



دانشگاه بیرجند

دانشکده مهندسی

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک-گرایش طراحی کاربردی

مطالعه و مدلسازی جاذب های ارتعاشی به منظور کاهش پدیده چتر در ابزار بورینگ

محمد حسین تدین ترشیزی

استاد راهنما:

دکتر مهدی راغبی

استاد مشاور:

دکتر حسین امیرآبادی

زمستان ۱۳۹۳

تقدیم

خدای رابی شاگردم که از روی کرم، پرومادی فدکار نصیم ساخته تا در سایه درخت پربار وجودشان بیایم و از ریشه آنها شاخ و برگ گیرم و از سایه وجودشان در راه کسب علم و دانش تلاش نمایم. والدینی که بودنشان تاج افتخاری است بر سرم و نامشان دلیلی است بر بودنم، چرا که این دو وجود، پس از پروردگار، مایه هستی ام بوده اند و ستم را گرفتند و راه رفتن را در این وادی زندگی پر از فراز و نشیب آموختند. آموزگاران که برایم زندگی، بودن و انسانن بودن را معنا کردند. . . تقدیم به خانواده ام که لحظات ناب باور بودن، لذت و غرور دانستن، جسارت خواستن، عظمت رسیدن و تمام تجربه های یکتا و زیبای زندگیم، مدیون حضور سبز آنهاست

تقدیم به خانواده عزیزم

تشکر و قدردانی

تختین پاس و ستایش از آن خداوندی است که بنده کوچکش را در دریای بیکران اندیشه، قطره ای ساخت تا وسعت آن را از دریاچه اندیشه های ناب آموزگارانی بزرگ به تماشانشیند. لذا اکنون که در سایه ساز بنده نوازی هایش پایان نامه حاضر به انجام رسیده است، بر خود لازم می دانم تا مراتب پاس را از بزرگوارانی به جا آورم که اگر دست یاریکشان نبود، هرگز این پایان نامه به انجام نمی رسید.

ابتدا از استاد کرامتدرم آقای دکتر راغبی که زحمت راهنمایی این پایان نامه را بر عهده داشتند، کمال پاس را دارم. از استاد عالی قدرم جناب آقای دکتر امیرآبادی که زحمت مشاوره این پایان نامه را متحمل شدند، صمیمانه تشکر می کنم. و تشکر می کنم از اساتید داور، آقای دکتر احمدی بروغنی و آقای دکتر بهما که به بررسی این پایان نامه پرداخته و در جهت اصلاح آن راهنمایی فرمودند و از دوستان که در تمامی مراحل گردآوری و تدوین این پایان نامه تشکر می کنم.

چکیده

یکی از مهمترین روش‌های استفاده شده در ساخت و تولید قطعات، عملیات براده‌برداری می‌باشد. برای افزایش دقت در عملیات براده‌برداری باید ارتعاشاتی که منجر به افت کیفیت سطح، کاهش نرخ براده‌برداری و کاهش عمر مفید ابزار براده‌برداری می‌گردد، تا حد امکان کاهش یابد.

در این پایان نامه، به بررسی ارتعاشات ابزار براده‌برداری در عملیات داخل تراشی قطعه کار پرداخته می‌گردد. در عملیات داخل تراشی به ابزارهای طولانی و باریک برای تراشیدن بخش داخلی قطعه کار نیاز است. افزایش طول ابزار باعث افزایش انعطاف‌پذیری ابزار گردیده و در نتیجه ارتعاش ابزار در حین فرآیند کار افزایش می‌یابد به کمک یک جاذب ارتعاش مناسب می‌توان از ارتعاشات ناخواسته ابزار در حین فرآیند داخل تراشی جلوگیری نمود.

ارتعاش خودتحریک، در عملیات ماشین‌کاری به دو دسته تقسیم می‌گردد. نخستین ارتعاش خودتحریک (چتر) بوسیله خود فرآیند براده‌برداری ایجاد می‌گردد و چتر دومی بوسیله بازتولید حالت موجی سطح قطعه کار ایجاد می‌شود، که دومی منجر به خسارت‌های بیشتری برای عملیات ماشین‌کاری می‌گردد.

