



دانشگاه شهید بهشتی  
دانشکده‌ی علوم ریاضی

چارچوبی برای تحلیل محتوای

## اندازه‌گیری در کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای

پایان‌نامه برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد آموزش ریاضی

پژوهش‌گر

لیلا قدک‌ساز خسروشاهی

استاد راهنما

دکتر زهرا گویا

استاد مشاور

دکتر احمد شاهورانی

تابستان ۱۳۸۶

۱۳۸۶/۱۲/۲۵

۱۰ ۲۵۳۳

اطلاعات مدرک تحصیلی  
لیلا قدک‌ساز خسروشاهی



دانشگاه شهید بهشتی

تاریخ .....

شماره .....

پیوست .....

«بسمه تعالی»+

### «صور تجلسه دفاع از پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد»

تهران ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ اوین

تلفن: ۲۹۹۰۱

باز گشت به مجوز دفاع شماره ۱۵۹/۲۰۰۲/۲ مورخ ۲۴/۴/۸۷ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه: خاتم

لیلا قدکساز خسروشاهی شماره شناسنامه: ۱۷۷۵ صادره از: ری متولد: ۱۳۵۹ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد

رشته آموزش ریاضی

با عنوان:

چارچوبی برای آموزش اندازه گیری در ریاضیات مدرسه‌ای

به راهنمایی:

خانم دکتر زهرا گویا

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۸۶/۴/۱۰ گردید و بر اساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۲۷/۱۰ و درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

مرتبہ علمی نام دانشگاه امضاء

۱- استاد راهنما: خانم دکتر زهرا گویا

دانشیار

شهید بهشتی

۲- مشاور: آقای دکتر احمد شاهرانی

استادیار

شهید بهشتی

۳- داور: آقای دکتر اسماعیل بابلیان

استاد

تربیت معلم

۴- داور: آقای دکتر امیرحسین اصغری

استادیار

شهید بهشتی

۵- مدیر گروه: آقای دکتر چنگیز اصلاح چی

استادیار

شهید بهشتی

به نام آن که هستی نام از او یافت

فلک جنبش، زمین آرام از او یافت

پیشکش به

پدرم و مادرم به پاس فداکاریشان

متشکرم از خانم دکتر زهرا گویا، استاد بزرگواری که مشوقم در طول تحصیل و راهنمایم در به ثمر رساندن این اثر بودند. متشکرم از آقای دکتر امیرحسین اصغری، که با فروتنی، حرف‌هایم را شنیدند و راهنمایی‌ام کردند. متشکرم از همسر مهربانم حسین، که در نیمه‌ی راه به من پیوست و تا پایان آن، مرا صمیمانه همراهی کرد. متشکرم از همه‌ی آن‌هایی که در شکل‌گیری این اثر، یاری‌ام نمودند: برادر و خواهرانم، دوستان و دانش‌آموزانم.

لیلا خسروشاهی

تابستان ۱۳۸۶

این پژوهش در سه بخش پی‌درپی انجام شد. بخش اول، به شناسایی مؤلفه‌های یک چارچوب مناسب برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای پرداخت. چارچوبی که از طریق بررسی مشاهدات انجام‌شده بر روی افراد در حین عمل اندازه‌گیری و مطالعه‌ی ادبیات تحقیق در زمینه‌ی آموزش اندازه‌گیری طراحی شد، شامل ده مؤلفه‌ی دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری، فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری، ابزارهای رسمی اندازه‌گیری، واحدهای غیراستاندارد، واحدهای استاندارد، معیارهای مورد استناد شخصی، تخمین زدن، فهم تناسب، تکنولوژی و فرهنگ است.

در بخش دوم، با استفاده از چارچوب ارائه شده در بخش اول، محتوای مربوط به اندازه‌گیری در کتاب‌های درسی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی در ایران تحلیل شد. تحلیل محتوا نشان داد که بیشترین توجه محتوایی در این کتاب‌ها، به مؤلفه‌های دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری، ابزارهای رسمی اندازه‌گیری و واحدهای استاندارد اندازه‌گیری بوده است. و به مؤلفه‌های واحدهای غیراستاندارد، فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری و تخمین اندازه تا حدودی پرداخته شده است و مؤلفه‌های معیارهای مورد استناد شخصی، تکنولوژی، فهم تناسب، و زمینه‌های فرهنگی اندازه‌گیری در کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی، به‌جز چند مورد خاص، پرداخته نشده است.

بخش سوم پژوهش، به بررسی معیارهای مورد استناد شخصی به‌کار رفته توسط دانش‌آموزان دبیرستانی که از طریق کتاب‌های درسی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی اندازه‌گیری را آموخته‌اند، پرداخت و به مدلی جدید برای چگونگی استفاده از معیارهای مورد استناد شخصی توسط این دانش‌آموزان انجامید. این مدل نشان داد که می‌توان معیارهای مورد استناد شخصی را روی طیفی تصور کرد که یک سر آن معیارهای مورد استناد فیزیکی و سر دیگر آن معیارهای مورد استناد ذهنی افراد است. این بخش از پژوهش، نشان داد که دانش‌آموزان اغلب از معیارهای مورد استناد شخصی، که خارج از کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای در آن‌ها شکل گرفته و از دقت کمتری برخوردارند استفاده می‌کنند و بیشتر، تمایل به استفاده از معیارهای مورد استنادی دارند که جنبه‌ی فیزیکی آن‌ها، بر جنبه‌ی ذهنی‌شان غالب است.

