دانشگاه پیام نور
مرکز مشهد
گروه علمی آمار

عنوان پایان‌نامه:

مفاهیم شاخص‌های قابلیت بر اساس اندازه‌های اطلاع در کنترل کیفیت

نگارش:
صدیقه یوسفی

استاد راهنما:
دکتر باقر مقدس زاده

استاد مشاور:
دکتر غلامرضا محتشمی برزادران

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
در رشته آمار ریاضی

بهمن ۱۳۸۹

دانشگاه پیام نور
مرکز مشهد
گروه علمی آمار

عنوان پایان‌نامه:

مفاهیم شاخص‌های قابلیت بر اساس اندازه‌های اطلاع در کنترل کیفیت

نگارش:
صدیقه یوسفی

استاد راهنما:
دکتر باقر مقدس زاده

استاد مشاور:
دکتر غلامرضا محتشمی برزادران

پایان‌نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
در رشته آمار ریاضی
بهمن ۱۳۸۹

تقدیم به

پیام آور مهر و رحمت

حضرت محمد (ص)

و

پدر و مادر بزرگوارم

به پاس عاطفه‌ی سرشار و محبت‌های

بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند.

قدردانی

سپاس و ستایش خدای را که آدمی را بیافرید و به زیور عقل بیاراست؛ قرآن کریم را فروفرستاد، تا تیرگی دل‌ها بزداید. خلاقی که هستی ما در فرمان اوست. مهربانی که شکر نعمت و سزاوار خداوندیش را نتوان به‌جای آورد.

درود بر روان پاک پیامبران که چراغ راه هدایت بشر گشتند و جهان را به نور علم آذین بستند و بر روان دانشمندانی که به نیروی تفکر، زمین و آسمان را مسخر انسان کردند و راه دشوار زندگی را برای او هموار ساختند.

بی‌تردید نگارش این مجموعه، مرهون زحمات بی‌شائبه و بی‌دریغ اساتید گرانقدری است که همواره در نهایت صبر و شکیبایی مرا مورد لطف خویش قرار داده‌اند. از استاد ارجمند، جناب آقای دکتر مقدس‌زاده که در هدایت بنده نهایت تلاش خود را به‌کار برده‌اند و در این راه پشتوانه‌ای قوی برای اینجانب بودند، تشکر و قدردانی می‌نمایم. همچنین مراتب سپاس و امتنان قلبی خویش را تقدیم استاد گرانقدر، جناب آقای دکتر محتشمی می‌نمایم که علی‌رغم مشغله‌ی فراوان، متعهدانه و باسعه‌صدر، از هیچ کوششی دریغ ننموده و در تمامی امور پایان‌نامه مرا یاری نمودند.

از پدر ومادر بزرگوارم بسیار متشکرم که آنچه در توان داشتند برای کسب تحصیل من دریغ نکرده‌اند. همچنین از برادران و خواهرم که همیشه مشوق من دراین راه بوده‌اند، سپاسگزارم. در نهایت از دوست همیشه همراهم، خانم فاطمه خدادادی که پیمودن این مسیر را برایم آسانتر نمودند و تمام کسانی که به نوعی بر گردن بنده حقی دارند، کمال تشکر را دارم.

باسپاس

صدیقه یوسفی

چکیده

فرآیند شاخص‌های قابلیت به‌طور گسترده برای ارزیابی فرآیندها در صنایع تولیدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این پایان‌نامه، تاریخچه‌ی مختصر و مروری بر فرآیند شاخص‌های قابلیت، اندازه‌های اطلاع و مفاهیم وابسته مورد بحث قرار خواهد گرفت.

منظور از مشروط کردن مشخصه‌های کیفیت، محدود کردن قسمت‌های نامطابق فرآیند ساخت است. هدف از این پایان‌نامه اثبات این‌است که عمومی‌ترین توزیع برای فرآیند به‌کمک آنتروپی، برای شاخص‌های قابلیت مانند C_{pm}، نرمال می‌باشد. به‌علاوه اگر توزیع نرمال حاصل شده را به عنوان توزیع پیشین فرض کنیم، آنگاه به کمک معیار واگرایی کولبک–لیبلر و مقادیر میانگین و واریانس، توزیع پسین بازهم نرمال خواهد بود. سرانجام مسأله تحت ناحیه‌ی مشروط برای سایر اندازه‌های اطلاع از قبیل هلینجر و کیدو تعمیم داده شده‌است.

