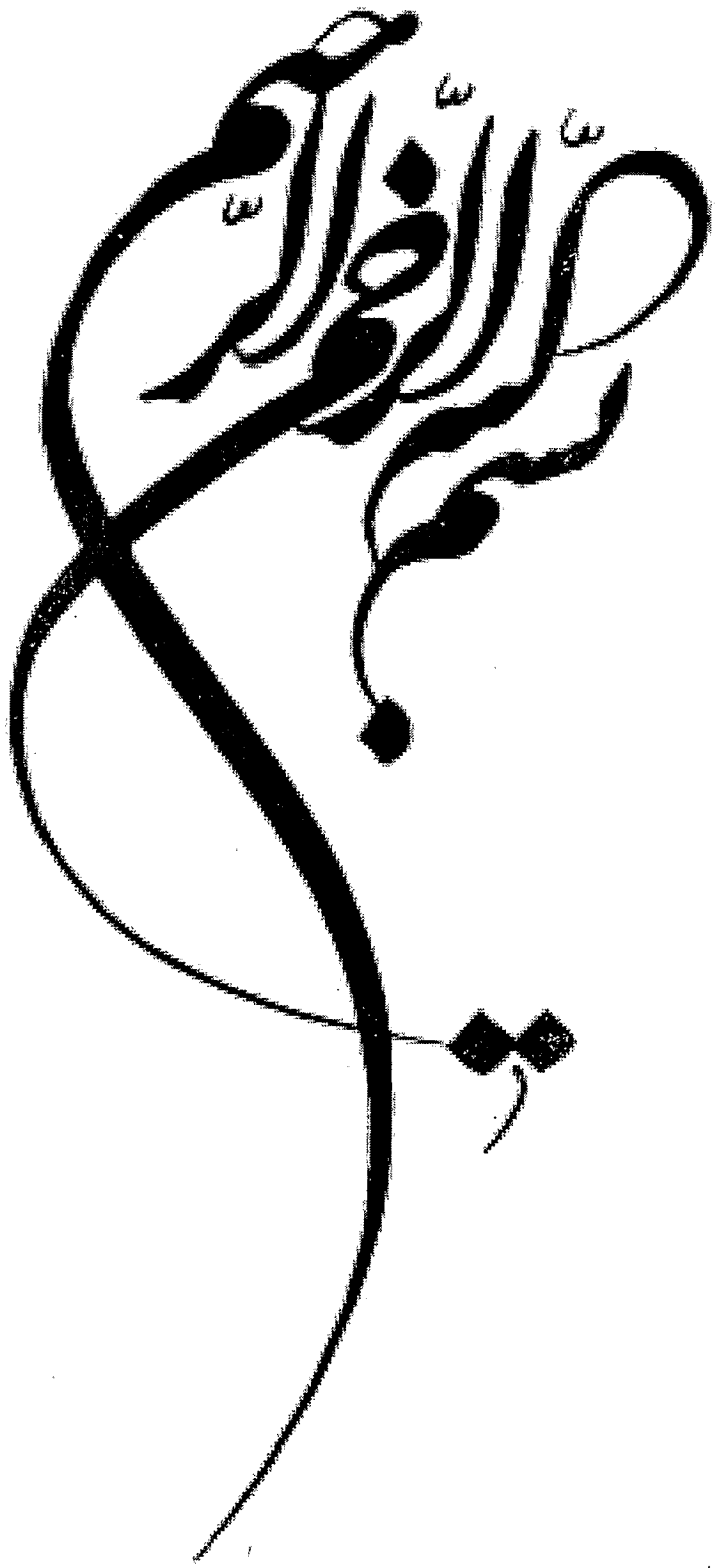
٨٧/١/١٠٦٨٢٢
٨٨/١/١٦



١١٥٢١٤

۸۷/۱/۱۰۶۸۱۲
۸۷/۱/۲۶

دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان‌نامه تحصیلی برای دریافت درجه کارشناسی ارشد فوتونیک

تحلیل نظری ساخت کاوشگر و/یا چشمه‌های میدان نزدیک نوری و میکرو رشته‌های فیبر نوری به روش گرما - کششی جرقه‌ای

استاد راهنما:

دکتر حسن فاطمی امام غیث

مؤلف:

مهدی پشم‌کار

۱۳۸۷/۱۲/۲۷

شهریور ۱۳۸۷

۱۱۰۲۱۴

دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

بخش فیزیک

دانشکده علوم

دانشگاه شهید باهنرکرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو: مهدی پشم کار