iii	تشکر و قدردانی .....
iv	چکیده .....
v	فهرست مطالب .....
۱	<b>فصل ۱. کلیات پژوهش .....</b>
۱	۱.۱. مقدمه .....
۲	۱.۲. تبیین مسأله .....
۳	۱.۳. اهمیت و ضرورت مسأله .....
۵	۱.۴. سؤال‌های پژوهش .....
۵	۱.۵. اهداف پژوهش .....
۵	۱.۶. محدودیت‌های پژوهش .....
۶	۱.۷. مخاطبان پژوهش .....
۶	۱.۸. تعریف‌های عملیاتی .....
۷	۱.۹. سازماندهی فصل‌ها .....
۸	<b>فصل ۲. پیشینه‌ی پژوهش .....</b>
۸	۱.۲. مقدمه .....
۹	۲.۲. اهمیت اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای .....
۱۱	۲.۳. فهم و عملکرد کودکان در مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری و تخمین .....
۱۶	۲.۴. چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی .....
۱۶	۲.۴.۱. دانش موضوعی ریاضی مربوط به اندازه‌گیری .....
۱۸	۲.۴.۲. فعالیت‌های واقعی اندازه‌گیری .....
۲۰	۲.۴.۳. ابزارهای رسمی اندازه‌گیری .....
۲۱	۲.۴.۴. واحدهای غیراستاندارد .....
۲۲	۲.۴.۵. واحدهای استاندارد .....
۲۳	۲.۴.۶. معیارهای مورد استناد شخصی .....
۲۴	۲.۴.۷. تخمین زدن .....
۲۷	۲.۴.۸. فهم تناسب .....
۲۸	۲.۴.۹. تکنولوژی .....
۲۹	۲.۴.۱۰. توجه به زمینه‌های فرهنگی و نیازسنجی فرهنگی .....
۳۰	۲.۵. جمع‌بندی .....

۳۱	..... فصل ۳. روش‌شناسی پژوهش
۳۱	..... ۱.۳ چگونگی شکل‌گیری پژوهش
۳۳	..... ۲.۳ سؤال‌های پژوهش
۳۳	..... ۳.۳ روش پژوهش
۳۳	..... ۴.۳ چگونگی طراحی پژوهش
۳۳	..... ۱.۴.۳ طراحی پژوهش برای پاسخ‌گویی به سؤال اول
۳۴	..... ۱.۱.۴.۳ اعتباربخشی چارچوب نظری
۳۵	..... ۲.۴.۳ طراحی پژوهش برای پاسخ‌گویی به سؤال دوم
۳۶	..... ۳.۴.۳ طراحی پژوهش برای پاسخ‌گویی به سؤال سوم
۳۸	..... ۱.۳.۴.۳ روش تجزیه و تحلیل داده‌ها
۳۸	..... ۵.۳ مطالعات مقدماتی
۳۹	..... ۱.۵.۳ اولین مطالعه‌ی مقدماتی
۳۹	..... ۱.۱.۵.۳ روش مطالعه
۳۹	..... ۲.۱.۵.۳ افراد شرکت‌کننده در مطالعه
۴۰	..... ۳.۱.۵.۳ نتایج اولین مطالعه‌ی مقدماتی
۴۳	..... ۲.۵.۳ دومین مطالعه‌ی مقدماتی
۴۳	..... ۱.۲.۵.۳ نتایج دومین مطالعه‌ی مقدماتی
۴۵	..... ۳.۵.۳ سومین مطالعه‌ی مقدماتی
۴۶	..... ۶.۳ جمع‌بندی
۴۷	..... فصل ۴. یافته‌های پژوهش
۴۷	..... ۱.۴ مقدمه
۴۷	..... ۲.۴ طراحی یک چارچوب برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای
۴۸	..... ۳.۴ تحلیل محتوای اندازه‌گیری در کتاب‌های ریاضی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی
۶۰	..... ۴.۴ بررسی معیارهای مورد استناد شخصی دانش‌آموزان
۶۰	..... ۱.۴.۴ جرم
۶۷	..... ۲.۴.۴ حجم
۶۸	..... ۳.۴.۴ طول و مساحت
۶۹	..... ۱.۳.۴.۴ داده‌های مربوط به تخمین طول و مساحت
۷۳	..... ۲.۳.۴.۴ مدلی برای معیارهای مورد استناد شخصی
۷۴	..... ۳.۳.۴.۴ تجزیه و تحلیل داده‌های مربوط به طول و مساحت: استراتژی‌ها

۷۶	..... ۴.۳.۴.۴ تجزیه و تحلیل داده‌های مربوط به طول و مساحت: خطاها
۷۶	..... ۴.۴.۴ یک اتفاق غیرمنتظره
۷۸	..... ۵.۴ جمع‌بندی
۷۹	..... فصل ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهاد
۷۹	..... ۱.۵ مقدمه
۷۹	..... ۲.۵ سؤال اول پژوهش
۷۹	..... ۱.۲.۵ بحث
۸۳	..... ۲.۲.۵ پاسخ
۸۳	..... ۳.۵ سؤال دوم پژوهش
۸۳	..... ۱.۳.۵ بحث
۸۶	..... ۲.۳.۵ پاسخ
۸۶	..... ۴.۵ سؤال سوم پژوهش
۸۶	..... ۱.۴.۵ بحث
۸۷	..... ۲.۴.۵ پاسخ
۸۸	..... ۵.۵ چند توصیه‌ی آموزشی
۸۹	..... ۶.۵ سؤال‌هایی برای پژوهش‌های آینده
۸۹	..... ۷.۵ سخن پایانی
۹۰	..... فهرست منابع
۹۳	..... پیوست ۱
۹۴	..... پیوست ۲
۹۵	..... پیوست ۳
۹۶	..... پیوست ۴
۹۷	..... پیوست ۵
۹۸	..... Abstract