علائم

σ	انحراف معیار
σ_{st}	انحراف استاندارد مختصر فرآیند
$\sigma_{overall}$	تغییرات کل(تغییرات داخل و بین زیرگروه‌ها)
$\hat{\sigma}_{\frac{\bar{R}}{d_2}}$	برآورد حاصل شده از دامنه زیر گروه‌های R_i $(i = 1, ..., m)$ (معادل $\hat{\sigma}_{st}$)
ε	پارامتر خطا با میانگین صفر و انحراف معیارσ
USL	حدود بالای مشخصات فنی $(Upper\ Specification\ Limit)$
LSL	حدود پایین مشخصات فنی$(Lower\ Specification\ Limit)$
$USL - LSL$	فاصله‌ی حدود فنی
PCI	فرآیند شاخص‌های قابلیت
I	زمان به‌وجود آمده از تعدیلات برنامه ریزی شده
df	درجه‌ی آزادی
d_2	عامل تنظیم برای برآورد انحراف استاندارد فرآیند از میانگین دامنه‌ی نمونه

CCR	نسبت قابلیت بحرانی
T	مقدار هدف$(Target\ \ value)$
μ	میانگین
$\overline{\overline{X}}$	میانگین کلی برای برآورد میانگین μ
MEP	اصل آنتروپی ماکسیمم
ME	روش آنتروپی ماکسیمم
$H(X)$	آنتروپی X
$H(X,Y)$	آنتروپی توأم X و Y
$H(X\|Y)$	آنتروپی شرطی X به شرط معلوم بودن Y

فهرست مندرجات

۱ تاریخچه و مقدمات ۱

۱.۱ مقدمه ۲

۲.۱ تاریخچه ۳

۳.۱ معرفی شش سیگما ۷

۴.۱ شاخص‌های قابلیت سنتی ۱۴

۱.۴.۱ اصلاح شاخص های قابلیت سنتی برای فرآیندی با روند خاص . . ۲۰

۵.۱ معرفی شاخص‌های قابلیت جدید ۲۳

۶.۱ مفهوم و لزوم کاربرد در صنعت ۲۴

۷.۱ مقایسه‌ی شاخص‌های قابلیت سنتی و جدید ۲۶

۸.۱ استفاده‌ی صحیح از شاخص‌ها ۲۸
۱.۸.۱ روش شناسی ۲۸
۲.۸.۱ مثال‌ها ۳۰
۳.۸.۱ نتیجه‌گیری ۳۴

۲ شاخص‌های قابلیت در کنترل کیفیت ۳۶

۱.۲ مقدمه ۳۷

۲.۲ محاسبه‌ی PCI برای داده‌های غیرنرمال ۳۷
۱.۲.۲ نمودار احتمال ۳۹
۲.۲.۲ فاصله‌ی حدود فنی آزاد–توزیع ۴۰
۳.۲.۲ روش واریانس وزنی ۴۱
۴.۲.۲ روش کلمنت ۴۱
۵.۲.۲ تبدیل توان باکس–کاکس ۴۲
۶.۲.۲ تبدیل‌جانسون ۴۳
۷.۲.۲ رایت PCI (C_s) ۴۶

۳.۲ تعمیم جدیدی از C_{pm} برای فرآیندهایی با حدود فنی متقارن و نامتقارن ۴۶
۱.۳.۲ تعمیم جدید C''_{pm} ۴۸

۴.۲ تعیین حجم نمونه برای برآورد PCI ۵۰
۱.۴.۲ حجم نمونه‌ی تقریبی برای کران اطمینانی از C_p ۵۱

۲.۴.۲ حجم نمونه‌ی تقریبی برای کران اطمینانی از C_{pk} ۵۶
۳.۴.۲ حجم نمونه‌ی تقریبی برای کران اطمینانی از C_{pm} ۵۷
۴.۴.۲ مثال توضیحی ۶۲
۵.۴.۲ نتیجه‌گیری ۶۴

