه آزادی مازاد دارند برای هر $\dot{X}$ (سرعت مجری نهایی در فضای کاری) بینهایت جواب برای $\dot{\theta}$ (سرعت مفاصل) وجود دارد لذا برای یک سیستم کنترلی امکان انتخاب سرعت مفاصل به گونه ای که اندازه آن مینیمم یا انرزی جنبشی بازو مینیمم شود ، وجود دارد (برای اطلاعات بیشتر به بخش ۲-۲-۲ روابط سینماتیکی رجوع شود).

۲-۴ سینماتیک بازو

در این قسمت به بررسی روابط گسترش یافته سینماتیکی برای بازوهای روبات یکی (Redundant , Non Redundant) پرداخته شده است.

۲-۴-۱ نمادها

نمادهای زیر در این قسمت به کار رفته است :

J ماتریس ژاکوبین

θ_i زاویه نسبی میله iام نسبت به میله i-1 ام در مفصل i ام

l_i طول میله (Link)

l_{C_i} طول از مفصل تا مرکز ثقل میله

C_{ijk} نماد $Cos(\theta_i + \theta_j + \theta_k)$

S_{ijk} نماد $Sin(\theta_i + \theta_j + \theta_k)$

$\dot{X}$ سرعت مجری نهایی در فضای کاری

۲-۲-۲ روابط سینماتیکی

برای یک بازوی مکانیکی (Manipulator) می توان توصیف روابط سینماتیکی را به صورت زیر نوشت.

$$X(t) = f(\theta) \quad (۱-۲)$$

که در آن θ بردار ستونی دارای n مولفه از متغیرهای های مفاصل و X بردار ستونی دارای m مولفه از متغیرهای مختصات دکارتی

$f(\theta)$ یک تابع غیر خطی پیوسته که برای یک بازو پارامترها و ساختمان آن شناسایی می شود.برای بدست اوردن θ از روابط سینماتیکی معکوس استفاده می شود.

$$\theta = f^{-1}(X) \quad (۲-۲)$$

که اگر ($m < n$) باشد؛ بازو درجه آزادی مازاد داشته لذا برای θ از رابطه بالا با حل سینماتیک معکوس بینهایت جواب خواهیم داشت.حل دستگاه (۲-۲) وابسته به جزئیات معادلات امکانپذیر نمی باشد ؛ لذا در اینجا برای ارائه فرمولاسیون کلی از رابطه بین سرعتها استفاده میکنیم :

$$J_{m\times n}.\dot{\theta}_{n\times 1} = \dot{X}_{m\times 1} \qquad (۳-۲)$$

که J همان ماتریس $(m\times n)$ ژاکوبین می باشد و برای آن در این روبات سه درجه آزادی داریم :

$$J = \begin{bmatrix} -(l_1.S_1 + l_2.S_{12} + l_3.S_{123}) & -(l_2.S_{12} + l_3.S_{123}) & -l_3.S_{123} \\ (l_1.C_1 + l_2.C_{12} + l_3.C_{123}) & (l_2.C_{12} + l_3.C_{123}) & l_3.C_{123} \end{bmatrix} \qquad (۴-۲)$$

چون روبات دارای سه درجه آزادی میباشد و فضای کاری دارای دو درجه آزادی است لذا برای ردگیری مسیر داخل صفحه ماتریس ژاکوبین غیر مربعی می باشد (بازو Redundant است).

ماتریس ژاکوبین ارائه شده در بالا برای اندازه گیری نسبی زوایا است (شکل ۲-۱)) و برای اندازه گیری مطلق زوایا (شکل ۲-۲)) داریم:

$$J = \begin{bmatrix} -l_1S_1 & -l_2S_2 & -l_3S_3 \\ l_1C_1 & l_2C_2 & l_3C_3 \end{bmatrix} \qquad (۵-۲)$$

بدین ترتیب به جای اینکه از سینماتیک معکوس برای پیدا کردن θ استفاده شود؛ ابتدا $\dot{\theta}$ از رابطه (۲-۲) محاسبه می شود و سپس از آن انتگرال گرفته شده و با داشتن θ_0 اولیه می توان θ را حساب کرد برای الگوریتم کنترلی مورد استفاده قرار داد چرا که در عملکرد واقعی نیز عملا θ اندازه گیری و مورد استفاده سیستم کنترلی قرار می گیرد.

لکن برای حل معادله ($\dot{X}_m = J_{m\times n}.\dot{\theta}_n$ (۳-۲)) نیر دیده می شود که J یک ماتریس مربعی نیست $(m\neq n)$ لذا نمی توان از آن معکوس معمولی گرفت به عبارتی دیگر برای هر $\dot{X}_m$ در فضای کاری ، بینهایت جواب برای $\dot{\theta}_n$ در فضای مفاصل وجود دارد لذا در اینجاست که الگوریتمهای کنترلی بر حسب نیاز و برای اکسترمم کردن مشخصه خاص مکانیکی (که در بخش

۲-۳-۴ گفته شد) تنها یک بردار خاص سرعت در فضای مفصلی را انتخاب می کنند که امکان این انتخاب در حقیقت از مزایای بازوهای با درجه آزادی مازاد می باشد.