# کلیات پژوهش

## فصل ۱

### ۱.۱. مقدمه

نوزده سال داشتم. مدرسه و کنکور را پشت سر گذاشته و داشتم در رشته‌ی مورد علاقه‌ام وارد دانشگاه می‌شدم. آن روز را خوب به خاطر دارم؛ وقتی مادرم از من خواست که برای خرید دو کیلو سیب‌زمینی از خانه بیرون بروم. مغازه‌دار یک کیسه‌ی پلاستیکی دستم داد، باید خودم دو کیلو سیب‌زمینی را جدا می‌کردم. من، دانش‌آموز اصطلاحاً موفقی که تحصیلات مدرسه‌ای خود را در یک مرکز استعداد‌های درخشان به پایان رسانده بودم و سال‌ها با واژه‌های متر، کیلوگرم، گرم و کیلومتر، در درس‌های ریاضی، علوم، فیزیک و شیمی سروکار داشته و مسأله‌های مربوط به آن‌ها را خوب حل کرده بودم، امروز بهت‌زده به انبوه سیب‌زمینی‌ها و کیسه‌ی پلاستیکی خالی نگاه می‌کردم. دیروز، بارها با "دو کیلوگرم" مسأله حل کرده بودم، اما امروز نمی‌دانستم که "دو کیلوگرم" باید چه قدر در دستان من سنگینی کند. آن روز، آن دانش‌آموز موفق در مدرسه، طعم تلخ شکست را تجربه کرد. امروز، همان دانش‌آموز با نگاه یک آموزشگر، امیدوار است که این تراژدی، برای هیچ‌یک از کسانی که آموزش‌های مدرسه‌ای را می‌بینند، تکرار نشود.



#### ۲.۱. تبیین مسأله

به گزارش کیامنش (۱۳۷۹)، دانش‌آموزان ایرانی در بین ۳۸ کشور شرکت‌کننده در اجرای مجدد سومین مطالعه‌ی بین‌المللی ریاضیات و علوم<sup>۱</sup>، در مجموعه‌ی سؤالات مربوط به اندازه‌گیری<sup>۲</sup>، رتبه‌ی ۳۴م را کسب نمودند. عملکرد نامطلوب دانش‌آموزان ایرانی و تجارب ناموفق اندازه‌گیری که در خود، اطرافیان و دانش‌آموزان‌ام مشاهده می‌کردم، همراه با اهمیتی که از اندازه‌گیری در زندگی روزمره سراغ داشتم، مرا بر آن داشت تا مطالعه‌ی را درباره‌ی آموزش اندازه‌گیری انجام دهم. از آن جایی که یکی از مؤلفه‌های مهم آموزش‌های مدرسه‌ای، کتاب‌های درسی هستند و با توجه به این که اندازه‌گیری، یکی از موضوعاتی است که صفحات بسیاری از کتاب‌های ریاضی را به خود اختصاص داده است، تصمیم گرفتم به بررسی کتاب‌های درسی ریاضی بپردازم. اما بررسی کتاب‌های درسی، بدون در نظر داشتن چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری، ناممکن است. بنابراین سعی کردم ابتدا به این سؤال پاسخ دهم که "به‌منظور یک آموزش مؤثر در زمینه‌ی اندازه‌گیری، به چه مواردی باید توجه کرد؟". به این ترتیب و با پاسخ‌گویی به این سؤال، به چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای رسیدم که می‌توانستم با استناد به آن، به تحلیل محتوای مربوط به اندازه‌گیری در کتاب‌های ریاضی مدرسه‌ای بپردازم.

شورای ملی معلمان ریاضی امریکا<sup>۳</sup> (NCTM, ۲۰۰۰)، در استانداردهای برنامه‌ی درسی ریاضی خود، بر لزوم آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای تأکید کرده و علاوه بر این، آموزش تخمین زدن<sup>۴</sup> را به‌عنوان یکی از روش‌های اندازه‌گیری، لازم و ضروری می‌داند. تخمین زدن اندازه‌ها، که در واقع یک نوع اندازه‌گیری بدون استفاده از ابزار رسمی اندازه‌گیری و به اعتقاد هال<sup>۵</sup> (۱۹۸۴) یک حدس متفکرانه<sup>۶</sup> است، روشی مناسب برای اندازه‌گیری‌هایی است که در زندگی روزمره و برای برخی تصمیم‌گیری‌های خود به آن‌ها نیاز داریم. بنابراین تخمین زدن، نوعی سواد شهروندی محسوب می‌شود. با توجه به علاقه‌ای که به آموزش ریاضی به‌عنوان یک سواد شهروندی داشتم، پس از بررسی کتاب‌های درسی، تصمیم گرفتم که به مطالعه بر روی محصولات این کتاب‌های درسی، یعنی کسانی که ۸ سال آموزش عمومی در دوره‌های ابتدایی و راهنمایی را به پایان رسانده‌اند، از منظر توانایی تخمین زدن اندازه

<sup>۱</sup> TIMSS-R

<sup>۲</sup> Measurement

<sup>۳</sup> National Council of Teachers of Mathematics (NCTM)

<sup>۴</sup> Estimation

<sup>۵</sup> Hall

<sup>۶</sup> Educated Guess

بپردازم. اما در چارچوبی که در بخش اول تحقیق برای آموزش اندازه‌گیری طراحی نمودم، وجود معیارهای مورد استناد<sup>۱</sup> شخصی در افراد، یکی از مؤلفه‌هایی است که برای تخمین زدن اندازه‌ها لازم و ضروری شناخته شد. معیارهای مورد استناد شخصی، معیارهای فیزیکی یا ذهنی هستند که اندازه‌های متناظر با آن‌ها همیشه با فرد همراه است. مانند طول و جیب، تصویری ذهنی از یک متر و نظایر آن. بنابراین به این مسأله پرداختم که دانش‌آموزان، در تخمین‌های خود، از چه معیارهای مورد استناد شخصی استفاده می‌کنند و آیا آموزش‌های عمومی در ریاضی، می‌تواند چنین معیارهای مورد استناد شخصی را برای دانش‌آموزان ایجاد کند؟

### ۳.۱. اهمیت و ضرورت مسأله

بیشتر اعدادی که در زندگی روزمره‌ی خود با آن‌ها مواجه می‌شویم، اندازه‌ها هستند. فاصله‌ی بین دو شهر، دمای محیط اطراف، گنجایش ظرف، جرم مواد خوراکی، سرعت اتومبیل، زمانی که برای رفتن از خانه به محل کار صرف می‌شود و نظایر این‌ها، همگی مثال‌هایی از اندازه‌های متنوعی هستند که روزانه با آن‌ها سروکار داریم.

