

وزارت فرهنگ و آموزش عالی
دانشگاه علوم و فنون مازندران

پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد

رشته: مهندسی عمران - سازه

موضوع: کاربرد نظریه گرافها و گرافهای جبری در تحلیل
دینامیکی و پایداری سازه های متقارن

۱۳۸۸ / ۲ / ۵

کتابخانه مازندران
شماره ثبت

استاد راهنما: جناب پروفسور علی کاوه

دانشجو: بهنوش سلیم بهرامی

تابستان ۱۳۸۲

۱۱۱۹۷۴

شایسته است که از جناب پروفیسور **علی کاوه**، که راهنمایی‌ها، تشویق‌ها و زحمات ایشان همواره گامی بزرگ برای رسیدن به هدف، بوده است، سپاسگذاری کنم.

گفتنی است، هدایت‌ها و کوشش‌های بی‌دریغ جناب مهندس **محمد علی سیاری نژاد** در شکل‌گیری این پایان‌نامه، فراموش‌ناشدنی است. بدین وسیله از ایشان قدر دانی می‌نمایم.

به‌نوش سلیم بهرامی

تابستان ۸۲

کلمات کلیدی :

ارتعاش آزاد- مقادیر ویژه - بردار های ویژه - تقارن- گراف - گراف
جبری- سیستم .

Key word :

Free vibration – Eigenvalues – Eigenvectors – Symmetry
– Graph – Algebraic graph – System.

چکیده:

تئوری گراف، یکی از مباحث با ارزش ریاضیات است که کاربردهای فراوان و گاه ناشناخته، در علوم مختلف دارد. هر گاه بتوان برای یک سیستم، مدل گراف در نظر گرفت، می توان هر خاصیتی را که در گراف موجود است، در سیستم اصلی جستجو کرد.

بحث تقارن در سازه های مهندسی، امری شایع و اجتناب ناپذیر است. خوب است از این ویژگی که در بسیاری از سازه ها وجود دارد، برای کاستن حجم محاسبات و بالا بردن دقت پاسخها، استفاده گردد.

در تحلیل استاتیکی سازه های متقارن، از ویژگی تقارن استفاده شده است. ولی جای این امر در تحلیل دینامیکی سازه های متقارن خالی است.

در این پایان نامه، سعی شده است که در تحلیل دینامیکی، هر سازه متقارن با دو زیر سازه دیگر معادل گردد. به عبارتی، به دلیل داشتن ویژگی تقارن، از ابعاد مساله کاسته شود و دقت محاسبات بالا رود.

در این پایان نامه، همانند تقارنهای محوری و مرکزی در اشکال هندسی، در سازه های مهندسی نیز دو نوع تقارن به فرم دو و به فرم سه تعریف می گردد و با توجه به شرایط خاص این فرمها، افرازهای مربوطه به حداقل دو زیر سازه انجام می شود.

برای اثبات صحت افرازهای انجام شده، از تئوری گراف و تئوری گراف های جبری استفاده می گردد. با بهره مندی از روابط اثبات شده در مدل گراف متناظر از جمله خواص ماتریس لاپلاسیان یک گراف، به نتیجه مطلوب خواهیم رسید. کاربرد روابط فوق را در تحلیل پایداری سازه ها نیز خواهیم دید. نشان داده می شود که افرازهای دیگری در تعیین بار بحرانی سازه های متقارن مهندسی، می توان داشت.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل اول : تئوری گراف
۱-۱	مقدمه
۲	۲-۱ تعاریف پایه
۲	۱-۲ تعریف یک گراف
۳	۱-۲-۲ همسایگی و همبندی
۴	۱-۲-۳ عملکردهای یک گراف
۵	۱-۲-۴ پیمایش، دنباله، مسیر
۷	۱-۲-۵ اتصال
۸	۱-۲-۶ چرخه ها و دسته های برش
۹	۱-۲-۷ درخت، درخت پوشا، درخت با کوتاهترین مسیر
۱۰	۳-۱ ماتریسهای ناشی از یک گراف
۱۱	۱-۳-۱ ماتریس همسایگی
۱۱	۱-۳-۲ ماتریس همبندی گره - عضو
۱۲	۱-۳-۳ ماتریس درجه گرهی
۱۳	۱-۳-۴ ماتریس لاپلاسیان
۱۳	۱-۳-۵ لیست اعضا
۱۴	۱-۳-۶ لیست همسایگی فشرده
۱۴	۴-۱ تئوری گراف جبری
۱۵	۱-۴-۱ مفاهیم پایه
۱۵	۱-۴-۲ مقادیر ویژه یک ماتریس
۱۶	۱-۴-۳ برخی خواص مقادیر ویژه
۱۷	۱-۴-۴ بردارهای ویژه یک ماتریس
۱۸	
	فصل دوم : محاسبه دترمینان و مقادیر ویژه ماتریسها و کاربرد آن در حالتی خاص
۲۰	۲-۱ محاسبه دترمینان و مقادیر ویژه برخی ماتریسها در حالت خاص
۲۰	۲-۱-۱ فرم اول
۲۱	۲-۱-۲ فرم دوم
۲۳	۲-۱-۳ فرم سوم
۲۸	۲-۲ کاربرد فرمهای خاص در تئوری گراف
۲۹	۲-۲-۱ کاربرد فرم دو در تئوری گراف