هدف این پژوهش، انتخاب بهینه پارامترهای جاذب ارتعاش دینامیکی غیرفعال می‌باشد که به ابزار بورینگ (داخل تراشی) متصل است. ابزار داخل تراشی و جاذب متصل به آن به کمک معادلات لاگرانژ و قانون دوم نیوتن بدست آمده است. به منظور کاهش ارتعاشات ابزار از طریق جاذب ارتعاشی، مسئله به صورت یک مسئله بهینه‌سازی غیرخطی مدل‌سازی شده است که پارامتر مهم در این مسئله، مقدار عرض برش یا پیشروی ابزار در جهت محوری می‌باشد. سپس با استفاده از روش‌های کلاسیک بهینه‌سازی نظیر روش Simplex، روش دن هارتوگ، روش سیمس و روش میگولز، مقادیر پارامترهای جاذب انتخاب می‌شود. مشاهده می‌شود که با استفاده از روش بهینه‌سازی Simplex در نرم‌افزار Matlab، ارتعاشات ابزار برش در عملیات براده‌برداری با عرض برش بیشتر، به میزان قابل توجهی کاهش می‌یابد.

واژه‌های کلیدی: چتر، جاذب ارتعاشی غیرفعال، ابزار داخل تراشی، ارتعاش خودتحریک

فهرست مطالب

(الف)	فهرست مطالب
(ه)	فهرست علائم و نشانه‌ها
(ز)	فهرست جدول‌ها
(ح)	فهرست شکل‌ها
۱	۱. فصل اول: مقدمه و پیشینه تحقیق
۱	۱-۱. مقدمه
	۱-۱-۱. انواع ارتعاشات در سیستم ماشین‌ابزار
۲	۱-۱-۱-۱. ارتعاش گذرا
۲	۱-۱-۱-۲. ارتعاش اجباری
۲	۱-۱-۱-۳. ارتعاش خودتحریک
۳	۱-۱-۲. انواع جاذب‌های ارتعاشی
۳	۱-۲-۱-۱. جاذب ارتعاش دینامیکی غیرفعال
۴	۱-۲-۱-۲. دمپر ضربه‌ای
۵	۱-۲-۱-۳. جاذب ارتعاش الکترورنولوژیکیال
۶	۱-۲-۱-۴. جاذب ارتعاش مگنتورنولوژیکیال
۸	۱-۲-۱-۵. جاذب ارتعاشی دینامیکی پیزوالکتریک فعال
۹	۱-۲-۱-۶. جاذب ارتعاش دینامیکی فعال
۱۰	۲-۱. پیشینه تحقیق
۱۰	۲-۱-۱. پدیده چتر
۱۳	۲-۱-۲. پایداری ابزار داخل تراشی
۱۵	۲-۱-۳. راهبردهای کاهش ارتعاش

۱۸	۲. فصل دوم: مدل سازی جاذب ارتعاشی و معادلات حاکم بر آن
۱۸	۲-۱. مدل ابزار داخل تراشی و جاذب متصل به آن
۳۰	۳. فصل سوم: انتخاب پارامترهای جاذب به روش های کلاسیک
۳۰	۳-۱. روش دن هارتوگ
۳۵	۳-۲. روش سیمس
۳۸	۳-۳. روش میگولز
۳۹	۳-۴. فرآیند محاسبه انتخاب پارامترها و تحلیل پایداری
۴۰	۴. فصل چهارم: مقایسه نتایج بدست آمده با روش های کلاسیک مختلف
۴۰	۴-۱. مثال کاربردی
۴۱	۴-۲. نتایج بدست آمده با روش های مختلف انتخاب پارامترهای جاذب
۴۱	۴-۲-۱. مرز پایداری
۴۶	۴-۲-۲. پایداری ابزار داخل تراشی نامیرا برای جرم های مختلف
۴۷	۴-۲-۳. نتایج حاصل به روش میگولز
۴۹	۴-۲-۴. پایداری ابزار داخل تراشی دارای میرایی
۴۹	۴-۲-۵. مقایسه معیار عرض براده برداری حاصل از روش میگولز با روش سیمس
۵۲	۵. فصل پنجم: بهینه سازی برای انتخاب پارامترهای جاذب
۵۲	۵-۱. بهینه سازی مهندسی
۵۳	۵-۱-۱. شرح مسئله بهینه سازی
۵۴	۵-۱-۱-۱. بردار طراحی
۵۴	۵-۱-۱-۲. قیود طراحی
۵۴	۵-۱-۱-۳. سطح قید

