بسم الله الرحمن الرحيم

٤٨٥١٥

دانشگاه صنعتی اصفهان

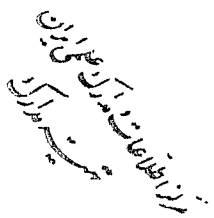
دانشکده مکانیک

کاربرد روش عددی شبکه بولتزمن
در حل جریان سیال لزج و تراکم ناپذیر

پایان نامه کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک

عابد زاده گل محمدی

۱۳۸۲ /۷/ ۲۰



استاد راهنما

دکتر محمود اشرفی زاده

۱۳۸۱

٤٨٥١٥

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده مکانیک

پایان نامه کارشناسی ارشد رشته مهندسی مکانیک آقای عابد زاده گل محمدی

تحت عنوان

کاربرد روش عددی شبکه بولتزمن
در حل جریان سیال لزج و تراکم ناپذیر

در تاریخ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهائی قرار گرفت :

۱- استاد راهنمای پایان نامه دکتر محمود اشرفی زاده

۲- استاد مشاور پایان نامه دکتر احمد رضا عظیمیان

۳- استاد داور دکتر احمد رضا پیشه ور

سرپرست تحصیلات تکمیلی دکتر احمد رضا عظیمیان

مایلم که از کلیه کسانی که مرا در مطالعه و تحقیق حاضر یاری نموده اند، تشکر و قدردانی نمایم. از استاد محترم جناب دکتر محمود اشرفی زاده که در انجام کار حاضر اینجانب را راهنمائی نموده اند تشکر می نمایم. از پدر بزرگوار، آقای دکتر محمود زاده گل، و مادر گرامی ،خانم منیژه شفارودی، که حمایت ها و تشویق های بیدریغ ایشان، در کلیه مراحل تحصیل، همراه من بوده است، سپاسگذاری می نمایم. از پدر همسرم، آقای حسین صمدی، و مادر همسرم خانم فاطمه محزون، به دلیل حمایت های معنوی ایشان تشکر می نمایم.

در طی دوران تحصیل ، ساعات بسیار، از وقتی که متعلق به خانه و خانواده بود، صرف مطالعه و تحقیق شده است. صبر و شکیبائی همسرم، خانم ویدا صمدی، در تحمل کاستی ها و ناملایمات این دوران ، ادامه کار را میسر نمود. لذا این اثر همانقدر که حاصل تلاش اینجانب می باشد ، به ایشان نیز تعلق دارد.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و
نو آوریهای ناشی از موضوع این پایان نامه متعلق به
دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به همسرم ، خانم ویدا صمدی

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست مطالب ..... هشت

چکیده ۱

فصل اول : مقدمه

۱-۱- روشهای تحلیل جریان سیال ۲

۱-۲- سیستم آحاد در متدهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن ۳

۱-۳- روش شبکه گاز ٤

۱-٤- روش شبکه بولتزمن ۱۰

۱-۵- تاریخچه روشهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن ۱۲

فصل دوم : مبانی نظری روشهای شبکه گاز

۲-۱- بازیافت معادلات بقای جرم و ناویراستوکس از روش شبکه گاز ۱۷

۲-۲- لزجت در مدلهای شبکه گاز ۳۵

فصل سوم : مبانی نظری روش شبکه بولتزمن

۳-۱- بازیافت معادلات بقای جرم و ناویراستوکس از روش شبکه بولتزمن ۳٦

۳-۲- پایداری مدل شبکه بولتزمن ٤۹

۳-۳- دقت روش عددی شبکه بولتزمن ٤۹

۳-٤- تراکم پذیری مصنوعی در مدل شبکه بولتزمن ۵۰

فصل چهارم : شرح روش عددی شبکه بولتزمن

٤-۱- تبیین مسئله و سیستم آحاد ۵۲

٤-۲- مراحل تجدید آرایش ذرات ۵٤

٤-۳- روش اعمال شرایط مرزی ۵۵

٤-٤- روش توصیف هندسه های بسیار پیچیده ۵۸

فصل پنجم : حل چند مسئله نمونه با استفاده از روش شبکه بولتزمن

۵-۱- مثال اول : جریان بین دو صفحه موازی ٦۲

۵-۲- مثال دوم : جریان درون حفره مربعی شکل ۷۱

۵-۳- مثال سوم : جریان حول استوانه ۸۰

فصل ششم : نتیجه گیری
۶-۱- جمع بندی نتایج ۸۹
۶-۲- پیشنهاد برای تحقیقات آتی ۸۹

منابع ۹۱
پیوست (آ) : قواعد برخورد مدل *FHP-III* روش شبکه گاز ۹۴
پیوست (ب) : روش محاسبه ضرایب لیفت و دراگ ۹۷
چکیده انگلیسی

