

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

نام: بابک	نام خانوادگی دانشجو: محمد باقرزاده
عنوان پایان نامه: مطالعه آیروالاستیک عرشه شکاف دار پلهای معلق	
اساتید راهنمای: دکتر هوشیار ایمانی کله سر و مهندس مسعود ابی ترابی استاد مشاور: مهندس فرید صالحی عالی	
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: عمران گرایش: سازه دانشگاه: محقق اردبیلی تعداد صفحه: ۱۱۵ تاریخ فارغ التحصیلی: ۸۷/۱۰/۱۶ دانشکده: فنی	
<p>کلید واژه ها: آیرودینامیک ، آیروالاستیک ، فلاوتر</p> <p>چکیده : این تحقیق به تحلیل عددی پاسخ عرشه سوراخ دار پلهای معلق در مقابل باد میپردازد . روش المان محدود که از روشهای مدرن میباشد تکنولوژی پیشرفته آنالیز سازه های مختلف را با استفاده از کامپیوترهای دیجیتالی به ارمغان آورده است بطوریکه پیش پردازش و پس پردازش اطلاعات ورودی و خروجی را به آسانی در دسترس قرار می دهد ونتایج مطمئنی را برای پاسخهای سازه ای ارائه میدهد .</p> <p>ابزار اصلی مورد استفاده در این مطالعه مدلسازی اندرکنش سازه وسیال (سازه عرشه پل و باد) با استفاده از نرم افزار ANSYS و مقایسه آن با نتایج تونل باد ونتایج حاصل از محاسبات دیگر دانشمندان میباشد .</p>	

فصل اول : کلیات تحقیق

۱	۱-۱- عنوان تحقیق.....
۱	۱-۲- تعریف واژه ها.....
۱	۱-۳- بیان مساله.....
۲	۱-۴- لزوم انجام تحقیق.....
۲	۱-۵- هدف تحقیق.....
۲	۱-۶- فرضیات تحقیق.....
۲	۱-۷- نوع تحقیق.....
۲	۱-۸- روش تحقیق.....
۳	۱-۹- بیشینه تحقیق.....
۳	۱-۱۰- محدودیت های تحقیق.....

فصل دوم : آیرودینامیک اجسام هوابند

۴	۲-۱- معادلات حاکم.....
۴	۲-۱-۱- معادلات حرکت و پیوستگی.....
۶	۲-۱-۲- معادلات ناویر- استوکس.....
۷	۲-۱-۳- معادله برنولی.....
۸	۲-۲- جریان های با مسیر منحنی شکل- جریان های گردبادی.....
۹	۲-۳- لایه مرزی و جداشدگی.....
۱۲	۲-۴- تشکیل منطقه پشت و جریان های گردبادی در جریان های دو بعدی.....
۲۱	۲-۵- بررسی آثار ناشی از نیروهای فشار، برا، کشش و لنگر در جریان های دو بعدی روی شکلهای سازه ای.....

فصل سوم : پدیده های آیروالاستیک

۳۲	۳-۱- مقدمه.....
۳۳	۳-۲- ریزش گردبادی و پدیده قفل شدگی.....
۳۶	۳-۳- نوسانات بیضوی در جهت عمود بر باد.....
۳۶	۳-۴- فرمول بندی تحلیلی مساله نوسان بیضوی.....

۴۰.....	۳-۳ ناحیه پشت جریان نوسان بیضوی
۴۳.....	۳-۴ انحراف پیچشی
۴۴.....	۳-۵-۱ مدلسازی تحلیلی و انحراف پیچشی
۴۶.....	۳-۶ نوسانات شلاقی
۴۷.....	۳-۶-۱- نیروی برا و لنگر آیرودینامیک
۵۲.....	۳-۶-۲ حل معادلات نوسان شلاقی

فصل چهارم : تاریخچه پل های معلق و روشهای مختلف آنالیز پدیده فلاتر در آنها

۵۶.....	۴-۱- مقدمه.....
۵۶.....	۴-۲- تاریخچه پل های معلق.....
۶۵.....	۴-۳- آثار باد بر روی پلهای معلق.....
۷۱.....	۴-۴- آثار نیروهای آیرودینامیک خود تحریک (Self Excited) در پدیده فلاتر بر روی مشخصه های الاستیک و خواص دینامیکی پلهای معلق
۷۳.....	۴-۵- روشهای مختلف آنالیز پدیده فلاتر در پلهای معلق
۷۳.....	۴-۵-۱- روشهای تجربی یا Experimental Approaches
۷۵.....	۴-۵-۲- روشهای تحلیلی یا Analytical Approaches
۷۵.....	۴-۵-۳- روشهای عددی یا Numerical Approaches
۷۹.....	۴-۵-۳-۱- مدلسازی عددی (کامپیوتري) پدیده فلاتر
۸۱.....	۴-۵-۳-۲- فرمولبندی لاغرانژی - اولری اختیاری (Arbitrary Lagrangian -Eulerian) و یا (ALE)