۵۶	۴-۱-۱-۵. تابع هدف
۵۷	۵-۱-۱-۵. سطوح تابع هدف
۵۸	۶-۱-۱-۵. دسته بندی مسئله بهینه سازی براساس وجود قید
۵۸	۷-۱-۱-۵. دسته بندی روش‌های کمینه سازی نامقید
۵۸	۸-۱-۱-۵. برنامه ریزی غیرخطی، روش‌های بهینه سازی نامقید
۵۸	۹-۱-۱-۵. رویکرد کلی برنامه ریزی غیرخطی نامقید
۵۹	۲-۵. روش سیمپلکس
۶۰	۱-۲-۵. فرآیند انعکاس
۶۳	۲-۲-۵. فرآیند انبساط
۶۳	۱-۲-۵. فرآیند انقباض
۶۵	۶ فصل ششم: انتخاب پارامترهای جاذب با روش‌های سیمپلکس
۶۵	۱-۶. هدف طراحی بهینه جاذب ارتعاشی
۶۵	۲-۶. تعریف پارامترهای مسئله بهینه سازی به روش سیمپلکس
۶۵	۱-۲-۶. بردار طراحی
۶۶	۲-۲-۶. تابع هدف
۶۷	۳-۲-۶. فرآیند بهینه سازی
۶۷	۴-۲-۶. نمودار همگرایی
۶۸	۵-۲-۶. نتایج حاصله به روش سیمپلکس
۷۱	۷. فصل هفتم: نتیجه گیری و پیشنهادات
۷۱	۱-۷. نتیجه گیری
۷۱	۲-۷. پیشنهادات
۷۳	مراجع

۷۶	پیوست (الف)
۷۶	پیوست (ب)
۷۶	پیوست (پ)
۷۹	پیوست (ت)
۷۹	پیوست (ث)
۸۱	پیوست (ج)
۸۴	پیوست (چ)
۸۶	واژه نامه

فهرست علائم و نشانه‌ها

مختصات مدال سیستم	q	مساحت سطح مقطع، (m_2)	A
ثابت اختیاری	q ₀	موقعیت جاذب، بی‌بعد	a
مقدار ویژه مختلط	s	موقعیت نیروی برشی، بی‌بعد	b
تأخیر زمانی، s	T	ضریب میرایی ابزار داخل تراشی، $\frac{N \cdot s}{m}$	c
تأخیر زمانی، بی‌بعد	\bar{T}	ثابت میرایی، $(\frac{N \cdot s}{m})$	C
زمان، s	t	قطر ابزار داخل تراشی، m	D
زمان، بی‌بعد	\bar{t}	مدول یانگ ابزار داخل تراشی، Pa	E
انرژی پتانسیل، J	U	نیروی برشی، N	F
سرعت دورانی، بی‌بعد	V	ثابت اختیاری	F ₀
متغیر کمکی	W	نسبت فرکانس‌های طبیعی	f
مقدار عرض برش (پیشروی	wc	برآیند نیروها، N	f _N
در جهت محور ابزار)، m		تابع هدف	G
مقدار عرض برش، بی‌بعد	wcn	نسبت فرکانس اجباری	g
جابجایی در جهت محور، m	x	مقدار ضخامت براده، m	h
جابجایی در جهت محور، بی‌بعد	\tilde{x}	مقدار نامی ضخامت براده، m	h ₀
جابجایی در جهت شعاعی، m	y	ممان اینرسی ابزار داخل تراشی، m^4	I
جابجایی در جهت شعاعی، بی‌بعد	\tilde{y}	ثابت فنر، $\frac{N}{m}$	K
متغیر کمکی، بی‌بعد	Y	ثابت نیروی برشی، $\frac{N}{m^2}$	k _c
ثابت اختیاری مربوط به جاذب	Y _{D0}	طول ابزار داخل تراشی، m	L
جابجایی در جهت مماسی	z	جرم، kg	M
		مد ارتعاشی	N
		انرژی جنبشی، J	P

علائم یونانی	زیرنویس	
α	D	بخش حقیقی بردار ویژه مختلط
β	lim	بخش موهومی بردار ویژه مختلط
δ	D0	تابع دلتای دیراک
δ_{st}	E	انحنای استاتیکی سیستم
λ_D	s	ثابت فنر جاذب، بی بعد
λ_E	a	ثابت فنر معادل، بی بعد
λ_1	b	اولین بردار ویژه ابزار داخل تراشی
μ		نسبت جرمی
μ^*		نسبت جرمی مؤثر
Ω		سرعت دورانی محور
ω		فرکانس
ω_0		فرکانس مرجع
ω_c		فرکانس چتر
φ		مد ارتعاشی سازه
ρ		چگالی ابزار داخل تراشی
τ		متغیر کمکی، بی بعد
ξ		نسبت میرایی
ζ		نسبت میرایی ابزار داخل تراشی
φ		شکل مد تیر