چکیده

در این پایان نامه مبانی نظری روش های شبکه گاز و شبکه بولتزمن ارائه و نشان داده شد که روشهای مذکور در سطح ماکروسکوپیک و در محدوده اعداد ماخ کوچک منجر به ارضای معادلات پیوستگی و ناویر استوکس می گردند. روش عددی شبکه بولتزمن تشریح گردید و چگونگی اعمال شرایط مرزی در این روش تشریح شد. همچنین روش جدیدی برای اعمال شرایط مرزی انتهای کانال ارائه و مورد آزمایش قرار گرفته است.

برای روشن تر نمودن مطالب و به منظور بررسی دقیق تر دامنه و کاربرد روشهای فوق ، در این پایان نامه، برنامه کامپیوتری به زبان برنامه نویسی C نگاشته و سه مسئله نمونه حل عددی شد. با توجه به اینکه روش شبکه بولتزمن شکل تکامل یافته روش شبکه گاز می باشد، برای روش شبکه گاز برنامه کامپیوتری نوشته نشد و این روش برای حل هیچ مسئله ای مورد استفاده قرار نگرفت.

در مثال اول جریان بین دو صفحه موازی برای اعداد رینولدز ۲۰ ، ۵۰ و ۱۰۰ حل عددی گردید . مثال دوم به جریان درون حفره مربعی شکل و برای اعداد رینولدز ۱۰۰ الی ۵۰۰۰ می پردازد. در مثال سوم جریان حول استوانه واقع در بین دو صفحه موازی برای یک حالت یکنواخت (در عدد رینولدز ۲۰) و همچنین برای یک حالت غیر یکنواخت (در عدد رینولدز ۱۰۰) حل عددی شد. در کلیه مثالهای فوق ، نتایج بدست امده از حل عددی شبکه بولتزمن با نتایج نظری و یا با حل های عددی که توسط سایرین و با استفاده از روش های متعارف انجام شده، مقایسه گردید. برای هر مثال تاثیر ابعاد شبکه بررسی شده است. همچنین، تراکم پذیری مصنوعی مورد بحث قرار گرفته است.

با توجه به اینکه روش شبکه بولتزمن در محدوده اعداد ماخ کوچک معتبر است، در مثالهای ارائه شده، برای حصول اعداد رینولدز بالا، لزجت مدل کاهش داده شد.

در روش شبکه بولتزمن، کلیه محاسبات صریح بوده و نیازی به حل هیچ دستگاهی از معادلات نمی باشد. همچنین به دلیل ماهیت موضعی محاسبات، این روش به سادگی قابل موازی شدن می باشد و به دلیل سهولت اعمال شرایط مرزی ، برای حل مسائلی که دارای هندسه پیچیده می باشند دارای کاربرد می باشد.

در خاتمه، کلیه نتایج بدست آمده با نتایج نظری و کارهای سایرین مقایسه گردید که توافق نتایج خوب بوده و کاربرد روش شبکه بولتزمن در محدوده های تعیین شده تائید گردید.

فصل اول

مقدمه

۱-۱ روشهای تحلیل جریان سیال

روشهای شناخته شده برای تحلیل جریان سیال عبارتند از:

- روشهای تحلیلی
- *روشهای متعارف حل عددی معادلات ناویر استوکس*
- روشهای شبیه سازی برخوردهای مولکولی
- روشهای نسبتا جدید شبکه گاز[۱] و شبکه بولتزمن[۲]

در ذیل به توصیف مختصر این روشها پرداخته و در بخش های بعد روشهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن را به تفصیل تشریح می نمائیم.