۳ معرفی برخی از اندازه‌های اطلاع ۶۵

۱.۳ مقدمه ۶۶

۲.۳ تاریخچه ۶۶

۳.۳ آنتروپی ۶۷

۴.۳ اصول آنتروپی ۶۹

۵.۳ اصل آنتروپی ماکسیمم ۷۲
۱.۵.۳ توجیه بی‌قاعده ۷۲
۲.۵.۳ توجیه باقاعده ۷۳

۶.۳ معرفی چند معیار اطلاع ۷۶

۴ آنالیز قابلیت توزیع نرمال بر اساس آنتروپی ۸۱

۱.۴ مقدمه ۸۲

۲.۴ کانتور C_{pm} ۸۳

۳.۴ کاربرد چارچوب آنتروپی ۸۶
۱.۳.۴ توزیع پیشین ۸۶
۲.۳.۴ توزیع پسین ۹۲

۵ آنالیز قابلیت بر اساس سایر اندازه‌های اطلاع ۹۴

۱.۵ مقدمه ۹۵

۲.۵ **ترسیم کران ناحیه‌ی قابل قبول در صفحه‌ی (μ_1, μ_2) ۹۵

۳.۵ **محاسبه آنالیز قابلیت بر اساس اطلاع کیدو ۱۰۴

۴.۵ **محاسبه آنالیز قابلیت بر اساس اطلاع هلینجر ۱۰۶

فهرست اشکال

۱–۱ نحوه‌ی توزیع سطح زیر منحنی توزیع نرمال ۹

۱–۲ قابلیت شش سیگمای بلند مدت ۱۲

۱–۳ قابلیت شش سیگمای کوتاه مدت ۱۲

۱–۴ پراکندگی واقعی و مجاز فرآیند ۱۴

۱–۳ توزیع نرمال، نقش انحراف استاندارد سه ۳۹

۱–۴ کران ناحیه ی قابل قبول C_{pm} در صفحه‌ی (μ, σ) ۸۵

۲–۴ کران ناحیه ی قابل قبول C_{pm} در صفحه‌ی $(\mu_۱, \mu_۲)$ ۸۵

۱–۵** ناحیه‌ی قابل قبول شبیه سازی شده برای $T = ۲, r_۰ = ۱$ و $T = ۱, r_۰ = ۲$. ۹۸

۲–۵** ناحیه‌ی قابل قبول شبیه سازی شده برای $T = ۵, r_۰ = ۲$ و $T = ۲, r_۰ = ۵$ ۹۹

۳–۵** ناحیه‌ی قابل قبول شبیه سازی شده برای $T = ۷, r_۰ = ۳$ و $T = ۳, r_۰ = ۷$ ۱۰۰

۴–۵** مختصات ناحیه‌ی قابل قبول برای $T = ۳, r_۰ = ۲$ و $T = ۲, r_۰ = ۳$ ۱۰۳

فهرست جداول

۱–۱ تعداد قطعات معیوب وابسته به انحراف استاندارد فرآیند در هر میلیون ۱۳

۱–۲ مقادیر بحرانی (CCR) برای نسبت‌های $\frac{C_p}{P_p}$ و $\frac{C_{pk}}{P_{pk}}$ ۳۵

۲–۱ کران اطمینان پایین دقیق برای $\frac{C_p}{\hat{C}_p}$، با استفاده از χ^2 . . . . . ۵۴

۲–۲ کران اطمینان پایین تقریبی برای $\frac{C_p}{\hat{C}_p}$، با استفاده از تقریب فیشر ۵۴

۲–۳ کران اطمینان پایین تقریبی برای $\frac{C_p}{\hat{C}_p}$، با استفاده از تقریب ویلسون–هیلفرتی ۵۴

۲–۴ کران اطمینان پایین تقریبی برای $C_p/\hat{C}_p$، با استفاده از تقریب هولین ۵۴

۲–۵ حجم نمونه‌ی تقریبی n، با استفاده از تقریب تقریب فیشر ۵۵

۲–۶ حجم نمونه‌ی تقریبی n، با استفاده از تقریب ویلسون–هیلفرتی ۵۵

۲–۷ حجم نمونه‌ی تقریبی n، با استفاده از تقریب تقریب هولین ۵۵

۲—۸ کران اطمینان پایین برای C_{pk}، با استفاده از تقریب بیسل ۵۷

۲—۹ حجم نمونه‌ی تقریبی n، با استفاده از تقریب بیسل ۵۷

۲—۱۰ کران اطمینان پایین دقیق برای $\frac{C_{pm}}{\hat{C}_{pm}}$، با استفاده از χ^2 غیرمرکزی ۶۰