فهرست جدول‌ها

- جدول (۴-۱). پارامترهای ابزار داخل تراشی و جاذب ارتعاشی متصل به آن ۴۱
- جدول (۴-۲). مقدار کمینه نمودار پایداری برای نسبت‌های جرمی مؤثر مختلف محاسبه شده با روش‌های دن هارتوگ ۴۵
- جدول (۴-۳). مقدار کمینه بهینه نمودار پایداری برای نسبت جرمی مختلف محاسبه شده با تغییر نسبت فرکانس طبیعی ۴۶
- جدول (۴-۴). مقدار کمینه نمودار پایداری ابزار دارای میرایی برای نسبت‌های جرمی مختلف با روش‌های مختلف ۴۸
- جدول (۴-۵). مقدار کمینه بهینه نمودار پایداری و انتخاب نسبت فرکانس طبیعی بهینه ابزار دارای میرایی برای نسبت جرمی مختلف با تغییر نسبت فرکانس طبیعی ۵۰
- جدول (۶-۱). نسبت $(WC_n)_{lim}$ ، f و ξ روش سیمپلکس به روش سیمس برای نسبت جرمی مؤثر مختلف ابزار داخل تراشی نامیرا. ۶۸
- جدول (۶-۲). نسبت $(WC_n)_{lim}$ ، f و ξ روش سیمپلکس به روش سیمس برای نسبت جرمی مؤثر مختلف ابزار داخل تراشی نامیرا. ۶۹

فهرست شکل‌ها

- شکل (۱-۱). مکانیزم پدیده چتر احیا کننده در عملیات داخل تراشی ۳
- شکل (۲-۱). الف) هندسه دستگاه ابزار داخل تراشی ، ب) دینامیک ابزار داخل تراشی به همراه جاذب متصل به آن ۳
- شکل (۳-۱). دمپر ضربه‌ای ۵
- شکل (۴-۱). ابزار دستگاه داخل تراشی با سفتی تنظیم پذیر ۶
- شکل (۵-۱). ابزار دستگاه داخل تراشی تحت کنترل سیال مگنتورئولوژیکال ۷
- شکل (۶-۱). جاذب ارتعاش دینامیکی فعال: الف) کنترل غیرفعال و ب) کنترل فعال ۹
- شکل (۷-۱). مدل سیستم جاذب ارتعاش دینامیکی فعال ۹
- شکل (۸-۱). نمای کلی از عملیات داخل تراشی ۱۳
- شکل (۱-۲). نمای کلی از عملیات داخل تراشی و مدل آن. الف) نمای کلی عملیات داخل تراشی، ب) فرآیند براده برداری، ج) مدل ابزار داخل تراشی با جاذب ۱۹
- شکل (۲-۲). ارتعاشات چتر احیا کننده فرآیند براده برداری ۲۰
- شکل (۳-۲). پاسخ زمانی سیستم در ابزار براده برداری بدون داشتن جاذب ارتعاشی ۲۲
- شکل (۱-۳). مدل سیستم گسسته دو درجه آزادی با جاذب ارتعاشی متصل به آن ۳۰
- شکل (۲-۳). دامنه جرم اصلی برای مقادیر مختلف میرایی جاذب ۳۴
- شکل (۳-۳). قسمت حقیقی تابع پاسخ فرکانسی به روش سیمس ۳۷
- شکل (۱-۴). طرح کلی محاسبه انتخاب پارامترهای جاذب و تحلیل پایداری ۴۲
- شکل (۲-۴). نمودار مرز پایداری سیستم برای ابزار داخل تراشی با نسبت میرایی $\zeta=0.05$ و نسبت جرمی مؤثر $\mu=0.075$ ۴۳
- شکل (۳-۴). نمودار پاسخ زمانی سیستم برای ابزار داخل تراشی با جاذب ارتعاشی با عرض برش $wc=0.05$ mm، با نسبت میرایی $\zeta=0.05$ و نسبت جرمی مؤثر $\mu=0.075$ ۴۳