۱-۱-۱ روشهای تحلیلی

برای دسته بسیار محدودی از جریانها، نظیر جریان پوازی[۳]، حل تحلیلی موجود می باشد. تقریبا تمام مسائل مهم مهندسی فاقد حل تحلیلی می باشند. لذا به موازات توسعه و گسترش کامپیوترها، روشهای حل عددی جریان سیال مورد توجه قرار گرفته اند.

---

[۱] Lattice Gas
[۲] Lattice Boltzmann
[۳] Poiseuille flow

۱-۱-۲ روشهای متعارف حل عددی معادلات ناویر استوکس

تکنیک های حل عددی معادلات ناویر استوکس از طریق گسسته سازی، جبری سازی ، خطی سازی و حل دستگاه معادلات ، ابداع گردیده اند. روشهای تفاضل محدود و حجم محدود در زمره این روشها می باشند.

۱-۱-۳ روشهای شبیه سازی برخوردهای مولکولی

در این روشها برخوردهای بین مولکولی سیال مورد نظر شبیه سازی کامپیوتری می گردند و از این طریق حل جریان در سطوح میکروسکوپیک و ماکروسکوپیک حاصل می گردد. مشکل عمده روش فوق در این است که برای بازسازی حتی یک لحظه کوچک از حرکت سیال، حجم محاسبات بسیار زیاد بوده و امکانات کامپیوتری عظیم مورد نیاز میباشد.

۱-۱-٤ روشهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن

روشهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن مدل هائی از برخورد ذرات مجازی بر روی یک شبکه منظم می باشند. نوع ذرات و قواعد برخورد، در سطح میکروسکوپیک، منطبق بر واقعیت فیزیکی نمی باشد، ولی ثابت می گردد که آلگوریتم های فوق در سطح ماکروسکوپیک و برای اعداد ماخ کوچک منجر به ارضای معادلات بقای جرم و ناویراستوکس می گردند. جزئیات میکروسکوپیک جریان سیال معمولا مورد نظر نمی باشند. این روشها، به دلیل صریح بودن کلیه محاسبات، قابلیت پردازش موازی آسان و سهولت استفاده از آن در مسائل دارای هندسه پیچیده در سالهای اخیر مورد توجه فراوان قرار گرفته اند و هم اکنون تحقیقات گسترده در این حوزه ادامه دارد.

۱-۲ سیستم آحاد در روشهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن

در مدلهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن که در این پایان نامه مورد استفاده قرار گرفته واحد های زیر تعریف و به کار بسته شده اند:

- واحد جرم عبارت است از جرم یک ذره مجازی [۱] و آنرا بصورت 1^{LM} نشان می دهیم.
- واحد زمان عبارت است از زمان لازم برای انتقال یک ذره مجازی [۲] از یک گره به هر یک از گره های مجاور و آنرا بصورت 1^{LT} نشان می دهیم.
- واحد طول عبارت است از فاصله یک گره تا گره مجاور [۳] و آنرا بصورت 1^{LL} نشان می دهیم.

---

[۱] Lattice Mass
[۲] Lattice Time
[۳] Lattice Length

سایر واحدها در مدلهای شبکه گاز و شبکه بولتزمن را می توان با استفاده از واحدهای فوق تعریف نمود. ضرایب تبدیل از واحدهای شبکه به سیستمهای متداول نظیر *SI* ، با استفاده از فرض های اولیه، و یا با مساوی قرار دادن اعداد بدون بعد مدل های مختلف، مشخص می گردند. نتایج نهائی، با استفاده از ضرایب تبدیل، به واحدهای متعارف تبدیل و یا بصورت کمیت های بدون بعد ارائه شده اند تا با نتایج سایرین قابل مقایسه باشند.

۱-۳ روش شبکه گاز

روشهای موسوم به "شبکه گاز" مدلهائی از برخورد ذرات مجازی بر روی یک شبکه منظم می باشند. در این مدلها، با استفاده از ایده "ماشین سلولی"[۱] ، آلگوریتمهای موضعی ، ساده و تکرار شونده برای شبیه سازی جریان سیال مورد استفاده قرار می گیرند [۲ ,۱] . در این بخش، کلیات روش شبکه گاز به طور خلاصه ارائه می گردد. مبانی نظری این روش به طور مشروح در فصل دوم آورده شده است.