۲—۱۱ کران اطمینان پایین برای $\frac{C_{pm}}{\hat{C}_{pm}}$، با استفاده از تقریب ۶۰

۲—۱۲ کران اطمینان پایین برای $\frac{C_{pm}}{\hat{C}_{pm}}$، با استفاده از تقریب فیشر ۶۰

۲—۱۳ کران اطمینان پایین برای $\frac{C_{pm}}{\hat{C}_{pm}}$، با استفاده از تقریب ویلسون—هیلفرتی ۶۱

۲—۱۴ حجم نمونه‌ی تقریبی n، با استفاده از تقریب فیشر ۶۱

۲—۱۵ حجم نمونه‌ی تقریبی n، با استفاده از تقریب ویلسون—هیلفرتی ۶۲

۲—۱۶ حجم نمونه‌ی تقریبی n، برای C_p، به‌وسیله‌ی روش‌های پیشنهاد شده ۶۳

۲—۱۷ حجم نمونه‌ی تقریبی n، برای C_{pk}، به‌وسیله‌ی روش‌های پیشنهاد شده ۶۴

۲—۱۸ حجم نمونه‌ی تقریبی n، برای C_{pm}، به‌وسیله‌ی روش‌های پیشنهاد شده. ۶۴

۴—۱** تعداد حالات ممکن برای $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \lambda_4$ که $\lambda_i > 0$ یا $\lambda_i = 0$ ۹۱

پیشگفتار

وجود هر سازمانی بدون مشتری و مصرف‌کننده، بی‌معنی خواهد بود. در این راستا تمام فعالیت‌های هر سازمان و مؤسسه‌ای بایستی در جهت جلب رضایت مصرف‌کنندگان صورت پذیرد. از طرفی، هزینه‌ها نقش بسزایی در فعالیت هر سازمان دارد. بنابراین همواره سعی بر بهبود فرآیند، در جهت کاهش هزینه‌ها و افزایش رضایت‌مندی مشتریان می‌باشد. به‌کمک قابلیت فرآیند می‌توان به چگونگی تولید محصولاتی با کیفیت قابل قبول دست یافت. برای این منظور اولویت‌بندی نیازها در بهبود فرآیند، بسیار مؤثر است. شش سیگما روشی مؤثر می‌باشد که بر اساس واقعیات موجود و داده‌های حاصل از ارزیابی وضعیت فرآیند، به حذف اقلام معیوب می‌پردازد. دراین راستا برای تحقق کیفیت در سطح شش سیگما، یک فرآیند نباید بیشتر از ۳/۴ معیوب در هر میلیون را شامل گردد. بر اساس دیوین[1] (۲۰۰۴) شش سیگما با بهبود فرآیند، به‌کاربردن روش‌های آماری، توجه به مشتری و مدیریت قوی بر هزینه‌های طرح، موجب ارزش‌افزایی در سازمان مربوطه می‌شود.

نظریه اطلاع در مفهوم بی‌نظمی (آنتروپی) مرتبط با ترمودینامیک و مکانیک آماری است. هارتلی در سال ۱۹۲۸ با ارائه‌ی تعاریفی از اطلاع در مهندسی ارتباطات، توانست نظریه اطلاع را زیرشاخه ای از نظریه ارتباطات معرفی کند. بعد از هارتلی، شانون در سال ۱۹۴۸ برای اولین بار با مشخص نمودن راه تعیین ظرفیت یک کانال ارتباطی و انتشار مقاله‌ای در این مورد، توانست باعث تحولی در نظریه اطلاع گردد. میزان عدم قطعیت یک پیشامد را می‌توان به‌وسیله‌ی آنتروپی اندازه گرفت. برای رخ‌دادن پیشامدی که بسیار نادر می‌باشد، نیاز به اطلاعات بیشتری خواهد بود.