- ۲-۲-۲ کاربرد فرم سه در تنوری گراف ۳۵
- ۳-۲ افزایش در پی ۴۱
- ۴-۲ بردارهای ویژه ۴۵
- ۴-۲-۱ بردارهای ویژه ماتریس به فرم دو ۴۵
- ۴-۲-۲ بردارهای ویژه ماتریس به فرم سه ۴۸
- ۴-۲-۳ محاسبه بردارهای ویژه با چند افزایش ۵۰

فصل سوم: کاربرد تنوری گراف و گرافهای جبری برای تحلیل دینامیکی

- ۳-۱ مقدمه ۵۴
- ۳-۲ سیستمهای ارتعاشی دارای تقارن به فرم دو ۵۵
- ۳-۳ سیستمهای ارتعاشی دارای تقارن به فرم سه ۶۴
- ۳-۴ بدست آوردن مهم ترین مد ارتعاش ۶۸

فصل چهارم: کاربرد فرم های خاص در یافتن فرکانس طبیعی و بردارهای مادی

- ۴-۱ مقدمه ۷۰
- ۴-۲ قابهای مسطح متقارن با دهانه های فرد ۷۰
- ۴-۲-۱ بدون تغییر مکان جانبی ۷۰
- ۴-۲-۲ با تغییر مکان جانبی ۷۹
- ۴-۳ قابهای متقارن با دهانه های زوج ۸۵
- ۴-۳-۱ قابهای خمشی با دهانه های زوج بدون تغییر مکان جانبی ۸۵
- ۴-۳-۲ قابهای خمشی با دهانه های زوج با تغییر مکان جانبی ۸۷
- ۴-۴ زیر سازه های مشترک D در قابهای مهار شده و مهار نشده ۹۰

فصل پنجم: تحلیل پایداری سازه های متقارن از طریق افزایش های آن

- ۵-۱ مقدمه ۹۳
- ۵-۲ بار بحرانی یا بار کمناش قابهای متقارن با دهانه های فرد ۹۳
- ۵-۲-۱ قابهای متقارن مهار شده با دهانه های فرد ۹۳
- ۵-۲-۲ قابهای متقارن مهار نشده با دهانه های فرد ۹۹
- ۵-۳ بار بحرانی قابهای متقارن با دهانه های زوج ۱۰۱
- ۵-۳-۱ قابهای متقارن مهار شده با دهانه های زوج ۱۰۱
- ۵-۳-۲ قابهای متقارن مهار نشده با دهانه های زوج ۱۰۳
- نتیجه گیری ۱۰۶