- شکل (۴-۴). نمودار پاسخ زمانی سیستم برای ابزار داخل تراشی با جاذب ارتعاشی با عرض برش $w_c=0.5 \text{ mm}$ ، با نسبت میرایی $\zeta=0.05$ و نسبت جرمی مؤثر $\mu=0.075$
- شکل (۵-۴). نمودار پاسخ زمانی سیستم برای ابزار داخل تراشی با جاذب ارتعاشی با عرض برش $w_c=1.5 \text{ mm}$ ، با نسبت میرایی $\zeta=0.05$ و نسبت جرمی مؤثر $\mu=0.075$
- شکل (۶-۴). تغییرات نسبت فرکانس طبیعی بهینه با نسبت جرم مؤثر برای ابزار داخل تراشی نامیرا $\zeta=0$ بر حسب نسبت میرایی رابطه (۳-۳۰)
- شکل (۷-۴). تغییرات نسبت فرکانس طبیعی بهینه با نسبت جرم مؤثر برای ابزار داخل تراشی نامیرا $\zeta=0$ بر حسب نسبت میرایی رابطه (۳-۳۱)
- شکل (۸-۴). تغییرات نسبت فرکانس طبیعی بهینه با نسبت جرم مؤثر برای ابزار داخل تراشی دارای میرایی $\zeta=0.05$ بر حسب نسبت میرایی رابطه (۳-۳۰)
- شکل (۹-۴). تغییرات نسبت فرکانس طبیعی بهینه با نسبت جرم مؤثر برای ابزار داخل تراشی دارای میرایی $\zeta=0.05$ بر حسب نسبت میرایی رابطه (۳-۳۱)
- شکل (۱۰-۴). مقایسه $(wcn)_{lim}$ روش میگزولز با روش سیمس
- شکل (۱-۵). کمترین مقدار $f(x)$ با بیشترین مقدار $-f(x)$ برابر است
- شکل (۲-۵). سطوح مقید در فضای طراحی دوبعدی فرضی
- شکل (۳-۵). منحنی‌های تراز تابع هدف
- شکل (۴-۵). برنامه تکراری کلی بهینه‌سازی
- شکل (۵-۵). انعکاس در روش سیمپلکس
- شکل (۶-۵). پیشرفت فرآیند انعکاس
- شکل (۷-۵). فرآیند انعکاس، مدار سیمپلکس جدیدی ایجاد نمی‌کند
- شکل (۱-۶). نمودار همگرایی

شکل (۲-۶). مقایسه روش‌های مختلف برای ابزار داخل‌تراشی نامیرا برای

جرم‌های مؤثر مختلف

شکل (۳-۶) نمودار مرز پایداری سیستم ابزار داخل‌تراشی نامیرا بر اساس روش‌های دن

هاتوگ، سیمس، میگولز و سیمپلکس

۱-۱. مقدمه

یکی از مهمترین روش‌های معمول در ساخت و تولید قطعات ، ماشین کاری است . ایجاد سوراخ‌های با قطرهای مختلف و پرداخت آن‌ها از طریق یکی از فرآیندهای ماشین کاری به نام عملیات داخل تراشی^۱ انجام می‌گیرد. ابزار داخل تراشی^۲ به طور استاتیکی و دینامیکی تحت نیروهای برشی در طی عملیات داخل تراشی تغییر شکل می‌یابد. تغییرشکل خمشی استاتیکی فراوان ممکن است تلرانس‌های ابعادی سوراخ را افزایش دهد و ارتعاشات، منجر به ایجاد سطح ضعیف ، عمر کوتاه ابزار و تراشیدن ابزار شود[۱].

۱-۱-۱. انواع ارتعاشات در سیستم ماشین ابزار

ارتعاشات را می‌توان بر اساس عوامل متعدد به روش‌های مختلف، تقسیم‌بندی کرد. برای مثال، ارتعاشات براساس منابع نیروی خارجی را می‌توان بعنوان ارتعاشات گذرا، ارتعاشات اجباری و ارتعاشات خودتحریک تقسیم‌بندی نمود.

¹ Boring Operation

² Boring Tool

۱-۱-۱-۱. ارتعاش گذرا

اگر منبع نیروی خارجی اعمالی، ارتعاشاتی ایجاد کند و حذف گردد، ارتعاشات حاصل، ارتعاشات گذرا می‌باشد. منابع ارتعاشات نوسانی در ابزارهای ماشین شامل، نیروی تماس ابزار برش می‌باشند.