ماکسیمم کردن آنتروپی برای شاخص‌های قابلیت، از جمله C_{pm}، با ایجاد محدودیت‌های حاصل از

[1] Devane

گذاردن شرط بر روی این شاخص و شروط موجود در آنتروپی ماکسیمم امکان‌پذیر می‌باشد که منجر به توزیع نرمال می‌شود. بر اساس محدودیت‌های ایجادشده از شاخص C_{pm} می‌توان به ناحیه‌ی محدب بسته‌ای دست یافت که در آنالیز قابلیت سایر اندازه‌های اطلاع از جمله هلینجر و کیدو کاربرد دارد.
این پایان نامه، مشتمل بر پنج فصل می‌باشد.

- در فصل اول، تاریخچه و مقدماتی در مورد فرآیند شش سیگما، شاخص‌های قابلیت و کاربرد آن در صنعت بررسی می شود.
- فصل دوم، شامل مفاهیمی از شاخص‌های قابلیت در کنترل کیفیت مانند محاسبه‌ی شاخص‌های قابلیت برای داده‌های غیرنرمال توسط هفت روش متفاوت، تعمیم جدیدی از شاخص C_{pm} و در انتهای فصل به تعیین حجم نمونه‌ی مورد نیاز برای شاخص‌های قابلیت اشاره خواهدشد.
- در فصل سوم، مقدمات مورد نیاز فصل‌های بعد که شامل معرفی آنتروپی شانون و خواص آن، آنتروپی ماکسیمم و سایر اندازه‌های اطلاع از جمله هلینجر، کیدو وآنتروپی رنی خواهیم پرداخت.
- در فصل چهارم، به مطالعه‌ی آنالیز قابلیت توزیع نرمال از دیدگاه آنتروپی می‌پردازیم.
- در فصل پنجم، به محاسبه‌ی آنالیزقابلیت توزیع نرمال بر اساس اندازه‌های اطلاع دیگر که در بلایت(۱۹۹۴) و دراگومیر(۲۰۰۳) معرفی گردیده است، در راستای دومترسکو(۱۹۹۹) و خدسه(۲۰۰۹)، به کمک اطلاع هلینجر و کیدو شاخص‌های قابلیت ذکر شده را مورد مطالعه قرار خواهیم داد.

در ضمن‌قسمت‌هایی که با علامت $**$ نشان داده‌شده، کار جدید نگارنده می‌باشد.

صدیقه یوسفی
بهمن ۱۳۸۹

فصل ۱

تاریخچه و مقدمات

۱–۱ مقدمه

۱–۲ تاریخچه

۱–۳ معرفی شش سیگما

۱–۴ تعریف شاخص‌های قابلیت سنتی

۱–۵ معرفی شاخص‌های قابلیت جدید

۱–۶ مفهوم و لزوم کاربرد در صنعت

۱–۷ مقایسه‌ی شاخص‌های قابلیت سنتی و جدید

۱.۱ مقدمه

در جامعه‌ی مصرفی امروز، زندگی روزمره‌ی افراد به مصرف تولیدات صنعتی و خدماتی سازمان‌های مختلف وابسته است. همگام با گسترش آگاهی‌های مصرف‌کنندگان و افزایش تنوع محصولات، مقوله ی کیفیت پیچیده‌تر شده‌است. در گذشته کیفیت بر اساس استانداردها و مشخصات فنی محصول تعریف می‌شد ولی امروزه ابعاد وسیع‌تری یافته و تأمین نیازها و انتظارات مصرف کننده را نیز دربرمی‌گیرد. به‌دلیل اهمیت ویژه‌ی کیفیت در این مقطع از بازسازی اقتصادی کشور، این مقوله به تدریج جایگاه خود را در صنعت پیدا نموده‌است. در این راستا آگاهی از دیدگاه‌های مختلف و نوین کنترل کیفیت، می‌تواند مفید باشد.

در صنعت از شاخص‌های قابلیت برای تشخیص قابلیت فرآیند ساخت، جهت تولید محصولاتی که حدود مشخصه‌های فنی را برای شاخص‌های ضروری کیفیت اجرا می‌کنند، استفاده می‌شود که در بررسی کنترل کیفیت مؤسسات مهندسی بزرگ کاربرد دارد. علاوه براین می‌توان گفت که تحلیل کارایی فرآیند، استاندارد متداول و متعارفی برای کیفیت محصولات از دیدگاه مشتری و تولیدکننده می‌باشد. روش عامه‌پسند برای تحلیل قابلیت و کارایی فرآیند استفاده از فرآیند شاخص‌های قابلیت[۱] (PCI) است. در حقیقت می‌توان گفت که شاخص‌های قابلیت برای بیان رابطه‌ی بین کارایی واقعی فرآیند و آنچه براساس تقاضا و نیازمندی تعیین شده، طراحی شده‌است.