استاد راهنما: دکترحسن فاطمی

داور۱: دکترنصرت اله گرانپایه

داور۲: دکترمجید رهنما

نماینده تحصیلات تکمیلی: دکترمحمدحسین زندی

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه است

تقدیم

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

سپاسگزاری

خداوندا تو را سپاسگزارم که بار دیگر لطف بیکرانت را شامل حال این بنده‌ی حقیر نمودی تا مرحله‌ای دیگر از زندگی علمی‌ام را بگذرانم. سوگند یاد می‌کنم که اگر نبود لطف و مهربانی فراوانت پیمودن هر گام از این مراحل برایم سخت و طاقت فرسا می‌بود.

نظارت و دقت مستمری که استاد عزیزم در لحظه لحظه‌ی این سه سال برای رشد علمی اینجانب متحمل شدند، تا پایان عمر از یاد نخواهم برد و مراتب سپاسگزاری خویش را از ایشان ابراز می‌دارم.

از پدر و مادر مهربانم که بی هیچ چشمداشتی همواره پشتیبان من در گذراندن مراتب علمی و اخلاقی بوده‌اند، از صمیم قلب سپاسگزارم و طول عمر با عزت را برایشان آرزومندم. از برادر و خواهرانم که در تمامی شرایط یاری و مساعدتشان را از من دریغ نداشته‌اند، سپاسگزارم و برایشان آرزوی پیروزی و سربلندی دارم.

چکیده

امروزه، فناوری نانو به عنوان دانشی نو و رو به پیشرفت در زمینه‌های مختلف علوم به شمار می‌رود. ساخته‌های فیبر نوری، به عنوان افزاره‌ی نانومتری، نقش ویژه‌ای در پیشرفت این علم ایفا می‌کند. به عنوان مثال می‌توان کاربرد چشمه و/یا کاوشگر فیبر نوری، در میکروسکوپ‌های میدان نزدیک نوری و همچنین، میکرو (و یا نانو) رشته‌های فیبر نوری، به عنوان حسگرهای مختلف، را نام برد. در حال حاضر دو روش، گرما – کششی جرقه‌ای و تراش شیمیایی برای ساخت این افزاره مورد استفاده قرار می‌گیرند. دستیابی به مدلی نظری که بر اساس پارامترهای تأثیرگذار در ساخت انواع مختلف این افزاره بتواند ویژگی نمونه ساخته شده را نشان دهد امری ضروری به نظر می‌رسد. در این پایان نامه بررسی پارامترها و نحوه تأثیرگذاری آنها در شکل دهی نمونه‌های ساخته شده با به کارگیری روش گرما – کششی جرقه‌ای، به صورت مدلی نظری ارائه شده است. مدل ارائه شده، با در نظر گرفتن کلیه پارامترهای مؤثر در ساخت، نمایه مورد انتظار در نمونه‌های ساخته شده را پیش بینی می‌کند. بنابراین هنگام ساخت نمونه‌ای با ویژگی خاص، استفاده از این مدل نظری می‌تواند مقادیر پارامترهای قابل تنظیم مؤثر در ساخت آن را بدست آورد. می‌توان افزایش احتمال تکرارپذیری را به عنوان یکی دیگر از اهداف این مدل نام برد. بررسی نمونه‌های ساخته شده توسط سیستم گرما – کششی جرقه‌ای موجود در آزمایشگاه میکرو و نانو اپتیک دانشگاه و تطابق ویژگی‌های آنها با نتایج بدست آمده از مدل نظری، می‌تواند تأییدی بر درستی و کارآیی مدل ارائه شده باشد.