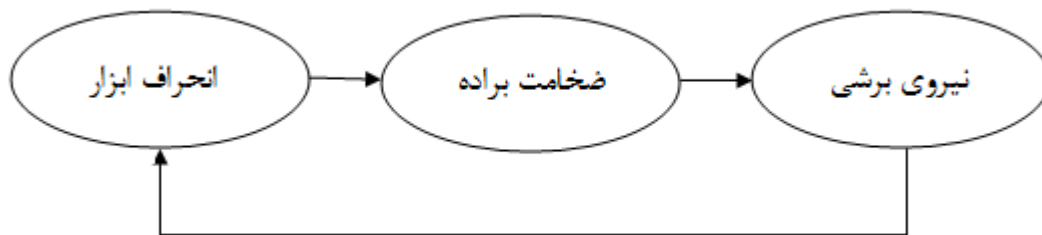
۱-۱-۱-۲. ارتعاش اجباری

اگر ارتعاشات در طی وجود منبع نیروی خارجی رخ دهد، ارتعاشات را ارتعاشات اجباری نامند. رفتار سیستم تحت نیروی اجباری وابسته به نوع تحریک خارجی می‌باشد.

ارتعاشات اجباری در ابزارهای ماشین می‌تواند از دو نوع منابع انرژی داخلی و منابع انرژی خارجی ایجاد شود. منابع انرژی خارجی، مانند امواج زمین‌لرزه که معمولاً ارتعاشات را از طریق پایه‌های ماشین انتقال می‌دهند. طراحی و بکارگیری جداسازهای ارتعاش مؤثر می‌تواند ارتعاشات اجباری را حذف یا کاهش دهد. از منابع ایجاد نیروهای داخلی، می‌توان سرعت بالای محور نابالانس، نیروی ضربه‌ای در فرآیند ماشین‌کاری و نیروی اینرسی ناشی از اجزای با حرکت دو طرفه مانند ریل کشویی را نام برد [۲].

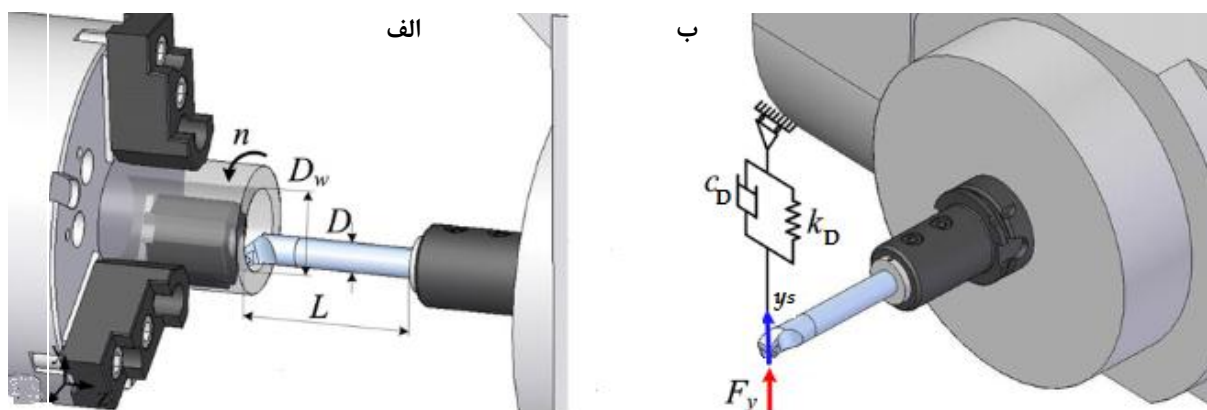
۱-۱-۱-۳. ارتعاش خودتحریک

نوع بسیار مهم ارتعاش در فرآیندهای ماشین‌کاری ارتعاش خودتحریک است. در ابتدای فرآیند براده‌برداری، ابزار متحمل ارتعاشات گذرا می‌شود. اگر پارامترهای ماشین‌کاری شبیه عرض براده برداری، نرخ براده‌برداری و سرعت برش بطور هدفمند تنظیم نشوند، ممکن است ارتعاش گذرا منجر به ارتعاش خودتحریک یا چتر شود. اگر ابزار ارتعاش کند، ضخامت براده نسبت به مقدار طبیعی آن تغییر خواهد کرد. ارتعاش ضخامت براده در مقدار نیروی برشی اثر می‌گذارد. نیروی برشی جدید، انحرافی جدید به ابزار برش تحمیل می‌کند. در نتیجه، عکس‌العمل نیروی برشی، انحراف ابزار و ضخامت براده یک حلقه تشکیل می‌شود (همانطور که در شکل (۱-۱) مشاهده می‌گردد). از اینرو، اگر پارامترهای ماشین‌کاری و مشخصات ساختاری ابزار برقرار نباشند، پدیده چتر اتفاق می‌افتد و ارتعاشات ناپایدار آغاز خواهد شد. در نتیجه، دامنه ارتعاشی با هر بار عبور ابزار در طی فرآیند ماشین‌کاری افزایش می‌یابد. با ادامه این روند، ابزار یا قطعه کار یا یکی از اجزای انتقال قدرت از کار می‌افتد، مگر اینکه پارامتری محدود کننده (شبیه جهش بیرونی برش ابزار) دامنه ارتعاش را محدود کند [۳].