ساختار شبکه مورد استفاده در یک مدل شبکه گاز و همچنین قواعد برخورد ذرات مجازی ممکن است، در مدل دیگر متفاوت باشد، ولی موارد ذیل در کلیه مدلهای شبکه گاز مشترک میباشند:

- در کلیه برخوردها قوانین بقای جرم و مومنتوم ارضاء می گردند.
- ذرات مجازی فقط در روی مسیرهای شبکه[۲] حرکت می نمایند.
- در هر لحظه، در روی هر مسیر ، فقط یک ذره مجاز به حرکت در یک جهت معین می باشد. به عبارت دیگر توزیع فرمی- دیراک برای ذرات فرض می گردد.
- تمام برخوردها در مراکز شبکه ، یعنی در گره ها[۳]، رخ می دهند.
- تمام برخوردها بطور همزمان صورت میپذیرد.
- هر برخورد فقط توزیع ذرات در گره های مجاور را تحت تاثیر قرار می دهد. به بیان دیگر، آلگوریتم شبکه گاز موضعی[٤] می باشد.

هر ذره مجازی در روش شبکه گاز را میتوان بسته ای حاوی تعدادی زیاد از ذرات شبهه فیزیکی فرض نمود که مسیر، سرعت و زمان حرکت آنها محدود و مقید گردیده است. در یک سیستم از ذرات فیزیکی واقعی ، برخوردها غیر همزمان بوده و مسیرهای ذرات کاملا متنوع می باشند. از اینرو، مدل شبکه گاز را نمی توان برای بررسی رفتار میکروسکوپیک سیال مورد استفاده قرار داد. با این حال، این روش در سطح

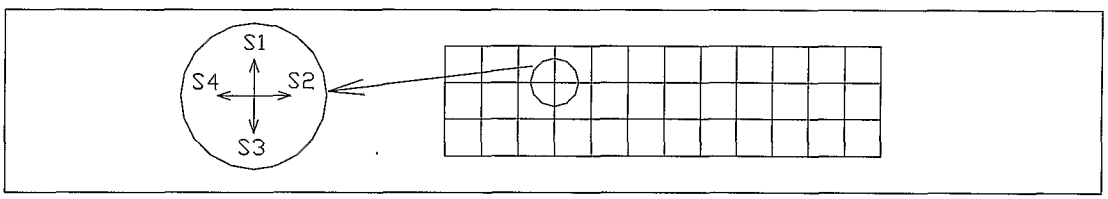
---

[۱] Cellular Automata
[۲] Links
[۳] Nodes
[٤] Local

ماکروسکوپیک و برای اعداد ماخ کوچک، منجر به ارضای معادلات پیوستگی و ناویر استوکس می گردد [۱, ۲, ۳] . این اثبات در فصل دوم ارائه شده است.

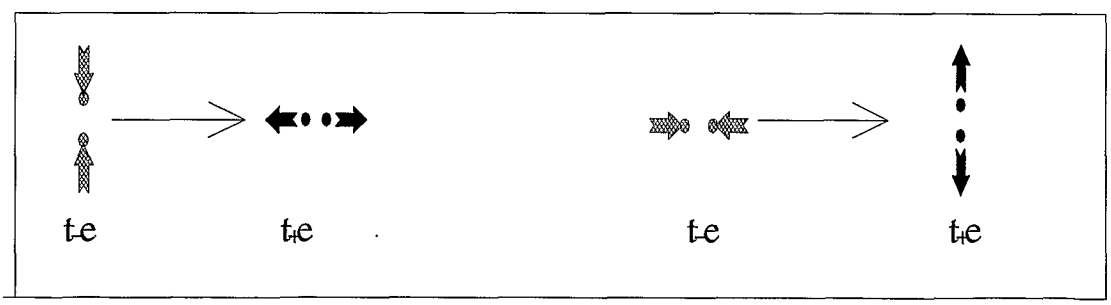
۱-۳-۱ شبکه گاز *HPP*

نخستین بار هاردی[۱] ، پومیو[۲] و پاتیس[۳] در سال ۱۹۷۳ اولین مدل شبکه گاز را برای شبیه سازی جریان سیال ارئه نمودند. در این مدل که اختصارا *HPP* نامیده می شود، یک شبکه مربعی مطابق شکل(۱-۱) مورد استفاده قرار گرفت.