فصل پنجم : بررسی عددی پدیده فلاتر در عرضه پلهای معلق

۸۴.....	۵-۱- مقدمه.....
۸۵.....	۵-۲- فرضیات اعمال شده به نواحی حل.....
۸۶.....	۵-۳- آیرودینامیک عددی مربوط به مقاطع ثابت عرضه پلهای
۹۰.....	۵-۴- شرحی بر مراحل مدلسازی با نرم افزار ANSYS
۹۲.....	۵-۵- مشخصه های الاستیک ، خواص دینامیکی و شکل هندسی مربوط به دهنده های اصلی پل های GBEB و Tacoma
۹۸.....	۵-۶- بررسی نتایج تحلیلهای انجام شده

١٠٦.....	٧-٥ نتیجه گیری
١٠٦.....	٨-٥ ارائه پیشنهادات جهت تحقیقات آتی

..... ۵	شکل ۱-۲ نیروهای وارد بر یک المان حجمی از سیال
..... ۶	شکل ۲-۲ افزایش سرعت خطی یا ارتفاع از دیواره
..... ۹	شکل ۳-۲ جریان در مسیر منحنی شکل
..... ۱۰	شکل ۴-۲ نمودار سرعت در لایه مرزی
..... ۱۱	شکل ۵-۲ جداشگی جریان در گوشه
..... ۱۲	شکل ۶-۲-الف جریان عبور کرده از صفحه ای با گوشه تیز $R_e \cong 0.3$
..... ۱۲	شکل ۶-۲-ب جریان عبوری از روی صفحه تیز گوشه $R_e \cong 10$
..... ۱۳	شکل ۶-۲-ج جریان عبوری از روی صفحه ای تیز گوشه $R_e \cong 250$
..... ۱۳	شکل ۶-۲-د جریان عبوری از روی صفحه ای تیز گوشه $R_e \geq 1000$
..... ۱۴	شکل ۷-۲-الف-جریان عبوری از استوانه دایره ای شکل ۱ $R_e \cong 1$
..... ۱۴	ب- جریان عبوری از استوانه دایره ای شکل ۲۰ $R_e \cong 20$
..... ۱۴	ج- جریان عبوری از استوانه دایره ای شکل $30 \leq R_e \leq 5000$
..... ۱۴	د- جریان عبوری از استوانه دایره ای شکل $5000 \leq R_e \leq 200000$
..... ۱۴	ه- جریان عبوری از استوانه دایره ای شکل $R_e \geq 200000$
..... ۱۶	شکل ۸-۲ دنباله گردبادها در تونل آب
..... ۱۷	شکل ۹-۲ ارتباط بین عدد استروهال و عدد رینولدز برای استوانه های با مقطع دایره ای
..... ۱۸	شکل ۱۰-۲-الف عکس ماهواره ای گردباد ابرها در جریان پایین دست جزیره Guadalupe
..... ۱۸	شکل ۱۰-۲-ب عکس ماهواره ای جریان در اطراف جزیره Mayen در اقیانوس اطلس
..... ۱۹	شکل ۱۱-۲ اثر صفات جداکننده بر جریان عبوری از یک استوانه دایره ای شکل
..... ۲۰	شکل ۱۲-۲ جدایی خطوط جریان و تشکیل منطقه پشت در منشورهای مربع و مستطیل شکل
..... ۲۱	شکل ۱۳-۲ نیروهای کشش وبرا روی جسم هوابند دلخواه
..... ۲۳	شکل ۱۴-۲ تغییرات تدریجی مقدار میانگین ضریب C_D با عدد رینولدز برای استوانه های با مقطع دایره ای
..... ۲۴	شکل ۱۵-۲ تاثیر عدد رینولدز با توزیع فشار روی یک استوانه دایره ای شکل
..... ۲۵	شکل ۱۶-۲ اثر طول جسم در امتداد جریان هوا بر ضریب کشش برای یک جسم مکعب مستطیل
..... ۲۶	شکل ۱۷-۲ تاثیر عدد رینولدز، گرد بودن گوشه ها و زبری سطح روی ضریب کشش برای استوانه هایی با مقطع دایره ای شکل (I^* : شعاع گوشه، K : اندازه دانه های ماسه)
..... ۲۶	شکل ۱۸-۲ نمونه ای از ضریب کشش C_D به صورت تابعی از عدد رینولدز