شکل (۱-۱). مکانیزم پدیده چتر احیا کننده در عملیات داخل تراشی.

هندسه ابزار داخل تراشی به همراه جاذب ارتعاشی در شکل (۲-۱) نشان داده شده است.



شکل (۲-۱). الف) هندسه دستگاه ابزار داخل تراشی، ب) دینامیک ابزار داخل تراشی به همراه جاذب متصل به آن [۴].

نیروی مؤثر بر یک سیستم نوسانی، معمولاً مستقل از حرکت سیستم است. اما، سیستم هایی وجود دارند که نیروی برانگیزش در آنها تابع تغییر مکان، سرعت یا شتاب سیستم است. این سیستم ها را سیستم های خودانگیخته می گویند، زیرا حرکت آنها باعث ایجاد نیروی برانگیزش می شود. ناپایداری شفت های چرخان لرزش تیغه های توربین، نوسان جریان در لوله ها، لرزش چرخ های اتومبیل و حرکت اثرودینامیکی پل ها، نمونه هایی از ارتعاشات خود تحریک هستند.

اگر حرکت یک سیستم بر حسب زمان پایا باشد، می گویند سیستم دارای پایداری دینامیکی است (حرکت آن همگراست). اگر دامنه حرکت بر حسب زمان دائماً افزایش یابد، می گویند سیستم دارای

ناپایداری دینامیکی است (حرکت آن واگراست). اگر انرژی از طریق خود تحریک به سیستم داده شود، حرکت آن واگرا و ناپایدار می‌شود. برای تعیین شرایط پایداری، معادله حرکت سیستم با یک درجه آزادی در معادله (۱-۱) نشان داده شده است.

$$m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0 \quad (1-1)$$

حل این معادله را بصورت $y(t) = Ce^{st}$ در نظر می‌گیریم. از جایگذاری این حل در معادله (۱-۱)، معادله مشخصه (۲-۱) بدست می‌آید.

$$s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m^2} = 0 \quad (2-1)$$

ریشه‌های این معادله بصورت رابطه (۳-۱) بدست می‌آید.

$$s_{1,2} = -\frac{c}{2m} \pm \frac{1}{2} \left[\left(\frac{c}{m}\right)^2 - 4\left(\frac{k}{m}\right) \right]^{1/2} \quad (3-1)$$

با توجه به $y(t) = Ce^{st}$ ، اگر ریشه‌های s_1 و s_2 حقیقی و مثبت باشند، حرکت واگرا و نامتناوب خواهد بود. برای جلوگیری از این حالت، $\frac{c}{m}$ و $\frac{k}{m}$ باید مثبت باشند. اگر ریشه‌های s_1 و s_2 مزدوج و مختلط و اجزای حقیقی آنها مثبت باشند، حرکت واگرا می‌شود. برای بررسی این حالت، s_1 و s_2 در معادله (۲-۱) را بصورت روابط (۴-۱) نوشته می‌شود.

$$s_1 = p + iq \quad \text{و} \quad s_2 = p - iq \quad (4-1)$$

که در آن، p و q اعداد حقیقی هستند. اکنون، رابطه (۵-۱) نوشته می‌شود.

$$(s - s_1)(s - s_2) = s^2 - (s_1 + s_2)s + s_1 s_2 = s^2 + \frac{c}{m} s + \frac{k}{m^2} = 0 \quad (5-1)$$

از روابط (۴-۱) و (۵-۱)، رابطه (۶-۱) نتیجه می‌شود.

$$\begin{aligned} \frac{c}{m} &= -(s_1 + s_2) = -2p \\ \frac{k}{m} &= s_1 s_2 = p^2 + q^2 \end{aligned} \quad (6-1)$$