در اینجا برای یک فرمولاسیون کلی از Pseudo-inverse استفاده می شود:

در این صورت جواب کلی برای $\dot{\theta}$ به صورت :

$$\dot{\theta} = J^{+}.\dot{X} + [I - J^{+}.J].K(t) \qquad (۶-۲)$$

که در آن $J^{+} = J^{T}.(J.J^{T})^{-1}$ همان Pseudo-inverse ماتریس J میباشد.

$K(t)$ یک تابع متغیر و اختیاری از نوع بردار ستونی m مولفه است.

به ترم $J^{+}.\dot{X}$ رابطه (۲-۶) جواب خصوصی و به ترم $[I - J^{+}.J].K(t)$ جواب عمومی گفته میشود.

جواب خصوصی: دارای این خاصیت است که طول آن در بین کلیه جوابها مینیمم است ($\dot{\theta}^{T}.\dot{\theta}$ مینیمم است).

جواب عمومی: معرف حرکت در فضای مفصلی بدون اینکه باعث حرکت مجری نهایی در فضای کاری شود؛ میباشد.

معمولا چون شرایط دینامیکی برای بازوها یکسان نمیباشد لذا از ماتریس وزن W برای اعمال شرایط یکسان استفاده میشود. در این حالت در جواب خصوصی ترم ($\dot{\theta}^{T}.W.\dot{\theta}$) را مینیمم میکنند.

در این حالت جواب کلی با تعویض J^{+} با J_{W}^{+} در معادله (۲-۶) بدست میاید؛ که در آن :

$$J_W{}^{+} = W^{-1}.J^T.(J.W^{-1}.J^T)^{-1} \quad (۷-۲)$$

W ماتریس وزن $(n\times n)$ می باشد.

همانطوری که اشاره شد جواب عمومی جوابی است که حرکت در فضای خنثی (Null Space) صورت میگیرد یعنی با وجود حرکت درفضای مفصلی هیچ حرکتی را در موقعیت مجری نهایی نخواهیم داشت.از آنجایی که m درجه آزادی بازو با ترم $J^+.\dot{X}$ رقم میخورد لذا کل درجه آزادی و مانور مانده برای جواب عمومی عبارت است از: $(n-m)$

لذا میتوان جواب عمومی را به فرم زیر نوشت:

$$[I - J^+.J].K(t) = V(\theta).\dot{X}_n \qquad (۸-۲)$$

که در آن $\dot{X}_n$ معرف سرعت در فضای خنثی فضای کاری و $V(\theta)$ یک ماتریس $(n.(n-m))$ میباشد.

در نتیجه برای سینماتیک یک بازو در حالت کلی داریم:

$$\dot{\theta} = J^+.\dot{X} + V(\theta).\dot{X}_n \quad (۹-۲)$$

کاملا واضح است که برای $V(\theta)$ می توان نوشت : $(J.V(\theta) = 0)$

با ضرب طرفین رابطه (۲-8) در $V^T.W$ و استفاده از رابطه $(J.V(\theta) = 0)$ و ساده سازی داریم :

$$\dot{X}_n = (V^T.W.V)^{-1}.V^T.W.\dot{\theta} \quad (۱۰-۲)$$

رابطه (۲-۱۰) را با تعریف یک متغیر جدید J_n میتوان به صورت زیر نوشت:

$$\dot{X}_n = J_n.\dot{\theta} \qquad (۱۱-۲)$$

که در آن J_n ژاکوبین مربوط به فضای خنثی به ابعاد $((n-m)\times n)$ تعریف میشود.

با تعریف $\dot{X}_e$ برای سرعت کلی مجری نهایی و J_e برای ماتریس ژاکوبین توسعه یافته رابطه کلی زیر را برای سینماتیک خواهیم داشت :

$$\dot{X}_e = J_e.\dot{\theta} \qquad (۱۲-۲)$$

که در آن :

$$\dot{X}_e = [\dot{X}^T; \dot{X}_n] \quad \text{و} \quad J_e = [J; J_n]$$

۲-۵ دینامیک بازو

در این بخش ابتدا به استخراج مدل دینامیکی بازوی مکانیکی خواهیم پرداخت و سپس به بحث نگاشت بردار نیروی دکارتی برای محاسبه گشتاور عملگرها در بازوهای Redundant , Non Redundant (ماتریس ژاکوبین غیر مربعی) خواهیم پرداخت.

۲-۵-۱ استخراج مدل دینامیکی بازو

در این قسمت به فرمولاسیون مربوط به دینامیک بازو با استفاده از روابط لاگرانژ میپردازیم .

با توجه به این امر که در این روبات کلیه عملگرها ثابت بوده و اندازه گیرهای زاویه ای نیز ثابت هستند (زوایای مطلق را اندازه گیری میکنند) لذا ترجیح داده میشود که فرمولاسیون بر اساس زوایای مطلق انجام شود ولی با این حال هر دو فرم فرمولاسیون (هم مطلق و هم نسبی)در این قسمت آورده شده است .

۲-۵-۱-۱ نمادها

$\dot{\theta}_{ijk}$ نماد $\dot{\theta}_i + \dot{\theta}_j + \dot{\theta}_k$

m_i نماد جرم بازوی iام