شکل ۲-۱۹ طیف نوسانات برا برای یک جسم مکعب برای جریانی عمود بر رضلع $R_e = 10^5$	۲۷
شکل ۲-۲۰ تغییرات ضریب نیروی نوسانی قائم C_{Nrms} برای مکعب مستطیل با زاویه برخورد	۲۸
شکل ۲-۲۱-۱ الف نمایش جریان آب ببروی مدل یک مقطع یک پل	۲۸
شکل ۲-۲۱-۲ ب نمایش جریان آب ببروی مدل مقطع یک پل که تقریباً شکل هم خط جریان دارد	۲۹
شکل ۲-۲۲-۲ لایه های جدادشده در جریان آرام و متلاطم	۳۱
شکل ۲-۲۳-۲ وابستگی ضرایب کشش به شدت اغتشاش	۳۱
شکل ۳-۱ تعیین فرکانس ریزش گردبادی با سرعت باد در سازه الاستیک	۳۴
شکل ۳-۲ نوسانات عمود بر جهت وزش سازه الاستیک استوانه ای	۳۵
شکل ۳-۳ کشش و برا در یک جسم هوابند ثابت	۳۷
شکل ۳-۵ ضرایب نیرو برای استوانه هشت وجهی $R_e = 1.2 * 10^6$	۳۹
شکل ۳-۶ سه نمونه از ضرایب نیروی جانبی و دامنه های پاسخ نوسان بیضوی	۴۰
شکل ۳-۷-۳ جداکننده در دسته چهارتایی از خطوط انتقال	۴۱
شکل ۳-۸-۳ پلان دواستانه در پدیده نوسانات بیضوی ناحیه پشت	۴۲
شکل ۳-۹ توزیع کیفی سرعت میانگین، برا و کشش روی استوانه دوار در ناحیه پشت استوانه دیگر	۴۲
شکل ۳-۱۰ دامنه خط اثر مدار نوسان بیضوی ناحیه پشت	۴۳
شکل ۳-۱۱-۳ هندسه و پارامترها برای مساله انحراف پیچشی	۴۴
شکل ۳-۱۲ ضریب لنگر برای سازه هوابند به عنوان تابعی از زاویه برخورد	۴۵
شکل ۳-۱۳-۳ بخش حقیقی و موهومی تابع دوران تئودورسن $C(K) = F(K) + iG(K)$	۴۸
شکل ۳-۱۴-۱-الف ضرایب A_i^* , H_i^* برای جسم هواگذر نازک ($i=1,2,3$) و سه عرشه جعبه ای هواگذر که در شکل (۱۴-۴-ب) نمایش داده شده است	۵۱
شکل ۳-۱۴-۳-ب عرشه سه پل	۵۲
شکل ۴-۱ پل بروکلین-نیویورک (۱۸۶۷-۸۳)	۵۷
شکل ۴-۲ پل جورج واشینگتن-نیویورک (۱۹۳۱)	۵۸
شکل ۴-۳ پل گلدن گیت-سانفرانسیسکو (۱۹۳۷)	۵۸
شکل ۴-۴ پل مکیناک-میشیگان (۱۹۵۷)	۶۰
شکل ۴-۵ پل تامار-انگلستان	۶۰

شکل ۴-۶ پل فورس رود- اسکاتلند(۱۹۶۴)	۶۱
شکل ۴-۷ پل سالازار- پرتقال (۱۹۶۴)	۶۲
شکل ۴-۸ پل سورن رود- انگلستان (۱۹۶۶)	۶۲
شکل ۴-۹ پل هامبر- انگلستان (۱۹۸۱)	۶۳
شکل ۴-۱۰ کابل کشی پل هامبر- انگلیس	۶۳
شکل ۴-۱۱ پل دوم بوسفور- ترکیه(۱۹۸۸)	۶۴
شکل ۴-۱۲ پل آکاشیکایکو- ژاپن (۱۹۹۸)	۶۴
شکل ۴-۱۳ تاریخچه زمانی ناشی از نیروی کشاننده (Drag) واردہ بر یک سازه یک درجه آزادی	۶۵
شکل ۴-۱۴ شکل مودهای خمشی مربوط به ارتعاش پل معلق از Arrol و Chaterjee در سال ۱۹۸۱	۶۷
شکل ۴-۱۵ رفتار آیروالاستیک عرشه پلهای معلق	۶۷
شکل ۴-۱۶ مقطع عرضی پل GBEB دانمارک که مشابه با مقطع عرضی یک هوآگذر بوده و هندسه عرشه در گوشه ها تیز شده است	۶۹
شکل ۴-۱۷ استفاده از مقاطع باز خرپایی دارای حفره و یا شبکه در سطح عرضی در پل آکاشی کایکیو ژاپن	۶۹
شکل ۴-۱۸ استفاده از پره های صاف در لبه های کناری جهت کاهش ارتعاشات ناشی از تحریکات گردبادی	۷۰
شکل ۴-۱۹ کاهش ارتعاشات قائم ناشی از تحریکات گردبادی با استفاده از تاثیرات تیز گوشه ای کردن مقطع در پل کریک	۷۰
شکل ۴-۲۰ پاسخ سازه دارای ضریب میرایی منفی	۷۳
شکل ۴-۲۱ نمونه ساخته شده ای از عرشه یک پل معلق بمنظور انجام آزمایش مدل کامل پل	۷۴
شکل ۴-۲۲ نمونه ساخته شدهای از عرشه یک پل معلق بمنظور انجام آزمایش مدل مقطع و مشاهده پدیده فلاتر در آن	۷۵
شکل ۴-۲۳ تصویری از شبکه ایجاد شده حول دماغه هوایپما	۷۸
شکل ۴-۲۴ سیستم متناوب حلگرها در تحلیل FSI	۷۹