به گفته‌ی بایز و دمور<sup>۲</sup> (۲۰۰۵)، اندازه‌گیری، مرتب کردن جهان اطراف با استفاده از اعداد است و به‌وسیله‌ی آن، می‌توان جهان اطراف را بهتر کنترل کرد. شورای ملی معلمان ریاضی امریکا (NCTM، ۲۰۰۰) نیز در استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای خود، اندازه‌گیری را نسبت دادن یک مقدار عددی به یک خصیصه مانند طول یک مداد، فاصله‌ی زمین تا ماه، جرم یک دانه‌ی لوبیا و مانند این‌ها می‌داند.

به گفته‌ی فی<sup>۳</sup> (۱۹۹۰) و شورای ملی معلمان ریاضی امریکا (NCTM، ۲۰۰۰)، مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری، یکی از مؤلفه‌های اصلی سواد عددی<sup>۴</sup> و سواد شهروندی بوده و به این ترتیب، لازم است که در برنامه‌های رسمی آموزش عمومی ریاضی- از پایه‌های پیش‌دبستانی تا دبیرستان- لحاظ شود. فی (۱۹۹۰) در توضیح این مطلب، ابراز می‌دارد که اندازه‌گیری مانند محاسبات، آن قدر در

<sup>۱</sup> این لغت، ترجمه‌ی مفهومی است که در متون مختلف با عناوین متفاوت زیر به کار رفته است:

Benchmark & Individual Frame of Reference & Reference Point

<sup>۲</sup> Buys and De Moor

<sup>۳</sup> Fey

<sup>۴</sup> Numeracy

ریاضیات مدرسه‌ای آشنا و دارای سابقه‌ی طولانی است که درباره‌ی لزوم وجود آن، به‌سختی می‌توان شک کرد.

به اعتقاد کمپبل<sup>۱</sup> (۱۹۹۰)، علاوه بر اهمیت کاربردهایی که اندازه‌گیری در زندگی روزمره دارد، یکی دیگر از ضرورت‌های تأکید بر آموزش اندازه‌گیری در سنین کودکی، اهمیت مفهوم‌سازی عدد<sup>۲</sup> در دوران کودکی است. زیرا مفهوم عدد، با مفهوم اندازه‌گره خورده است. بایز و دمور (۲۰۰۵) نیز با تأیید این جنبه از اندازه‌گیری، ایجاد بصیرت نسبت به اعداد، نسبت به جایگاه اعداد روی محور و نسبت به محیطی که اعداد در آن قرار دارند را مستلزم به‌دست‌آوردن بینش صحیحی از اندازه‌گیری در افراد می‌دانند. از این گذشته، آن‌ها اندازه‌گیری را برای شاخه‌های دیگر ریاضی نیز مفید می‌دانند. مثلاً دانش اندازه‌گیری باعث می‌شود تا کودکان، محاسبات را بهتر تخمین زده و اعداد اعشاری را بهتر درک کنند. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (NCTM، ۲۰۰۰) نیز در استانداردهای ریاضی مدرسه‌ای خود، بر لزوم آموزش اندازه‌گیری در دوره‌های ابتدایی، راهنمایی و دبیرستان تأکید کرده و ابراز داشته است که "برنامه‌های آموزشی از پیش‌دبستانی تا پایه‌ی ۱۲ باید دانش‌آموزان را قادر سازد تا ویژگی‌های اندازه‌پذیر اشیا، واحدها و سیستم‌ها و فرآیندهای اندازه‌گیری را درک کرده و روش‌ها، ابزار و فرمول‌های مناسب را برای اندازه‌گیری به‌کار برند." (ص ۴۴)

با چنین بصیرتی نسبت به اهمیت اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای و با توجه به عملکرد نامطلوب دانش‌آموزان در زمینه اندازه‌گیری، ضرورت انجام پژوهش‌هایی که با هدف کلی ایجاد اصلاحات در زمینه‌ی آموزش اندازه‌گیری باشند، احساس می‌شود. پژوهش حاضر با چنین هدفی به طراحی چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای پرداخته است. سپس از آن جایی که کتاب‌های درسی، یکی از اجزای اصلی آموزش در نظام آموزشی ایران هستند، به تحلیل محتوای اندازه‌گیری در کتاب‌های درسی ریاضی ایران پرداخته و راهکارهایی را برای بهبود آموزش اندازه‌گیری ارائه می‌دهد. علاوه بر این، به دلیل اهمیتی که تخمین‌زدن در زندگی روزمره دارد، بخش آخر پژوهش را به بررسی توانایی‌های تخمین‌زدن در دانش‌آموزان اختصاص داده‌ام.

<sup>۱</sup> Campbell

<sup>۲</sup> Conceptualization of Number

#### ۴.۱. سؤال‌های پژوهش

سه سؤال زیر، یکی پس از دیگری، این پژوهش را هدایت کردند:

- یک چارچوب مناسب برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای، شامل چه مؤلفه‌هایی است؟
- مؤلفه‌های این چارچوب، چه قدر در طراحی کتاب‌های درسی ریاضی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی مورد توجه قرار گرفته‌اند؟
- دانش‌آموزان دبیرستانی، از چه نوع معیارهای مورد استناد شخصی استفاده می‌کنند و تا چه اندازه این معیارها، محصول آموزش‌های مدرسه‌ای هستند؟

#### ۵.۱. اهداف پژوهش

یکی از اهداف این پژوهش، رسیدن به چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای و هدف دیگر آن، شناسایی کیفیت آموزش اندازه‌گیری در مدارس ایران بود.