قابلیت فرآیند، بازده فرآیند تحت کنترل را با حدود مشخصات، به‌وسیله‌ی شاخص‌های قابلیت مقایسه می‌نماید. قابلیت فرآیند را می توان به عنوان نسبتی از تغییر مجاز به واقعی یا صدای مشتری به فرآیند تعریف نمود که تغییر مجاز و صدای مشتری توسط مشتری تعیین می‌شود در حالی‌که تغییر واقعی و صدای فرآیند، به‌وسیله‌ی فرآیند مشخص خواهد شد. می‌توان گفت کارایی فرآیند به ما پاسخ می‌دهد که چگونه یک فرآیند می‌تواند محصولات قابل قبولی را تولید کند. بر این اساس با اولویت بندی نیازها، می‌توان به بهبود فرآیند کمک کرد. در قسمتی از فصل اول به مبحث شش سیگما اشاره خواهدشد. اهمیت شش سیگما به‌دلیل فشارشدیدی می‌باشد که مدیران سازمان‌ها در راستای بهبود کارایی در فرآیندهای گوناگون مانند کنترل، اطلاع‌رسانی، بهره‌وری کارکنان و رضایت مشتری متحمل

[۱] Process Capability Indices

می‌شوند. شش سیگما دارای ابزار آماری پیشرفته و یک سیستم مدیریتی تواناست که بر روی کاهش تغییرات خروجی به‌وسیله‌ی کنترل ورودی‌ها و حذف خطاها متمرکز می‌باشد. از این‌رو در این فصل، به معرفی شش سیگما و شاخص‌هایی جهت کارایی فرآیند می‌پردازیم.

۲.۱ تاریخچه

برای نخستین بار جوران[۲](۱۹۷۴) شاخص‌های قابلیت را نسبت پهنای حدود فنی[۳] فرآیند به معیار تغییرپذیری چندگانه برای مشخصه‌های مورد بررسی، تعریف نمود. پس از آن کین[۴](۱۹۸۶) مقایسه و بحث هایی پیرامون فرآیند شاخص‌های قابلیت (PCI) و برآوردشان، مانند C_p، C_{pk}، C_{pl} و C_{pu} که هم‌اکنون نیز کاربرد گسترده‌ای دارد، مطرح کرد. علاوه بر این او نوع جدیدی از C_p و C_{pk} مرتبط با حدود فنی متقارن معرفی نمود. بویلز[۵](۱۹۹۱) ذکر کرد که C_p و C_{pk} شاخص‌های بنیادی مفیدی می‌باشند. در حقیقت، طراحی آن‌ها مستقل از مقدار هدف[۶](T) است. به‌این دلیل چان[۷] و همکاران(۱۹۸۸)، شاخص C_{pm} را که هدف فرآیند را نیز در برمی‌گیرد، معرفی نمودند.

اینگلیش و تیلور[۸](۱۹۹۳) تأثیر فرضیه‌ی غیر نرمال بودن را روی PCIها بررسی کردند و نتیجه گرفتند که C_{pk} نسبت به C_p حساس‌تر به انحراف از فرضیه نرمال می‌باشد. همچنین کتز و جانسون[۹](۱۹۹۳) تحقیقاتی پیرامون خصوصیات PCIها زمانی که غیر نرمال می‌باشند، انجام دادند. در این میان روش‌های کلمنت[۱۰]، جانسون–کتز–پرن [۱۱](۱۹۹۲) و آزاد توزیع[۱۲] وجود دارد. چو و

---

[۲] Juran
[۳] Tolerance
[۴] Kane
[۵] Boyles
[۶] Target value
[۷] Chan
[۸] English and Taylor
[۹] Kotz and Johnson
[۱۰] Clements' method
[۱۱] Johnson-Kotz-Pearn method
[۱۲] Distributional-free