شکل ۱۵-۵ معادل سازی سیستم جرم فنر قائم و پیچشی با یک سیسنم جرم فنر قائم ۹۶
شکل ۱۶-۵ مدل ایده آل شده مربوط به پل GBEB در نرم افزار ANSYS ۹۷
شکل ۱۶-۶ شبکه بندی اولیه ناحیه سازه و سیال ۹۸
شکل ۱۷-۵ نواحی حل مسئله شامل ناحیه عرضه پل و سیال و شرایط مرزی فرض شده در نواحی مذکور و محل اندرکنش سازه و سیال ۹۹
شکل ۱۸-۵ منحنی تاریخچه زمانی ارتعاشات مربوط به لبه جلویی عرضه پل GBEB در حالت فلاتر ۱۰۰
شکل ۱۹-۵ منحنی تاریخچه زمانی ارتعاشات مربوط به لبه عقبی عرضه پل GBEB در حالت فلاتر ۱۰۱
شکل ۲۰-۵ منحنی تاریخچه زمانی ارتعاشات مربوط به لبه جلویی و عقبی عرضه سوراخ دار پل GBEB در حالت فلاتر ۱۰۲
شکل ۲۱-۵ کانتور توزیع سرعت جریان حول عرضه سوراخ دار پل GBEB در حالت فلاتر ۱۰۳
شکل ۲۲-۵ کانتور توزیع فشار حول عرضه سوراخ دار پل GBEB در حالت فلاتر ۱۰۳
شکل ۲۳-۵ تغییر مکان عرضه پل GBEB در حالت فلاتر ۱۰۴

جدول ۱-۲ ۱۷	عدد استروهال برای اشکال گوناگون، برگزیده از ASCE
جدول ۲-۲ ۳۰	ضرایب کشش و برا برای اشکال سازه ای
جدول ۱-۵ ۹۴	مشخصه های دینامیکی مربوط به دهانه اصلی پل GBEB
جدول ۲-۵ ۱۰۴	خلاصه نتایج مربوط به پل GBEB

فصل اول

کلیات تحقیق

۱-۱ عنوان تحقیق

بررسی پدیده های آیروالاستیک در عرشه پلهای معلق شکافدار

۱-۲ تعریف واژه ها

پلهای معلق : پلهای معلق سازه های انعطاف پذیری (Flexible) هستند که قابلیت ارتعاش در پریودهای بالا را داشته و میتوانند در مودهای مختلف خمشی و پیچشی و یا ترکیبی از آنها ارتعاش نمایند بطوریکه مودهای غالب در این نوع سازه ها عمدتاً مودهای بالاتر بوده و لزوم مطالعه و بررسی مودهای ارتعاشی بالاتر را اجتناب ناپذیری سازد.

آیروالاستیسیته : علمی است که به مطالعه اندرکنش های مابین سیال و سازه می پردازد مطالعه پدیده هایی که در آنها نیروهای آیرودینامیک و حرکات سازه ای به مقدار قابل ملاحظه ای بر هم اثر می گذارند. **ناپایداری آیرودینامیک :** ناپایداری آیرودینامیک پدیده ای است که درون جریان سیال به صورتهای مختلف مانند آشفتگی جریان، تشکیل گردباد و ... در ناحیه پشت جریان در اثر قرار گرفتن یک جسم ثابت (بنام جسم هوابند) در داخل جریان سیال به وجود می آید.

ناپایداری آیروالاستیک : ناپایداری آیروالاستیک پدیده ای است که در جسم یا سازه واقع در مسیر جریان اتفاق می افتد بگونه ای که جسم مذکور تحت نیروهای آیرودینامیک سیال بنحوی تغییر شکل می دهد که تغییر شکل اولیه باعث افزایش تغییر شکلهای نوسانی بعدی (با مشخصه واگرایی) می گردد. این پدیده همواره به همراه نیروهای آیرودینامیکی است که در اثر حرکت خود جسم به حالت تحریک می رسد که به این نیروها نیروهای خود ارتعاشی گفته می شود.

۱-۳ بیان مساله

اصلی ترین معیار طراحی عرشه پلهای معلق بررسی رفتار آیروالاستیک آنها می باشد که با استفاده از روشهای مختلفی مانند روش تحلیلی صفحه تحت تئودورسن ، روشهای نیمه تجربی - نیمه تحلیلی مانند روش دترمینان پایداری ، روش تجربی مانند استفاده از تونل باد ، و انجام می شود. ابزار اصلی مورد استفاده در این پایان نامه انجام مدلسازی کامپیوترا اندرکنش مابین سازه (عرضه شکافدار پل GBEB) و سیال در مقیاس کامل (Full Scale) با استفاده از نرم افزار المان محدود ANSYS می باشد

که با انجام تحلیل غیرخطی هندسی، پاسخ تاریخچه زمانی عرشه پل بدست می‌آید. در انتهای نتایج بدست آمده با نتایج روش‌های دیگر و نتایج دیگر محققین (برای عرشه بدون شکاف پل GBEB) مقایسه می‌گردد.