#### ۶.۱. محدودیت‌های پژوهش

در بررسی کتاب‌های درسی ریاضی مدرسه‌ای، به کتاب‌های درسی دوره‌های ابتدایی و راهنمایی پرداختم. در واقع، در یک نگاه کلی، کتاب‌های ریاضی دوره‌ی متوسطه‌ی نظری را- به جز در مواردی خاص در بعضی از رشته‌ها که به برخی از دستوره‌های محاسبه‌ی مساحت و حجم پرداخته بود- عاری از موضوع اندازه‌گیری یافتم.

در مطالعه‌ای که روی دانش‌آموزان انجام دادم، نمونه‌ای را به صورت هدف‌دار انتخاب کردم. در این تحقیق، از دانش‌آموزان پایه‌های اول و دوم دبیرستان در یکی از مراکز استعدادهای درخشان استفاده نمودم. دلیل انتخاب افراد، این بود که می‌خواستم افراد شرکت‌کننده، تحت آموزش کتاب‌های دوره‌های ابتدایی و راهنمایی قرار گرفته باشند؛ فاصله‌ی زمانی زیادی از این آموزش‌ها نداشته باشند و به اصطلاح رایج، عملکرد ریاضی خوبی داشته باشند. تمام این دانش‌آموزان، قبلاً برای شرکت در کلاسی که برای دانش‌آموزان علاقه‌مند به ریاضی تشکیل می‌شد، اعلام آمادگی کرده بودند و همین موضوع، علاقه‌ی آن‌ها را به ریاضی نشان می‌داد.

#### ۷.۱. مخاطبان پژوهش

مخاطبان بالقوه‌ی این پژوهش، برنامه‌ریزان درسی ریاضی، معلمان ریاضی و مؤلفین کتاب‌های درسی می‌باشند که با استفاده از چارچوب طراحی شده برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای و با توجه به تصویری که از وضعیت فعلی آموزش اندازه‌گیری در مدارس ایران ارایه شده است، می‌توانند در جهت ایجاد اصلاحات در زمینه‌ی آموزش اندازه‌گیری تلاش کنند. علاوه بر این، گروهی دیگر از مخاطبان اصلی این تحقیق، پژوهش‌گران آموزش ریاضی هستند. علاقه‌مندان به پژوهش‌های آموزش ریاضی می‌توانند با نقد این چارچوب، به توسعه‌ی آن و ارایه‌ی صورت‌بندی‌های جدیدی از این چارچوب، کمک کنند. آن‌ها همچنین با مبنا قرار دادن این چارچوب، قادر به انجام مطالعات آموزشی در زمینه‌ی اندازه‌گیری خواهند بود.

#### ۸.۱. تعریف‌های عملیاتی

- ✓ اندازه‌گیری (Measurement): نسبت دادن یک مقدار عددی به یک خصیصه مانند طول یا جرم.
- ✓ تخمین<sup>۱</sup> (Estimation): مهارت ذهنی برای تولید یک حدس بخردانه.
- ✓ تخمین اندازه (Measurement Estimation): اندازه‌گیری، بدون استفاده از ابزار رسمی اندازه‌گیری و با استفاده از تخمین زدن.
- ✓ کتاب درسی ریاضی مدرسه‌ای: کتاب‌هایی با موضوع ریاضی که در مدرسه تدریس می‌شوند و در ارزشیابی ریاضی نیز، از دانش‌آموزان انتظار می‌رود تا ریاضی موجود در آن‌ها را یاد گرفته باشند.

<sup>۱</sup> هال (۱۹۸۴) در بیان تفاوت بین تخمین و تقریب (Approximation)، تخمین را مهارت ذهنی برای تولید یک حدس بخردانه و تقریب را یافتن عددی می‌داند که به اندازه‌ی کافی برای هدف موردنظر ما، دقیق باشد.

#### ۱.۹. سازماندهی فصل‌ها

گزارش این پژوهش در پنج فصل ارائه می‌شود. فصل اول به معرفی موضوع پژوهش پرداخته و فصل دوم، همراه با مرور پیشینه‌ی تحقیق، به ارزیابی چارچوبی برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای می‌پردازد. در فصل سوم، روش پژوهش و مطالعات مقدماتی بیان شده و فصل چهارم به ارزیابی یافته‌های پژوهش اختصاص دارد. فصل آخر نیز شامل نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آموزشی می‌باشد.

# پیشینه پژوهش

## فصل ۲

اندازه‌گیری، سومین فعالیت جهانی و مهم برای توسعه‌ی ایده‌های ریاضی است و با مقایسه کردن، مرتب کردن و کمی کردن کیفیت‌ها سروکار دارد که همگی، ارزشمند و مهم هستند. (بیشاپ<sup>۱</sup>، ۱۹۸۸)

### ۱.۲. مقدمه

تصمیم داشتیم با استفاده از پژوهش‌هایی که در زمینه‌ی اندازه‌گیری انجام شده بود و با استفاده از تجارب شخصی‌ام به‌عنوان یک معلم، یک دانش‌آموز و یک شهروند، چارچوبی را برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات مدرسه‌ای طراحی کنم. برای این منظور، باید موضوع اندازه‌گیری را از جنبه‌های مختلف مورد بررسی قرار می‌دادم. به‌همین دلیل، مطالعات من، طیف وسیعی از تحقیقات انجام شده در این زمینه را شامل می‌شد. تحقیقاتی که به اهمیت موضوع اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی پرداخته بودند؛ پژوهش‌هایی که منجر به تولید نظریه‌هایی در رابطه با قابلیت کودکان در یادگیری مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری می‌شدند؛ مطالعاتی که به نحوه‌ی یادگیری و آموزش اندازه‌ی کمیت‌های خاص مانند طول، مساحت و حجم می‌پرداختند؛ تحقیقاتی راجع به واحدهای اندازه‌گیری و فهم و درک کودکان نسبت به آن‌ها؛ مطالعاتی درباره‌ی بدفهمی‌های رایج بین دانش‌آموزان در مفاهیم و روش‌های مختلف اندازه‌گیری؛ تحقیقات فراوانی که به نتایج ارزیابی عملکرد دانش‌آموزان در زمینه‌های مختلف مربوط به اندازه‌گیری می‌پرداختند؛ مطالعاتی راجع به تخمین اندازه‌گیری؛ مدل‌هایی نظری برای