معادله‌های (۶-۱) نشان می‌دهند که برای p منفی، $\frac{c}{m}$ مثبت است، و برای $p^2 + q^2$ مثبت، $\frac{c}{m}$ مثبت است. لذا، اگر c و k مثبت باشند، سیستم دارای پایداری دینامیکی خواهد بود. در شکل ((۳-۱)-الف)، جرم m روی یک تسمه متحرک قرار دارد. در شکل ((۳-۱)-ب)، تغییرات ضریب اصطکاک جنبشی بر حسب سرعت نسبی v نشان داده شده است. در ناحیه خطی PQ ، ضریب اصطکاک را بصورت رابطه (۷-۱) نشان داده می‌شود.

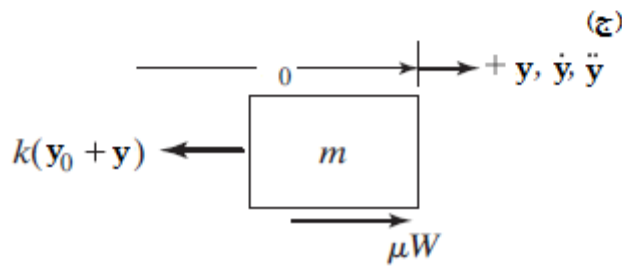
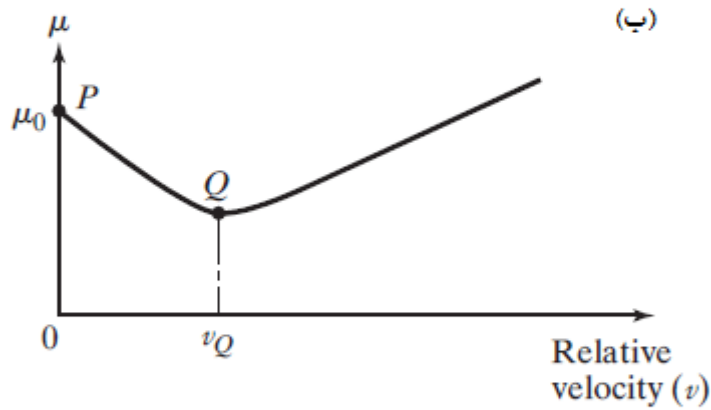
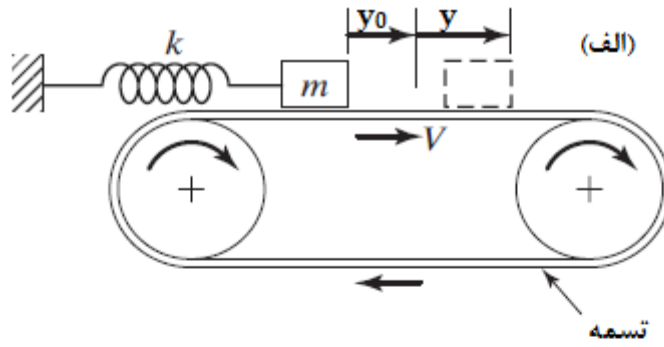
$$\mu = \mu_0 - \frac{a}{W} v \quad (7-1)$$

که در آن، a یک ضریب ثابت است و $W=mg$ ، نوع ارتعاشات آزاد جرم را حول وضع تعادل به روش زیر بدست می‌آید.

وضع تعادل جرم m را متناظر با کشیدگی y_0 فنر در نظر می‌گیریم. بنابراین،

$$\mu W = k y_0 \quad \text{و} \quad y_0 = \frac{\mu W}{k} = \frac{\mu_0 W}{k} - \frac{a v}{k} \quad (8-1)$$

که در آن، V سرعت تسمه است. اگر جرم را به اندازه y از وضع تعادل منحرف کنیم، سرعت نسبی $v = V - \dot{y}$ می‌باشد.



شکل (۳-۱). حرکت جرم متصل به فنر بر اثر اصطکاک تسمه [۵].

با استفاده از قانون دوم حرکت نیوتن، و با توجه به شکل ((۳-۱-ج))، روابط (۹-۱) و (۱۰-۱) نشان داده می‌شود.

$$m\ddot{y} = -k(x_0 + x) + \mu W = -k(x_0 + x) + W\left(\mu_0 - \frac{a}{W}(V - \dot{y})\right) \quad (۹-۱)$$

$$m\ddot{y} - a\dot{y} + ky = 0 \quad (۱۰-۱)$$