شکل (۱-۱) : شبکه *HPP* و یک مولکول از آن

در مدل فوق دو قاعده برخورد تعریف شده بود و هیچ ذره ای مجاز به اقامت در یک مرکز گره نبود. قواعدبرخورد مذکور در شکل (۱-۲) نشان داده شده اند. هاردی و سایرین نشان دادند که شبکه *HPP* منجر به مدل ایزوتروپ نمی گردد و لذا جستجو برای شبکه و مدل مناسبتر ادامه یافت [۱, ۲] .



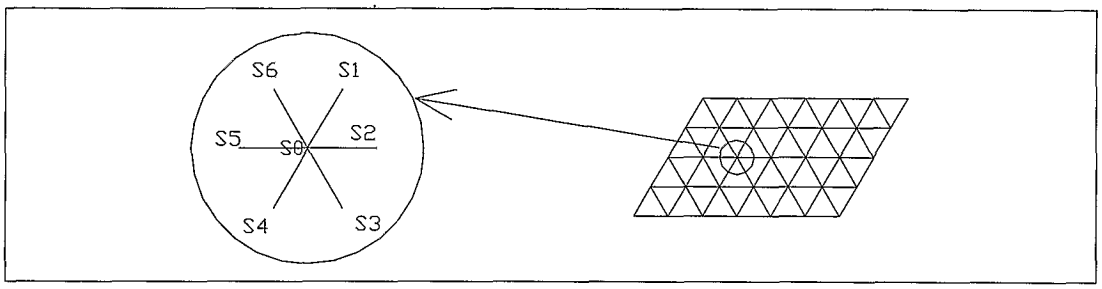
شکل (۱-۲) : قواعد برخورد در مدل *HPP* شبکه گاز

---

[۱] Hardy
[۲] Pomeau
[۳] Pazzis

۱-۳-۲ شبکه گاز *FHP*

در سال ۱۹۸٦، شبکه شش ضلعی جدیدی توسط فریش[۱] ، هاسلاخر [۲] و پومیو ارائه گردید [٦]. شبکه مذکور به همراه یک مولکول از شبکه در شکل (۱-۳) نشان داده شده است.



شکل (۱-۳) : شبکه *FHP* و یک مولکول از آن

مدل مذکور اختصارا *FHP-I* نامیده شد و دارای پنج قاعده برخورد می باشد . در این مدل هیچ ذره ای مجاز به اقامت در یک گره نمی باشد. مدلهای *FHP-II* و همچنین *FHP-III* نیزمتعاقباً توسط فریش و سایرین ارائه گردید [۲ ,۱] . در مدل *FHP-II* ، ۲۲ قاعده برخورد تعریف شده است و نتیجه برخی از برخوردها اقامت یک ذره مجازی در گره می باشد. در آخرین و کامل ترین مدل *FHP* یعنی در مدل *FHP-III* ، ۱۲۸ قاعده برخورد تعریف گردیده و برخی از برخورد ها منجر به اقامت یک ذره مجازی در گره می گردند. کلیه ۱۲۸ قاعده برخورد مدل *FHP-III*، با اقتباس از بوئیک[۳] ، در پیوست (آ) ارائه گردیده است.

۱-۳-۳ مراحل تجدید آرایش ذرات مجازی در مدلهای شبکه گاز

آلگوریتم شبکه گاز را می توان به دو مرحله مجزا تقسیم نمود: مرحله برخورد[٤] و مرحله جاری شدن[٥] . در ذیل به شرح مراحل فوق می پردازیم.