۱-۴ لزوم انجام تحقیق

تونل باد بعنوان ابزار تحقیقاتی مهمی برای بررسی رفتار پلهای معلق می‌باشد. ولی با توجه به اینکه انجام این آزمایشات و مدلها بسیار گران بوده و مستلزم صرف هزینه و زمان زیادی می‌باشد، (بعنوان مثال در طراحی پل GBEB دانمارک تعداد ۱۶ مقطع Box با هندسه‌های مختلف توسط Larsen و Jacobsen آزمایش شده و هر آزمایش مدل مقطع (Sectional Model) بطور متوسط ۶ هفته بطول انجامید). بنابر این امروزه تحلیلهای عددی بطرز چشمگیری مورد توجه واقع شده‌اند و دانشمندان متول به روش‌های تحلیلی دیگری مانند تکنیک دینامیک سیال عددی (CFD)، المان محدود (FEM)، تفاضلات محدود (FDM) و... شده‌اند و امیدوارند با استفاده از این تحلیلهای ترکیب آنها با روش‌های تجربی از ابزارهای تجربی، بطور کارآمد تری استفاده نمایند و به عبارتی دیگر استفاده از این روشها باعث صرفه جویی در زمان و هزینه آزمایش‌های مورد نیاز در زمان فاز طراحی می‌شود.

۱-۵ هدف تحقیق

هدف اصلی این تحقیق بررسی عددی مهمترین رفتار آبرووالاستیک پلهای معلق یا رفتار فلاتر این پلهای در برابر جریان سیال (باد) و بررسی میزان تاثیر ایجاد شکاف در بهینه کردن این پدیده می‌باشد.

۱-۶ فرضیات تحقیق

فرضیات در نظر گرفته شده در پژوهش حاضر عبارتند از :

- الف : مدل سازی ناحیه سیال و سازه (عرشه پل) بصورت دو بعدی (2-D).
- ب : عرشه پل بصورت جسم صلب (دارای سطح صلب) در نظر گرفته می‌شود.
- ج : ناحیه سازه بصورت کرنش مسطحه یا (Plane Strain) در نظر گرفته می‌شود.
- د : معادلات حاکم بر سیال (معادلات ناویر استوکس) بصورت غیر قابل تراکم (Incompressible) و لایه‌ای (Laminar) در نظر گرفته می‌شود.

۱-۷ نوع تحقیق

تحلیلی – توصیفی

۱-۸ روش تحقیق

روش تحقیق برای پل GBEB دانمارک مطابق گامهای زیر است :

گام اول : حل جریان عبوری از عرشه شکافدار پل GBEB در حالت ثابت.

گام دوم : حل جریان عبوری از عرشه شکافدار پل GBEB در حالت متحرک بمنظور یافتن سرعت باد بحرانی فلاتر.

گام سوم : ارایه نتایج پل مذکور و مقایسه نتایج فرکانس ریزش گردبادی و سرعت بحرانی فلاتر با نتایج بدست آمده از کارهای تجربی، روش‌های دیگر و نتایج دیگر محققین.

۹-۱ بیشینه تحقیق

بصورت عددی هیچ تحقیقی در زمینه بررسی تاثیر ایجاد سوراخ در عرشه پل های معلق بر روی سرعت فلاتر انجام نشده است ولی یک گروه ژاپنی^۱ (۲۰۰۲) به صورت آزمایشگاهی روی این موضوع تحقیق کرده اند.

۱۰-۱ محدودیتهای تحقیق

با توجه به محدودیت کامپیوترهای موجود مدل سازی بصورت دو بعدی با گامهای زمانی نسبتا بزرگ و جریان در حالت لایه ای و غیر قابل تراکم در نظر گرفته شده اند.

¹ Hiroshi sato,nobuyuki hirahara,koichiro fumoto,shigeru hirano,shigeki kusuhara

فصل دوم

آیرودینامیک اجسام هوابند^۱

در این فصل برخی از اصول تحلیل و ازمایشگاهی که اساس مطالعات مهندسی باد است، مورد بررسی قرار میگیرد. مهم ترین معیار طراحی عرشه پلهای معلق بررسی رفتار آیروالاستیک آنها می باشد. از بین تمامی رفتارهای آیروالاستیک نیز مهمترین رفتار در پلهای معلق ، پدیده فلاوتر یا نوسانات شلاقی می باشد. بدین منظور دانشمندان مختلف از روشهای مختلفی بمنظور بررسی رفتار فلاوتر پلهای مذکور استفاده می نمایند. تئوری مشتقات خطی فلاوتر ارائه شده توسط اسکانلن و تومکو (scanlan & Thomko) در سال ۱۹۷۱ که با فرض اعمال حرکتهای معین (پیچشی و قائم) به عرشه مدل مورد نظر بدست می آیند بطور گسترده جهت تعیین این پدیده (فلاوتر) مورد استفاده قرار می گیرد. در بیشتر عرشه پلهای مخصوصا پلهای با مقطع قوطی شکل به منظور تخمین اولیه مشتقات خطی از تئوری صفحه تخت و جریان لرج تئودورسن (Theodorsen) که در سال ۱۹۳۵ ارائه گردیده و یا از فرمول تقریبی بسیار مفید سلبرگ (Selberg) که در سال ۱۹۶۱ ارائه گردیده است استفاده می شود. پیش زمینه دیگری نیز درباره تحلیل فلاوتر توسط فانگ (Fung) در سال ۱۹۹۳ ارائه شده است.