فهرست اشکال

صفحه	عنوان
۴	شکل ۱-۱ الف- گراف ساده بدون عضو چندگانه و حلقه
۴	شکل ۱-۱ ب- گراف غیر ساده بایک حلقه و دو عضو چندگانه
۵	شکل ۲-۱ گراف ساده S
۶	شکل ۳-۱ یک گراف ، دوزیرگراف ، اجتماع ، اشتراک و جمع حلقوی
۸	شکل ۴-۱ یک پیمایش ، یک دنباله ، یک مسیر
۹	شکل ۶-۱ یک گراف S و یک دسته برش
۱۰	شکل ۷-۱- تعریف درخت
۱۱	شکل ۸-۱ گراف S
۲۹	شکل ۱-۲ گراف متقارن به فرم دو
۳۲	شکل ۳-۲
۳۳	شکل ۳-۲
۳۵	شکل ۴-۲ گراف باتقارن به فرم سه
۳۷	شکل ۵-۲ گراف باتقارن به فرم سه
۵۵	شکل ۱-۳
۵۷	شکل ۲-۳
۵۸	شکل ۳-۳
۵۹	شکل ۴-۳
۵۹	شکل ۵-۳
۶۰	شکل ۶-۳ سیستم ارتعاشی دارای تقارن به فرم دو
۶۰	شکل ۷-۳ گراف متناظر سیستم ۴-۳
۶۱	شکل ۸-۳ هسته های فشرده D,C
۶۲	شکل ۹-۳ یک سیستم ارتعاشی دارای دو خط تقارن به فرم دو
۶۳	شکل ۱۰-۳ گراف متناظر با سیستم ۹-۳
۶۳	شکل ۱۱-۳ افراز اول سیستم
۶۳	شکل ۱۲-۳ افراز دوم سیستم

۶۶ شکل ۳-۱۳ سیستم ارتعاشی دارای تقارن
۶۶ شکل ۳-۱۴ گراف متناظر با سیستم ۳-۱۳
۶۶ شکل ۳-۱۵ هسته فشرده D
۶۷ شکل ۳-۱۶ هسته فشرده E
۷۱ شکل ۴-۱
۷۱ شکل ۴-۲ قاب خمشی ساده دارای تقارن
۷۳ شکل ۴-۳-الف زیرسازه C از نظر سختی
۷۳ شکل ۴-۳-ب زیرسازه C از نظر جرم
۷۴ شکل ۴-۴-الف زیرسازه D از نظر سختی
۷۴ شکل ۴-۴-ب زیرسازه D از نظر جرم
۷۵ شکل ۴-۵
۷۶ شکل ۴-۶-الف سازه C از نظر سختی
۷۶ شکل ۴-۶-ب سازه C از نظر جرم
۷۷ شکل ۴-۷-الف سازه D از نظر سختی
۷۷ شکل ۴-۷-ب سازه D از نظر جرم
۷۸ شکل ۴-۸ سازه دارای تقارن به فرم دو
۷۸ شکل ۴-۹-الف زیرسازه C از نظر سختی
۷۸ شکل ۴-۹-ب زیرسازه C از نظر جرم
۷۹ شکل ۴-۱۰-الف زیرسازه D از نظر سختی
۷۹ شکل ۴-۱۰-ب زیرسازه D از نظر جرم
۸۲ شکل ۴-۱۱ سازه متقارن به فرم دو دارای تغییر مکانی جانبی
۸۳ شکل ۴-۱۲ افزایشهای شکل ۴-۱۱
۸۴ شکل ۴-۱۳ قاب دو طبقه متقارن به فرم دو با تغییر مکان جانبی
۸۵ شکل ۴-۱۴
۸۶ شکل ۴-۱۵
۸۶ شکل ۴-۱۶
۸۷ شکل ۴-۱۷ زیرسازه E

- شکل ۴-۱۸ زیرسازه D ۸۷
- شکل ۴-۱۹ قاب متقارن به فرم سه باتغییر مکان جانبی ۸۹
- شکل ۴-۲۰ سازه متقارن به فرم سه ۹۰
- شکل ۴-۲۱ زیرسازه D ۹۰
- شکل ۴-۲۲ زیرسازه E ۹۰
- شکل ۵-۱ قاب خمشی ساده با دهانه فرد و بدون تغییر مکان جانبی ۹۵
- شکل ۵-۲ تیر ستون با درجه های آزادی متقارن ۹۵
- شکل ۵-۳ ۹۶
- شکل ۵-۴ ۹۷
- شکل ۵-۵ افراز D ۹۸
- شکل ۵-۶ افراز C ۹۹
- شکل ۵-۷ المان ستونی جدید ۹۹
- شکل ۵-۸ سازه به فرم سه ۱۰۰
- شکل ۵-۹ ۱۰۲
- شکل ۵-۱۰ زیرسازه های مثال ۵-۵ ۱۰۳
- شکل ۵-۱۱ ۱۰۴
- شکل ۵-۱۲ الف) هسته D ۱۰۵
- شکل ۵-۱۲ ب) هسته E ۱۰۵