<sup>۱</sup> Bishop

فرآیندهای ذهنی تخمین؛ تحقیقاتی درباره‌ی عملکرد دانش‌آموزان و بزرگسالان در زمینه‌ی تخمین اندازه‌های پیوسته و گسسته؛ و همچنین مطالعاتی در مورد روش‌های مؤثر آموزش تخمین اندازه‌گیری. در این فصل، ابتدا به‌طور خلاصه به تحقیقاتی که بر لزوم وجود موضوع اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی تأکید می‌کنند می‌پردازم.<sup>۱</sup> در بخش‌های بعدی، به فهم کودکان از اندازه‌گیری، و همچنین عملکرد آن‌ها در این زمینه پرداخته و در آخر، چارچوب پیشنهادی خود برای آموزش اندازه‌گیری در ریاضیات را همراه با پژوهش‌های انجام شده در آن زمینه‌ها ارائه خواهم داد.

## ۲.۲. اهمیت اندازه‌گیری در برنامه‌ی درسی ریاضی مدرسه‌ای

بیشتر اعدادی که در زندگی روزمره‌ی خود با آن‌ها مواجه می‌شویم، اندازه‌ها هستند. فاصله‌ی بین دو شهر، دمای محیط اطراف، گنجایش ظرف، جرم مواد خوراکی، سرعت اتومبیل، زمانی که برای رفتن از خانه به محل کار صرف می‌شود و نظایر این‌ها، همگی مثال‌هایی از اندازه‌های متنوعی هستند که روزانه با آن‌ها سروکار داریم.

به گفته‌ی بایز و دمور (۲۰۰۵)، اندازه‌گیری، مرتب کردن جهان اطراف با استفاده از اعداد است و به‌وسیله‌ی آن، می‌توان جهان اطراف را بهتر کنترل کرد. شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (NCTM، ۲۰۰۰) نیز در استانداردهای ریاضیات مدرسه‌ای خود، اندازه‌گیری را نسبت دادن یک مقدار عددی به یک خصیصه مانند طول یک مداد، فاصله‌ی زمین تا ماه، جرم یک دانه‌ی لوبیا و مانند این‌ها می‌داند. با این حال، اندازه‌گیری محدود به کمی کردن کیفیت‌های فیزیکی نمی‌شود. طبق اظهار بایز و دمور (۲۰۰۵)، شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (NCTM، ۲۰۰۰) و فی (۱۹۹۰)، از شروع قرن گذشته، اندازه‌گیری از پدیده‌های علوم طبیعی فراتر رفت و به تدریج، دانشمندان علوم اجتماعی و سیاسی، روان‌شناسان، اقتصاددانان، آموزشگران، آماردانان و جامعه‌شناسان، اندازه‌های متنوع و روش‌های اندازه‌گیری مختلفی را برای توصیف ویژگی‌های رخ داده‌ها و موقعیت‌های مختلف ابداع نمودند که در نتیجه، این علوم قابلیت تحقیق‌پذیری و امکان توسعه‌ی بیشتری پیدا کردند. برخی از این اندازه‌ها، آن قدر در زندگی روزمره نفوذ کرده‌اند که داشتن فهمی صحیح از آن‌ها، برای هر شهروند آگاه و مسؤول لازم است. نمره‌های بهره‌ی هوشی (IQ)، میزان آلودگی هوا، میزان فقر و نرخ سود بانکی، همگی

<sup>۱</sup> به تعدادی از این تحقیقات در بخش ۳.۱ نیز اشاره نموده‌ام.



نمونه‌هایی از این اندازه‌ها هستند. به گفته‌ی فی (۱۹۹۰) و شورای ملی معلمان ریاضی امریکا (NCTM، ۲۰۰۰)، مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری، یکی از مؤلفه‌های اصلی سواد عددی و سواد شهروندی بوده و به این ترتیب، لازم است که در برنامه‌های رسمی آموزش عمومی ریاضی- از پایه‌های پیش‌دبستانی تا دبیرستان- لحاظ شود. فی (۱۹۹۰) در توضیح این مطلب، ابراز می‌دارد که اندازه‌گیری مانند محاسبات، آن‌قدر در ریاضیات مدرسه‌ای آشنا و دارای سابقه‌ی طولانی است که درباره‌ی لزوم وجود آن، به‌سختی می‌توان شک کرد. یکی از علت‌های این آشنایی و سابقه‌ی طولانی این است که کودکان، حتی در سنین پیش از دبستان، با وجود این‌که چیزی راجع به واحدهای استاندارد نمی‌دانند، دارای یک دانش غیررسمی از اندازه هستند. زیرا با استناد به تعریف پیازه (نقل شده در کمپبل، ۱۹۹۰)، که اندازه گرفتن را بیرون کشیدن یک جزء به نام واحد از یک کل و سپس جابه‌جا کردن این واحد بر باقیمانده‌ی آن کل می‌داند، درمی‌یابیم که کودکان در زندگی واقعی خود، دارای تجارب اندازه‌گیری متعدد و متنوعی هستند.