۱-۲ معادلات حاکم

۱-۱-۱ معادلات حرکت و پیوستگی

المانی از یک سیال را با حجم ثابت dv در نظر بگیرید. بردار سرعت سیال عموماً چنین بیان می شود :

$$u = ui + vj + wk \quad (1-2)$$

که i و j و k مؤلفه های برداریکه در امتداد سه محور دستگاه متعامد x و y و z می باشند. برای اختصار از این به بعد x و y و z را با نماد x_1 و x_2 و x_3 و u_1 و u_2 و u_3 و v و w از u و v و w استفاده می شود. بردارهای i و j و k نیر با i_1 و i_2 و i_3 نشان داده می شوند. بنابراین معادله (۱-۲) به شکل زیر تبدیل خواهد شد.

$$u = \sum_{i=1}^3 u_i i_i$$

^۱ Bluff-Body Aerodynamics

نیرویی که بر سیال داخل حجم dV اثر می‌کند از دو قسمت تشکیل می‌شود. قسمت اول نیروی حجمی است، مانند نیروی وزن که آن را با $F\rho dV$ نشان می‌دهند، که چگالی سیال می‌باشد. قسمت دوم در اثر نیروی خالص وارد بر سیالی که تنشهای داخلی آن ($i, j = 1, 2, 3$) σ_{ij} است می‌باشد.

مثلاً سهم تنش قائم σ_{ij} بر این نیرو (شکل ۱-۲) عبارتست از :

$$-\sigma_{11}dx_2dx_3 + (\sigma_{11} + \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial x_1}dx_1)dx_2dx_3 = \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial x_1}dx_1dx_2dx_3 = \frac{\partial\sigma_{11}}{\partial x_1}dV \quad (3-2)$$

به طریق مشابه می‌توان نشان داد که مؤلفه نیروی خالص در جهت در اثر اعمال تمام تنشهای σ_{ij} برابر است با :

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}dV$$

با نشان دادن مؤلفه‌های نیروی حجمی F_i معادله تعادل با بهره‌گیری از قانون دوم نیوتون به شکل زیر درمی‌آید:

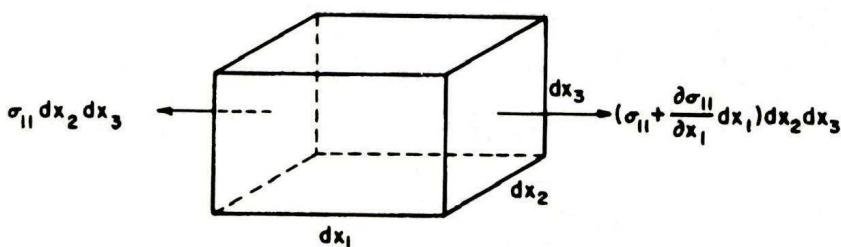
$$\frac{Du_i}{Dt}\rho dV = F_i\rho dV + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j}dV \quad (i=1, 2, 3) \quad (5-2)$$

در رابطه بالا عمل $\frac{D}{Dt}$ را مشتق مادی می‌نماید و بوسیله تعریف زیر بیان می‌شود:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \sum_{i=1}^3 u_j \frac{\partial}{\partial x_j} \quad (6-2)$$

از آنجا که معادله (5-2) برای تمام المان‌های حجمی صادق است، ضریب dV ممکن است از معادله (5-2) حذف گردد، بنابراین معادلات حرکت سیال به صورت مؤلفه‌های اندیسی بصورت زیر نوشته می‌شود :

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial\sigma_{ij}}{\partial x_j} \quad (i=1, 2, 3) \quad (7-2)$$



شکل ۱-۲ نیروهای وارد بر یک المان حجمی از سیال

بسته به طبیعت نیروهای F_i و تنشهای وارده σ_{ij} شکلهای گوناگونی از این معادله اساسی را می‌توان بر روی جزئی از سیال به دست آورد. قبل از بررسی این حالت ویژه بد نیست نگاهی به معادله بقاء جرم بیاندازیم. این معادله نرخ افزایش جرم سیال داخل یک سطح بسته را برابر با اختلاف بین نرخ ورودی و خروجی در حجم احاطه شده توسط سطح مورد نظر بیان می‌کند.

بنابراین معادله پیوستگی چنین نوشته می‌شود :

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = -\frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (8-2)$$

این رابطه برای سیال غیر قابل تراکم که در آن تغییرات جرم مخصوص ρ وجود ندارد، به صورت زیر نوشته می‌شود:

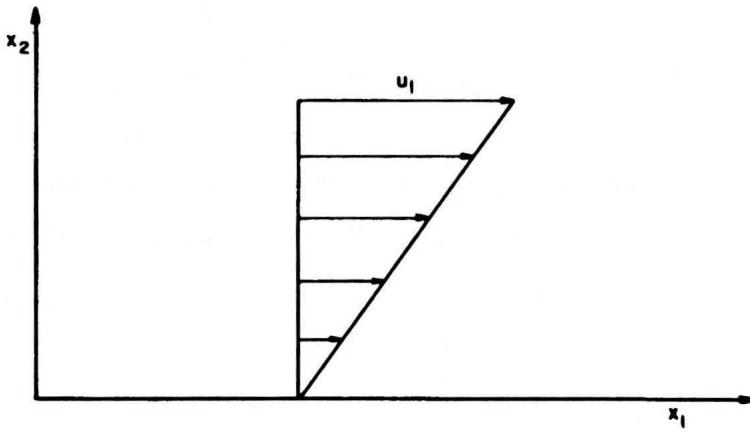
$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial(\rho u_i)}{\partial x_i} = 0 \quad (9-2)$$

۲-۱-۲ معادلات ناویر – استوکس^۱

برخلاف جامدات، سیالات تحت شرایط استاتیکی قادر به تحمل هیچگونه تشنی در حالت پایدار به غیر از فشار عمودی نمی‌باشند. ولی در وضعیت دینامیکی، سیال ممکن است برش را در حالتی که وابسته به زمان باشد، تحمل کند. اغلب در کاربردهای مکانیکی سیال، کافی است که فرض شود تنش‌های مورد نظر یا فشارهای قائم‌اند یا مناسب به ویسکوزیته^۲ می‌باشند.