فصل اول

تئوری گراف

"تئوری گراف" یکی از شاخه های ریاضیات است که بوسیله اویلر^۱ در سال ۱۷۳۶ آغاز شد. بعد از صد سال، قانون دوم کیرشهف^۲ برای آنالیز شبکه های الکتریکی کشف شد. کیلی^۳ و سیلوستر^۴، خواص مختلفی از انواع ویژه گرافها مثل درختها را کشف کردند. پوینکر^۵ چیزی را که امروزه به ماتریس همبندی (Incidence) یک گراف معروف است، را تعریف کرد. بعد از صد سال اولین کتاب بوسیله کونینگ چاپ شد. بعد از جنگ جهانی دوم کتابهای بیشتری در تئوری گراف نوشته شد، مثل اور^۶، بهزاد^۷ و کارترند^۸، توت^۹، برگ^{۱۰} و هاراری^{۱۱}.

تئوری گراف در مهندسی و علومی مثل شیمی، عمران، برق و مکانیک، معماری، مدیریت و کنترل، مخابرات و... کاربردهای زیادی دارد. امروزه، کتابهای زیادی در زمینه کاربرد تئوری گراف توسط دانشمندان مختلف نوشته شده است. در ابتدای امر یک سری تعاریف پایه گفته می شود. از ذکر توضیحات بیشتر صرف نظر می گردد. برای توضیحات بیشتر به منابع ۱ و ۲ مراجعه شود.

۱-۲ تعاریف پایه

در ابتدای امر باید موقعیتها و ویژگیهای هر عضو و نقطه از یک ساختار را تشخیص دهیم. به عنوان مثال در یک ساختار اگر یک عضو تغییر کند، رفتار آن ساختار عوض می گردد. رفتار و هویت یک ساختار به موقعیت و هویت اعضایش بستگی دارد. به بیانی دیگر، اگر موقعیت یک عضو عوض شد، خواص آن سازه دوباره، تغییر خواهد کرد. بنابراین اتصالات (توپولوژی) یک ساختار، از کارایی آن تأثیر می پذیرد. بنابراین ارائه یک سیستم که توپولوژی آن راحت فهمیده شود، مهم است. مدل گراف یک سیستم، مفاهیم قدرتمندی را برای این هدف ارائه می دهد.

1- Euler
2- kirchhoff
3- cayley
4- syslvester
10- Berge

5- poincare
6- ore
7- Behzad
9- Tutte
10- Harary

۱-۲-۱ تعریف یک گراف

یک گراف S شامل یک مجموعه $N(s)$ از المانها که گره ^۱ (راس یا نقطه) و یک مجموعه $N(s)$ از المانها که اعضاء ^۲ یا لبه ها نامیده می شود. هر عضو دارای دو گره است که هر دو گره که عضو را تشکیل می دهند، انتهای ^۳ آن عضو نامیده می شود.

اعضای چندگانه ^۴:

اگر دو یا چند عضو به دو گره وصل باشند، به آنها اعضای چندگانه گویند.

حلقه ^۵:

اگر یک عضو یک انتها داشته باشد، به آن حلقه می گوئیم.

گراف ساده ^۶:

اگر یک گراف حلقه و اعضای چندگانه نداشته باشد گراف ساده نامیده می شود.