در چارچوبی برای آموزش سواد عددی به بزرگسالان نیز آمده است که چون اندازه‌گیری، معمولاً در بسیاری زمینه‌ها به‌کار می‌رود، بسیاری از یادگیرندگان، اعتماد به نفس زیادی در مهارت‌های اندازه‌گیری خود دارند. بنابراین بهتر است که آموزش اندازه‌گیری از نقاط قوت یادگیرندگان شروع شود و برای آن‌ها فرصت‌هایی را به منظور ایجاد ارتباط بین تدریس و موقعیت‌های زندگی روزمره ایجاد کند. (باکستر<sup>۱</sup> و همکاران، ۲۰۰۶)

به اعتقاد کمپبل (۱۹۹۰)، علاوه بر اهمیت کاربردهایی که اندازه‌گیری در زندگی روزمره دارد، یکی دیگر از ضرورت‌های تأکید بر آموزش اندازه‌گیری در سنین کودکی، اهمیت مفهوم‌سازی عدد در دوران کودکی است. زیرا مفهوم عدد، با مفهوم اندازه گره خورده است. بایز و دمور (۲۰۰۵) نیز با تأیید این جنبه از اندازه‌گیری، ایجاد بصیرت نسبت به اعداد، نسبت به جایگاه اعداد روی محور و نسبت به محیطی که اعداد در آن قرار دارند را مستلزم به‌دست‌آوردن بینش صحیحی از اندازه‌گیری در افراد می‌دانند. از این گذشته، آن‌ها اندازه‌گیری را برای شاخه‌های دیگر ریاضی نیز مفید می‌دانند. مثلاً دانش اندازه‌گیری باعث می‌شود تا کودکان، محاسبات را بهتر تخمین زده و اعداد اعشاری را بهتر درک کنند.

<sup>۱</sup> Baxter

علاوه بر این، یکی از روش‌های آموزش مفاهیم ریاضی استفاده از اندازه‌گیری به‌جای استفاده از مجموعه‌ها است. مثلاً این‌که اعداد را به‌جای این که با شمردن مقادیر گسسته آموزش دهیم، با اندازه‌های پیوسته متناظر نماییم. واگنن<sup>۱</sup> و همکاران (۱۹۷۶)، در مطالعه‌ای مقایسه‌ای، که روی دو گروه از دانش‌آموزان پایه‌ی اول ابتدایی انجام دادند، نشان دادند کودکانی که ریاضی را با رویکرد اندازه‌گیری یاد گرفتند، در مباحث استاندارد ریاضی، عملکردی مشابه با کودکانی داشتند که ریاضی را به شکل استاندارد آن یعنی با رویکرد نظریه مجموعه‌ها آموختند. این در حالی است که آموزش با رویکرد اندازه‌گیری، منجر به عملکرد بهتر کودکان در زمینه‌ی اندازه‌گیری نیز شد.

مطالعه‌ی اندازه‌گیری، فرصتی برای یادگیری و به‌کاربردن بخش‌های دیگر ریاضی مانند اعمال روی اعداد، کسرها، ایده‌های هندسی، مفاهیم آماری و مفهوم تابع ایجاد می‌کند. از این گذشته، اندازه‌گیری حوزه‌ای است که هم ارتباط درونی بخش‌های مختلف ریاضی و هم ارتباط بین ریاضی و حوزه‌های خارج از آن را مانند مطالعات اجتماعی، علوم، هنر و تربیت بدنی، به‌طور شفاف بیان می‌کند (NCTM، ۲۰۰۰).

با چنین بصیرتی نسبت به اندازه‌گیری، شورای ملی معلمان ریاضی آمریکا (NCTM، ۲۰۰۰) در استانداردهای ریاضی مدرسه‌ای خود، بر لزوم آموزش اندازه‌گیری در دوره‌های ابتدایی، راهنمایی و متوسطه تأکید کرده و ابراز داشته است که "برنامه‌های آموزشی از پیش‌دبستانی تا پایه‌ی ۱۲ باید دانش‌آموزان را قادر سازد تا ویژگی‌های اندازه‌پذیر اشیاء، واحدها و سیستم‌ها و فرآیندهای اندازه‌گیری را درک کرده و روش‌ها، ابزار و فرمول‌های مناسب را برای اندازه‌گیری به‌کار برند" (ص ۴۴).

### ۳.۲. فهم و عملکرد کودکان در مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری و تخمین

پژوهش‌های فراوانی در زمینه‌ی فهم کودکان از مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری، عملکرد آن‌ها در این زمینه و بدفهمی‌های رایج میان آن‌ها در این حوزه انجام شده است. نتایج این تحقیقات معمولاً می‌تواند به بهبود آموزش و طراحی برنامه‌های درسی مؤثر، کمک کند. برخی از این تحقیقات، به‌طور مستقیم به فهم و درک دانش‌آموزان از اندازه‌های مشخصی مانند طول، مساحت و حجم می‌پردازند. به‌طور مثال، ولگاریس<sup>۲</sup> و اوآنجلیدو<sup>۱</sup> (؟) با مطالعه‌ای روی دانش‌آموزان دوره‌ی ابتدایی در مورد آموزش حجم اجسام