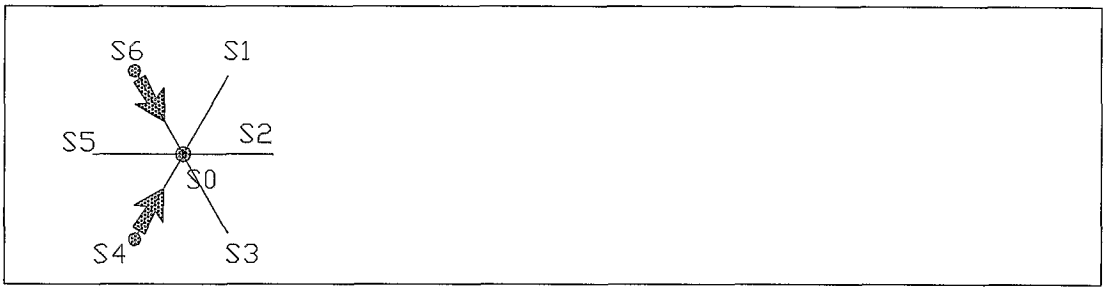
مرحله برخورد از یک زمان بینهایت کوچک قبل از برخورد شروع شده و تا یک زمان بینهایت کوچک پس از برخورد را در بر می گیرد. در صورتی که آرایش ذرات بلافاصله قبل از برخورد داده شده باشد، می توان با استفاده از قواعد برخورد، آرایش ذرات بلافاصله پس از برخورد را محاسبه نمود. *مرحله جاری شدن* بلافاصله پس ازمرحله برخورد شروع شده و تا رسیدن ذرات مجازی به نزدیکی گره مجاور ادامه پیدا نموده که منجر به تغییر آرایش برخورد درگره های مجاور می گردد.

---

۱ Frisch
۲ Hasslacher
۳ Buick
٤ Collision Stage
٥ Streaming Stage

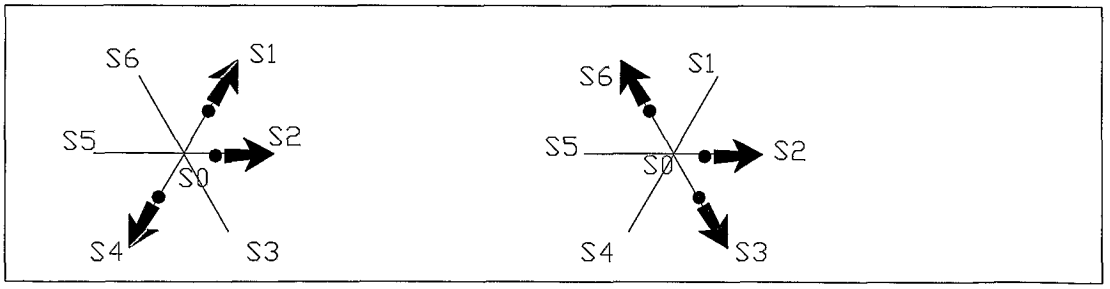
برای نشان دادن آرایش ذرات در مراحل فوق می توان از اعداد در مبنای عدد شماری دو استفاده نمود. برای روشن تر نمودن مطلب ، در شکل (۱-٤) یک گره از شبکه *FHP-III* ، با یک آرایش فرضی، درست قبل از برخورد نشان داده شده است. برای نشان دادن این آرایش از عدد ۱۱۰۱۰۰۰ استفاده مینمائیم. رقم اول از سمت چپ حضور و یا عدم حضور ذره مقیم درمرکز گره را نشان میدهد. در صورتی که از یکی از مسیرهای شش گانه ذره ای در حال نزدیک شدن به گره مذکور باشد، رقم مربوط به آن مسیر عدد یک بوده و در غیر اینصورت رقم مذکور عدد صفر خواهد بود:

$$S_0^1, S_6^1, S_5^0, S_4^1, S_3^0, S_2^0, S_1^0 \rightarrow (1101000)$$



شکل (۱-٤) : لحظه قبل ازیک برخورد فرضی در یک شبکه گاز *FHP*

با استفاده از جدول برخورد مدل *FHP-III* ، که در ضمیمه (آ) آورده شده است، حاصل این برخورد می تواند هر یک از آرایشهای نشان داده شده در شکل (۱-۵) باشد.



شکل (۱-۵) : احتمال های ممکن در لحظه پس از برخورد فرضی

آرایشهای فوق را می توان با اعداد در مبنای دوی ۰۱۰۰۱۱۰ و ۰۰۰۱۰۱۱ *نشان داد:*

$$S_0^0, S_6^1, S_5^0, S_4^0, S_3^1, S_2^1, S_1^0 \rightarrow (0100110)$$
$$S_0^0, S_6^0, S_5^0, S_4^1, S_3^0, S_2^1, S_1^1 \rightarrow (0001011)$$