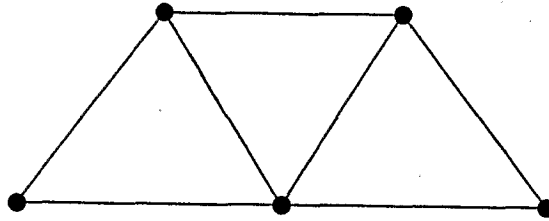
گراف متناهی ^۷:

اگر $M(s)$ و $N(s)$ قابل شمارش باشند، گراف متناظر آن یک گراف متناهی است. در واقع گرافی با $M(s)$ و $N(s)$ نامتناهی، دارای المانهای نامحدود است. در این فصلها، تنها گرافهای متناهی مورد بررسی قرار میگیرد. تعاریف بالا مطابق با گراف محض می باشد، هر چند که یک گراف شاید بایک مجموعه از نقاط که با خطوطی در فضای اقلیدسی به هم وصل می شوند، شناخته شود. این نقاط، گره نامیده شده و این اعضاء خطی بدون نقاط انتهایشان، عضو نام گذاری می شود. به این مجموعه، گرافهای توپولوژیکی می گویند.

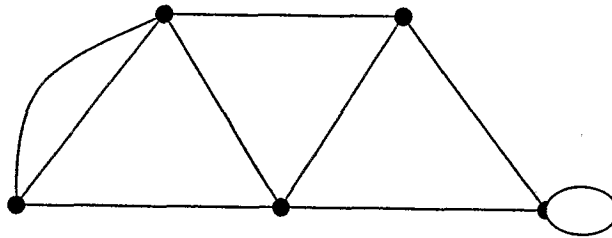
-
- 1- node
 - 2- member
 - 3- Ends
 - 4- Multiple

- 5- loop
- 6- simple graph
- 7- finite graph

تعاریف بالا رادشکلهای زیر می بینیم.



شکل ۱-۱ الف - گراف ساده بدون عضو چندگانه و حلقه



شکل ۱-۱ ب - گراف غیر ساده بایک حلقه و دو عضو چندگانه

۲-۲-۱ همسایگی ۱ و همبندی ۲

اگر دو گره از یک گراف بوسیله عضوی به هم وصل شوند، آن دو گره را همسایه گویند. یک عضو بایک گره همبند است اگر آن گره یک انتها برای آن عضو باشد. دو عضو در صورتی همبند هستند اگر آن دو عضو حداقل در یک گره انتهایی باهم مشترک باشند.

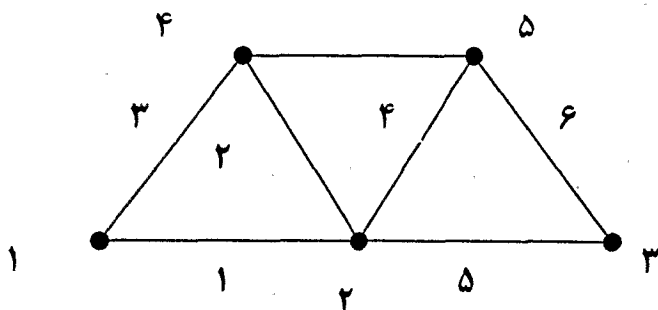
درجه یک گره:

درجه یک گره n_1 که با $\text{deg}(n_1)$ نوشته می شود، برابر است با تعداد اعضایی که به آن گره همبند است.

بدلیل اینکه هر عضو در یک گراف دارای دو گره انتهایی است، به سادگی می توان درک کرد که مجموع درجه های گره های مختلف یک گراف برابر است با دو برابر تعداد اعضای آن.

-
- 1- Adjacency
 - 2- Incidence

در شکل زیر گره های n_2, n_4 همسایه هستند و گره n_2 با اعضای m_1, m_2, m_4 و m_5 همبند است. درجه گره n_2 برابر 4 است.



شکل ۱-۲ گراف ساده S

تعداد اعضای این گراف ۷ تا است و مجموع درجه های گره های آن برابر است با:

$$۲+۴+۲+۳+۳=۱۴$$

که برابر با ۲ برابر اعضای آن است.

۱-۲-۳ عملکردهای گراف:

زیرگرافها:

یک زیرگراف S_i از گراف S ، یک گراف است به طوریکه $N(S_i)$ ، $M(S_i)$ و $N(S)$ و هر عضو از آن، انتهاهای مشابه با S دارند.