سیالاتی که در آنها تنش برشی داخلی متناسب با نرخ تغییرات سرعت با فاصله عمود بر آن است را سیالات ویسکوز و یا سیالات نیوتونی می‌نامند. به عنوان مثال تنش برشی σ_{12} در جریان دو بعدی ساده در شکل (۲-۲) به صورت زیر بیان می‌شود:

$$\sigma_{12} = \mu \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \quad (10-2)$$



شکل ۲-۲ افزایش سرعت خطی یا ارتفاع از دیواره

که μ ضریب تناسب ویسکوزیته سیال نامیده می‌شود و واحد آن جرم تقسیم بر طول ضربدر زمان (مثال^۳) $(g/cm.s)$ می‌باشد.

بنابراین با تقسیم تمام تنش‌های تانسور σ_{12} در یک نقطه از سیال به تنش فشاری (یا به طور ساده‌تر فشار یعنی تنش قائم) p ، تنش انحرافی که با رابطه زیر تعریف می‌شود، بدست می‌آید:

$$d_{ij} = 2\mu \left[e_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^3 e_{kk} \right] \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (11-2)$$

که در آن تانسور کرنش انحرافی e_{ij} بصورت زیر می‌باشد:

¹ Navier Stokes Equations

² Viscosity

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \quad (12-2)$$

۶

$$\sigma_{ij} = \begin{cases} 1 & i=j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad (13-2)$$

تفکیک تنש σ_{ij} از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\sigma_{ij} = -p \delta_{ij} + 2\mu \left[e_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^3 e_{kk} \right] \quad (14-2)$$

با استفاده از این رابطه تنشها برای یک سیال نیوتنی در معادله حرکت خواهیم داشت:

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \sum_{j=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ 2\mu \left[e_{ij} - \frac{1}{3} \delta_{ij} \sum_{k=1}^3 e_{kk} \right] \right\} \quad (15-2)$$

در رابطه فوق F_i نیروی حجمی می‌باشد.

معادله (15-2) (i) به معادلات ناویر - استوکس معروف است. با بهره‌گیری از معادله (12-2) و اگر ویسکوزیتی سیال μ ثابت در نظر گرفته شود آنگاه معادله (15-2) به رابطه زیر تبدیل می‌شود.

$$\rho \frac{Du_i}{Dt} = \rho F_i - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \mu \left[\sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u_i}{\partial x_j^2} + \frac{1}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} \sum_{k=1}^3 \left[\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \right] \right] \quad (16-2)$$

مجددأ حالت ساده‌تر زمانی است که سیال غیر قابل تراکم باشد. پس معادله ۱۶-۲ در غالب برداری به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \rho F - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial p}{\partial x_i} i_i + \mu \sum_{j=1}^3 \frac{\partial^2 u}{\partial x_j^2} \quad (17-2)$$

۱-۳-۲ معادله برنولی^۱

در حالتی که سیال مورد نظر غیر قابل تراکم بوده و همچنین غر ویسکوز ($\mu=0$) باشد و بتوان از اثر نیروهای حجمی صرفنظر نمود، آنگاه معادله (17-2) به شکل ساده‌تری در می‌آید:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = - \sum_{i=1}^3 \frac{\partial p}{\partial x_i} i_i \quad (18-2)$$

اگر دستگاه مختصات طوری انتخاب شود که جهت x_1 متناظر با جهت حرکت باشد، و نیز جریان یکنواخت فرض شود، آنگاه با انتگرال‌گیری از معادله (18-2) رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\frac{1}{2} |u|^2 + \frac{p}{\rho} = Const \quad (19-2)$$

¹ Bernoulli's Equation

در هر نقطه از خطوط جریان معادله (۱۹-۲) شکل خاصی از تئوری برنولی است و عموماً به صورت زیر نوشته می‌شود :

$$\frac{1}{2} \rho u^2 + P = Const \quad (۲۰-۲)$$

که در آن u سرعت جریان در امتداد خطوط جریان می‌باشد. مقدار $\frac{1}{2} \rho u^2$ دارای بعد فشار بوده و به آن فشار دینامیکی گفته می‌شود.

رابطه مهم فوق بکرات در تعریف و تفسیر رابطه بین فشار و سرعت در هوا و جریان باد در تونل باد، استفاده می‌شود.