<sup>۱</sup> Wagenen

<sup>۲</sup> Voulgaris

مکعبی به این نتیجه رسیدند که برای یادگیری حجم، قبل از این که فرمول حجم آموخته شود، باید مفاهیم دیگری یاد گرفته شوند. در واقع برای این که فرمول محاسبه‌ی حجم، معنی‌دار باشد، کودکان باید مهارت‌های دیگری را کسب کنند. آن‌ها باید اولاً با مکعب‌های واقعی دست‌ورزی کنند و شکل‌هایی را بسازند که رفته رفته، پیچیده‌تر می‌شوند. با این کار، آن‌ها نسبت به حجم اجسام مکعبی، دید صحیح‌تری پیدا می‌کنند. علاوه بر این، کودکان باید پیش از آموختن فرمول، فهم خود را راجع به بقای<sup>۲</sup> حجم توسعه دهند. یعنی باید بدانند که حجم جسم، با تکه تکه کردن آن ثابت می‌ماند. در غیر این صورت، یادگیری کودکان از فرمول حجم، طوطی‌وار بوده و از فرمول فقط به صورت مکانیکی و بدون داشتن فهمی صحیح، استفاده خواهند کرد. هم چنین تحقیقات نشان می‌دهد که در تمام پایه‌ها، دانش‌آموزان در مفاهیم مساحت و محیط، مشکلاتی دارند؛ آن‌ها اغلب فکر می‌کنند که دو شکل با مساحت‌های برابر، محیط‌های یکسانی دارند (هارت<sup>۳</sup>، ۱۹۸۱، نقل شده در برگسون<sup>۴</sup> و همکاران، ۲۰۰۰). به دلیل اهمیت این پژوهش‌ها و ارتباطشان با موضوع این مطالعه، در بخش‌های بعدی، به تحقیقات بیشتری از این نوع، اشاره می‌کنم.

گروه دیگری از پژوهش‌ها، به جنبه‌های کلی‌تر اندازه‌گیری می‌پردازند. مثلاً پژوهش‌ها نشان می‌دهند که هنگام تلاش برای فهمیدن مفاهیم اولیه‌ی اندازه‌گیری، دانش‌آموزان پیش از آشنایی با خط‌کش و فرمول‌ها، به ایده‌های پایه‌ای گوناگونی نیاز دارند که شامل موارد زیر می‌باشند:

- نسبت دادن عدد: دانش‌آموزان باید بفهمند که فرآیند اندازه‌گیری، نسبت دادن عدد، به یک ویژگی شیء است.
- مقایسه: دانش‌آموزان باید بتوانند اشیا را بدون استفاده از اعداد، بر مبنای یک ویژگی خاص، مقایسه کنند.
- استفاده از یک واحد و تکرار: دانش‌آموزان باید یک واحد خاص را که عدد "یک" با آن متناظر می‌شود، بفهمند و آن را به کار برند، سپس آن را در یک فرآیند تکرار شونده برای نسبت دادن عدد به بقیه‌ی اشیا به کار برند.

<sup>۱</sup> Evangelidou

<sup>۲</sup> Conservation

<sup>۳</sup> Hart

<sup>۴</sup> Bergeson

• خاصیت جمع‌شدن: دانش‌آموزان باید بفهمند که اندازه‌گیری دو جسم متصل به هم، از مجموع اندازه‌های آن‌ها به دست می‌آید (اوزبورن<sup>۱</sup>، ۱۹۸۰ نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰).

مطالعه‌ی دیگری از این نوع، نشان می‌دهد گاهی واژه‌هایی که با اندازه‌گیری همراه هستند، برای کودکان مشکل‌سازند. این لغات یا کاملاً جدید هستند (مانند <sup>۲</sup> perimeter، <sup>۳</sup> area، <sup>۴</sup> inch) و یا معانی متفاوتی را در زندگی روزمره دارند. (مانند <sup>۵</sup> volume، <sup>۶</sup> yard). فعالیت‌های دانش‌آموزان آن قدر نیست تا بتوانند این واژه‌ها را بخشی از واژگان خود کنند (هارت، ۱۹۸۱، نقل شده در برگسون و همکاران، ۲۰۰۰). فیگراس<sup>۷</sup> و والدج<sup>۸</sup> (۱۹۸۴) نیز فهم دانش‌آموزان دوره‌ی ابتدایی را از مفاهیم و روش‌های اندازه‌گیری مورد بررسی قرار داده و به این نتیجه رسیدند که برای آن‌ها، بقای مساحت سخت‌تر از بقای طول و بقای طول مشکل‌تر از بقای حجم است. علاوه بر این، مطالعه‌ی آن‌ها نشان داد که بیش از نیمی از دانش‌آموزان، واحدهای اندازه‌گیری را به شکل اشتباه به کار می‌برند و عملکرد دانش‌آموزان در تکالیف اندازه‌گیری، وقتی اعداد مورد استفاده کسری باشند، به طرز قابل توجهی کاهش می‌یابد.

یکی دیگر از موضوعات چالش‌برانگیز در تحقیقات مربوط به اندازه‌گیری، موضوع واحدهای اندازه‌گیری و فهم کودکان از آن است که در این زمینه، پژوهش‌هایی با نتایج شگفت‌آور وجود دارند. مثلاً کارپنتر<sup>۹</sup> (۱۹۷۶) در رابطه با فهم کودکان از رابطه‌ی معکوس بین اندازه‌ی واحد و تعداد واحدها، بیان می‌کند که طبیعی است فکر کنیم ایجاد چنین فهمی، با اندازه‌گیری یک کمیت مشخص با استفاده از واحدهای مختلف امکان‌پذیر است. یعنی انتظار داریم اگر از کودک بخواهیم یک طناب را با استفاده از واحدهای مختلف اندازه بگیرد، به این نتیجه برسد که هر چه اندازه‌ی واحد مورد استفاده کوچک‌تر باشد، تعداد واحدهای به کار رفته در اندازه‌گیری طناب بیشتر خواهد بود، زیرا طول طناب تغییری نکرده است. اما مطالعه‌ی وی نشان داد که این‌گونه نیست، زیرا کودکان ابتدا رابطه‌ی معکوس

<sup>۱</sup> Osborne

<sup>۲</sup> پیرامون

<sup>۳</sup> مساحت

<sup>۴</sup> اینچ

<sup>۵</sup> این لغت هم به معنای صدا و هم به معنای حجم است.

<sup>۶</sup> این لغت هم یک واحد اندازه‌گیری و هم به معنای حیاط است.

<sup>۷</sup> Figueras

<sup>۸</sup> Waldegg

<sup>۹</sup> Carpenter