اجتماع زیرگرافها:

اجتماع زیرگرافهای S_1 ، S_2 ، ... و S_k از S ، یک زیرگراف از S است که بطوریکه

$$N(S^k) = \bigcup_{i=1}^k N(S_i)$$

$$M(S^k) = \bigcup_{i=1}^k M(S_i)$$

اجتماع زیرگرافها را با این شکل نمایش می دهند:

$$S^k = \bigcup_{i=1}^k S_i = S_1 \cup S_2 \cup \dots \cup S_k$$

اشتراک دوگراف:

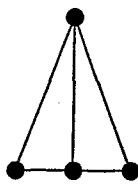
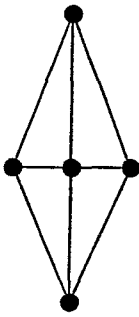
اشتراک دوگراف، مجموعه مشترک اعضاء و گره ها از دوگراف تعریف می شود.

جمع حلقوی گرافها:

جمع حلقوی دوزیرگراف S_i, S_j ، یک زیرگراف است که گره‌ها و اعضای S_i و S_j را شامل می‌شود، به جز آن المانهایی که بین S_i, S_j مشترک هستند. این جمع را با شکل زیرنمایش می‌دهند:

$$S_i \oplus S_j$$

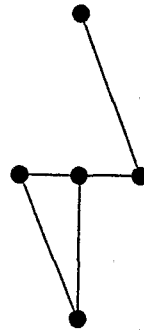
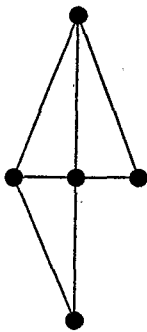
مثالی برای تعاریف بالا:



الف) S

ب) S_i

ج) S_j



د) $S_i \cup S_j$

ه) $S_i \cap S_j$

و) $S_i \oplus S_j$

شکل ۱-۳ یک گراف، دوزیرگراف، اجتماع، اشتراک و جمع حلقوی S_i, S_j هر دو، زیرگرافی از S هستند.

۱-۲-۴ پیمایش^۱ (گام)، دنباله^۲ (گذر)، مسیر^۳

یک پیمایش p_R از گراف S یک دنباله محدود به این شکل $P_R = \{n_o, m_1, n_1, \dots, m_p, n_p\}$ است که متناوباً ترکیبی از گره n_u ، m_i می باشد و $1 \leq i \leq P$. همچنین n_{i-1} ، n_i دوانتهای عضو m_i هستند.

یک دنباله درگراف S ، یک پیمایش است که هیچ عضوی از S بیشتر از یک بار در آن تکرار نشود.

یک مسیردرگراف S ، یک دنباله درگراف S است که هیچ گرهی در آن بیش از یک بار استفاده نشود. در واقع یک مسیردرگراف S ، یک پیمایش است که در آن هر عضو یا گرهی فقط یک بار تکرار شود.

طول هر مسیر p_i که با $L(p_i)$ نشان داده می شود، برابر است با تعداد اعضای آن. p_i ، کوتاهترین مسیر بین دو نقطه گفته می شود اگر یک مسیر p_j دیگری وجود نداشته باشد که دو نقطه را با طول کمتری طی کند.

$$L(p_i) \leq L(p_j) \quad \text{یعنی به ازای هر } p_j :$$

فاصله دو گره در یک گراف، تعداد اعضای کوتاهترین مسیری که دو گره می باشد. گراف شکل قبل را در نظر می گیریم:

$$W = (n_2, m_6, n_5, m_5, n_1, m_1, n_2, m_2, n_3, m_8, n_5, m_6, n_2)$$

عضو m_6 و نقاط n_5, n_2 بیش از یک بار تکرار شده اند.