۲-۲ جریان‌های با مسیر منحنی شکل - جریان‌های گردبادی^۱

جریانی دو بعدی بین دو نقطه با خطوط جریان متعددالمرکز با فاصله dr از یکدیگر را در نظر بگیرید. فرض کنید که شعاع انحنای r باشد (شکل (۳-۲)).

برای اینکه جریان در مسیر منحنی شکل باقی بماند، باید شتابی به سمت مرکز انحنای خطوط جریان با مقدار $\frac{u^2}{r}$ داشته باشد. همانطور که در قبل نیز ذکر شده است، u سرعت مماسی موضعی جریان می‌باشد. فرض کنید فشاری که روی المانی از سیال مورد نظر وارد می‌شود با p نشان داده شود. اختلاف فشار از یک خط جریان به خط بعدی در امتداد r که باعث شتاب می‌شود، با dp نشان داده می‌شود. معادله حرکت برای المانی از سیال عبارتست از :

$$dpdA = \rho drdA \frac{u^2}{r}$$

که ρ دانسیتی سیال و dA مساحت المان در صفحه‌ای عمود بر صفحه شکل می‌باشد. ان رابطه نشان می‌دهد که فشا عمود بر خطوط جریان، منحنی شکل و بدون حضور نیروهای دیگر تغییر می‌کند و برابر است با :

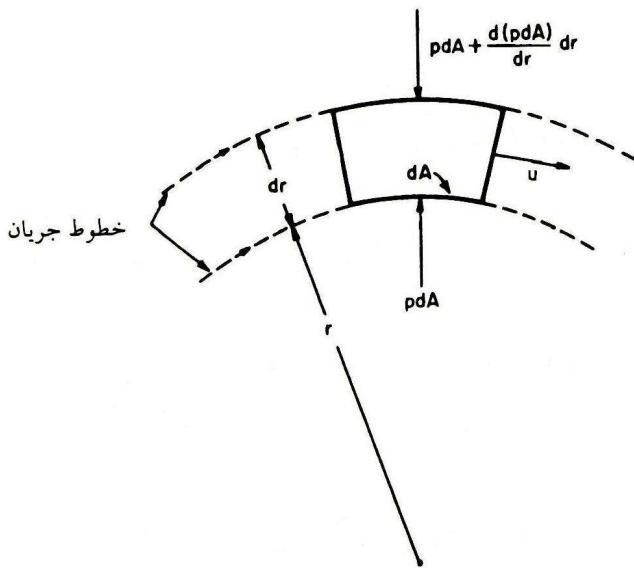
(۲۱-۲)

$$dp = \rho u^2 \frac{dr}{r}$$

بنابراین معادله برنولی (۲۰-۲) محاسبه فشار در امتداد یک منحنی از خطوط جریان را نتیجه می‌دهد. خصوصاً می‌توان حالتی را در نظر گرفت که در آن جریان کاملاً دایره‌ای است و مقدار p_0 در معادله (۲۰-۲) در تمام خطوط جریان یکی باشد. به حالت، جریان گردبادی می‌گویند. با مشتق‌گیری از رابطه (۲۰-۲) می‌توان نوشت :

$$\rho u \frac{du}{dr} + \frac{dp}{dr} = 0 \quad (۲۲-۲)$$

^۱ Vortex flow



شکل ۳-۲ جریان در مسیر منحنی شکل

از ترکیب رابطه فوق و معادله (۲۱-۲) نتیجه می‌شود :

$$\frac{du}{u} = -\frac{dr}{r} \quad (23-2)$$

از معادله (۲۳-۲) می‌توان انتگرال گیری کرد تا به رابطه زیر رسید :

$$ur = C = Const \quad (24-2)$$

این قانون ساده برای یک سیال غیر قابل تراکم و غیر ویسکوز ($\mu=0$) رابطه تئوریک سهمی بین شعاع r و سرعت مماسی u را در یک گردباد آزاد^۱ بیان می‌کند.

۲-۳ لایه مرزی و جداسدگی

محدوده مقادیر ویسکوزیته در سیالات مختلف بسیار وسیع است. ویسکوزیته هوا در فشارها و درجه حرارت‌های معمول نسبتاً کوچک است. به هر حال در بعضی شرایط این مقدار کوچک نقش مهمی ایفا می‌کند. یکی از این اثرات مهم ویسکوزیته هوا در تشکیل لایه مرزی است.

جریان هوایی که بر روی یک سطح صاف و ثابت حرکت می‌کند را در نظر بگیرید. به تجربه ثابت شده است که هوا در تماس با سطح به آن می‌چسبد. این پدیده باعث می‌شود که حرکت هوا در یک لایه نزدیک به سطح کند شود که بعنوان لایه مرزی معروف است.

در داخل لایه مرزی سرعت هوا از صفر در سطح به مقدار کامل خود افزایش می‌یابد، که معادل سرعت جریان در خارج از این لایه است. یک نمونه از نمودار سرعت لایه مرزی در شکل (۴-۲) نشان داده شده است.

هوا چون دارای جرم است، طبق قانون دوم نیوتون اثر اینرسی را تجربه می‌نماید و یا بطور مشخص تر معادلات ناویراستوکس در آن صدق می‌کند. دو اثر بسیار مهم در جریان هوا اینرسی و ویسکوزیته

^۱ Free vortex