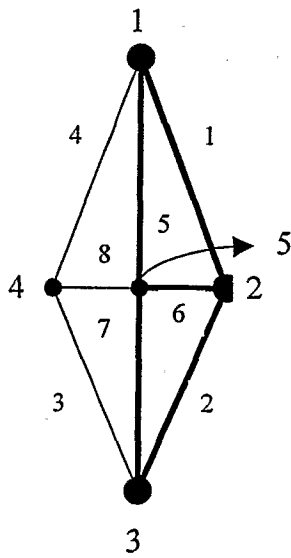
$$T = (n_2, m_6, n_5, m_5, n_1, m_1, n_1, m_2, n_3)$$

گره n_2 دوبار تکرار شده ولی هیچ عضوی بیش از دوبار نیامده است

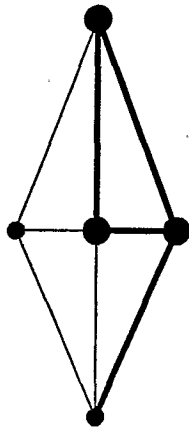
$$P = (n_5, m_5, n_1, m_1, n_2, m_2, n_3)$$

در اینجا هیچ عضو و گرهی دوبار تکرار نشده است پس یک مسیراست.

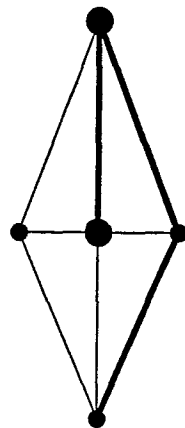
-
- 1- walk
 - 2- trail
 - 3- path



الف) یک پیمایش W



ب) یک دنباله t



ج) یک مسیر p

شکل ۱-۴ یک پیمایش، یک دنباله، یک مسیر

۱-۲-۵ اتصال

دو گره n_j, n_i را در گراف S متصل گویند، اگر بین آن دو یک مسیر موجود باشد. گراف S متصل نام دارد، هرگاه هر دو گره آن، دو گره متصل باشند

۶-۲-۱ چرخه ها اودسته های برش ۲

چرخه ها:

یک مسیریسته را چرخه گویند، به طوریکه گره ابتدا و انتهای آن یکی باشد.

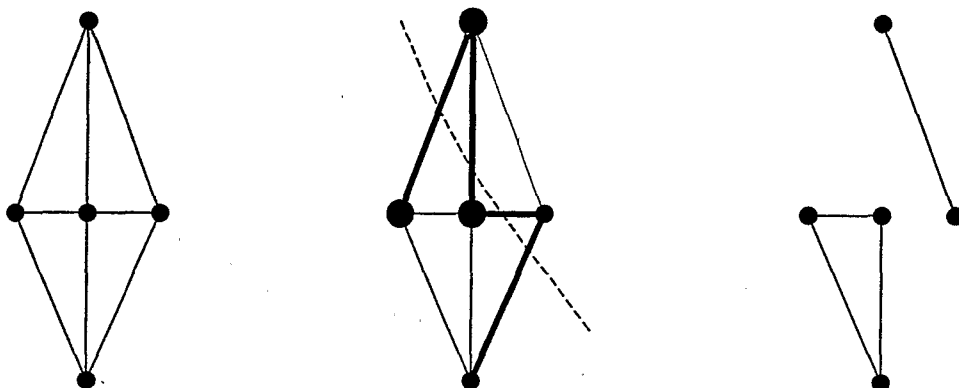
$$(no, m1, n1, \dots, mp, np) = no - np$$

مسیریک چرخه است $P \geq 1 \Rightarrow$

دسته های برش:

اعضایی از گراف هستند که با برداشتن آنها از گراف، آن گراف به دوزیرگراف افراز می شود، که از هم جدا هستند. به هریک از اعضای که حذف کرده ایم و دوزیرگراف رابه هم وصل می کند یا اصل S میگوئیم. دسته های برش را «اولیه» گوئیم، اگر هر دو گراف S_1 و S_2 جزء گرافهای متصل باشند.

اگر S_1 یا S_2 یک نقطه باشند، به دسته برش $cocycle$ می گوئیم.



شکل ۶-۱ یک گراف S و یک دسته برش

-
- 1- cycles
 - 2- cutsets
 - 3- link

۷-۲-۱ درخت ۱، درخت پوشا ۲، درخت با کوتاهترین مسیر ۳

یک درخت T، یک زیرگراف از گراف S است، که هیچ چرخه ای در آن نباشد. به

مجموعه ای از درختها، جنگل میگویند.

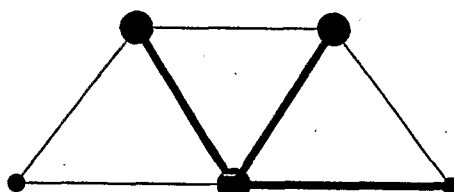
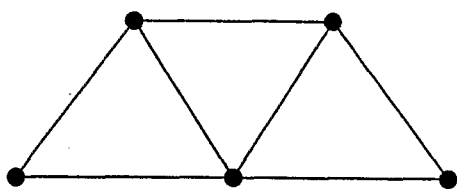
به درختی که همه گره های یک گراف در آن باشد، درخت پوشا گفته می شود که برای سادگی به آن درخت گوئیم.

درختی که از یک گره مشخص در یک گراف شروع شده و فاصله هر گره از این درخت تا

نقطه شروع، کمترین مقدار باشد، درخت کوتاهترین مسیر نام دارد.

نقطه شروع هر درخت را ریشه گویند. در SRT (Shortest Route tree) فاصله هر نقطه

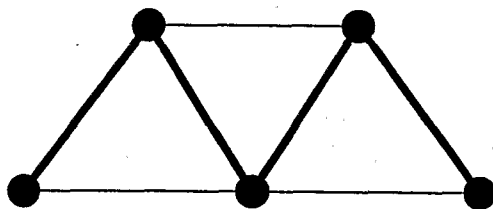
از SRT تا ریشه حداقل است.



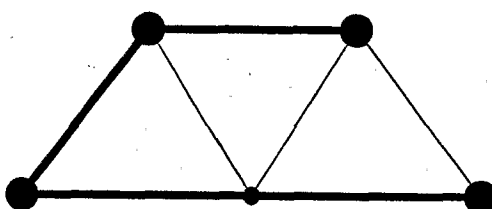
n

الف) یک گراف

ب) یک درخت



n



n

ج) یک درخت کوتاهترین مسیر از n_0 (د) درخت پوشا

شکل ۷-۱- تعریف درخت

می توان نشان داد که تعداد اعضای هر درخت از تعداد گره های آن یکی کمتر است.

$$M(T) = N(T) - 1$$

یعنی:

1- Tree

2- Spaning Tree

3- Shortest Route Tree

4- Forest

۱-۳ ماتریسهای ناشی از یک گراف

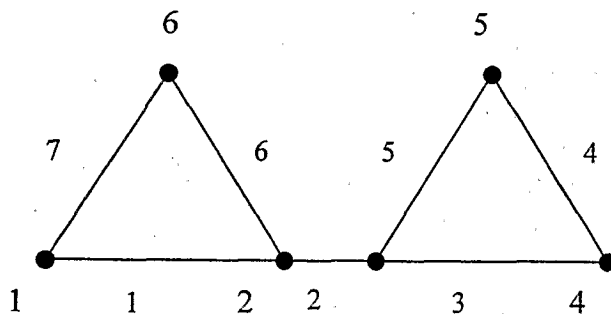
در تئوری گراف، باید هر گراف را بتوانیم از نظر ریاضیات تعریف کنیم. در تئوری گراف، ماتریسها نقش بااهمیتی را مخصوصاً در کاربردهای آن در تحلیل سازه ای - باری می کند. بعضی از ماتریسها، خواص اتصال یا Connectivity یک گراف و بعضی اطلاعات مفیدی درباره الگوهای ماتریس های سازه ای و بعضی در مورد معادلات تعادل و سازگاری بیان می دارند.

در این بخش برخی از این ماتریسها را بیان می کنیم. در کل در این فصول گرافهای همبند مورد بررسی قرار میگیرد.

۱-۳-۱ ماتریس همسایگی

گراف S را در نظر می گیریم اگر گراف S ، n گره داشته باشد ماتریس همسایگی یک ماتریس $n \times n$ است که اگر n_i با n_j همسایه باشند، درایه سطر i و ستون j آن برابر ۱ است. و در غیر این صورت برابر صفر می باشد. فرض بر این است که هر نقطه با خودش همسایه نیست یعنی درایه های قطری صفر هستند بدیهی است که جمع درایه های هر ردیف یا هر ستون برابر درجه آن گره است.

مثال زیر را در نظر می گیریم:



شکل ۱-۸ گراف S