فهرست

تقدیم	د
سپاسگزاری	د
چکیده	و
فهرست	ز
۱- مقدمه و کلیاتی در مورد نمونه‌های فیبر نوری	**۸**
۱-۱- مقدمه	۹
۱-۲- چشمه و/یا کاوشگرهای فیبر نوری	۱۲
۱-۳- میکرو و نانو رشته‌های فیبر نوری	۱۳
۱-۴- انواع فیبر نوری و مدهای منتشر شونده در آنها	۱۵
۱-۵- اثر پدیده نازک نمودن فیبر در انتقال نور	۲۱
۱-۶- ویژگی نمونه فیبرهای نوری از نظر ماده سازنده	۲۸
۱-۶-۱- فیبر در حالت سیال نیوتونی و غیر نیوتونی	۲۹
۱-۷- مکانیسم گرمادهی نمونه فیبر	۳۱
۲- تئوری فرایند ساخت نمونه‌ها	**۳۳**
۲-۱- اعمال نیروی کشش پس از به حالت خمیری در آمدن نمونه فیبر	۳۴
۱-۱-۲- ویژگی‌های گرمادهی جرقه‌ای برای خمیری نمودن بخشی از نمونه	۳۵
۲-۱-۲- نیروی کشش اعمال شده پس از گرمادهی نمونه	۴۳
۲-۲- فرایند همزمان به حالت خمیری در آوردن و اعمال نیروی کشش	۴۷
۲-۲-۱- معادله پایستگی جرم در بخش گرم شده نمونه فیبر	۴۸
۲-۲-۲- بررسی پارامترهای تأثیر گذار بر شکل هندسی ناحیه گذار	۵۷
۲-۲-۳- روش مستقیم ساخت	۶۲

۲-۲-۴- روش معکوس ساخت ۶۶
۲-۲-۵- بهینه حالت شکل نازک شدگی نمونه فیبرها ۶۸
۲-۲-۶- روش‌های عملی مناسب برای تغییر طول گرمادهی به صورت دلخواه ۶۹
۳- مقایسه نتایج تجربی و پیش بینی‌های مدل نظری ۷۲
۴- نتیجه گیری ۷۸
مراجع و منابع ۸۲

فصل ۱

مقدمه و کلیاتی در مورد نمونه‌های فیبر نوری

۱-۱- مقدمه

فعالیت‌های علمی در مقیاس نانومتری نیازمند به‌کارگیری افزاره ویـژه و دقیـق هسـتند. استفاده از ادوات ساخته شده با فیبر نوری افزاره مناسبی برای این منظور به شمار می‌روند. چشمه و/یا کاوشگرهای میدان نزدیک فیبر نوری[1] (که فیبرهای نوری نوک نازک شـده نیز نامیده می‌شوند) [۱و۲]، میکرو (و یا نانو) رشته‌ها[2] (که به آنها فیبرهای نـوری کمـر باریک شده نیز گفته می‌شود) [۳]، جفت کننده های فیبر نوری[3] [۴]، میکرو عدسی‌ها[4] و میکرو کره‌ها[5] [۵]، و فیبر نوری بلورهای فوتونیکی[6] [۶] از جمله این افـزاره و قطعـه‌هـا هستند. بخشی از کاربردهای میکرو و نانو اپتیکی قطعه‌ها و افزاره فوق بکارگیری آنها به عنوان چشمه‌ها و/یا حسگرهای[7] میدان نزدیـک و دور [۷-۱۱]، میکـرو و نانوسـکوپی[8] [۱۲-۱۴] است. از کاربردهای فوتونیکی آنها می‌توان به انتقـال اطلاعـات بـه بلورهـای فوتونیکی [۱۵و۱۶]، جداسازی و همراه نمودن اطلاعـات نـوری ارتبـاطی[9] [۱۷]، انتقـال اطلاعات نوری با حجم گسترده‌تر از فیبر نوری تک مد[10] [۱۸و۱۹]، اشاره کرد. این موارد گستردگی کاربرد آنها را می‌رساند.

استفاده از افزاره و قطعه‌های ساخته شده از فیبر نـوری بـه عنـوان کاوشـگر (و یـا حسگر) ملزم به دانستن ویژگی‌ها و شاخص‌های تأثیر گذار بر قابلیـت حسـگری نمونـه

1- Near-Field Nano-Optical Fiber Probes and/or Sources
2- Optical Fiber Micro (or Nano) Wires
3- Optical Fiber Couplers
4- Microlenses
5- Microspheres
6- Photonic Crystal Optical Fibers
7- Sensors
8- Microscopy and Nanoscopy
9- Multiplexing and Demultiplexing
10- Single Mode Optical Fiber

مورد نظر است. با توجه به اینکه شکل هندسی حسگر مورد نظر تأثیر بسیار زیادی در کارآیی آن دارد، بنابراین بررسی پارامترهای تأثیر گذار محیطی و قابل تنظیم سیستم ساخت در شکل دهی مطلوب آن، به منظور دستیابی به افزاره مورد نظر، می‌تواند نقش اساسی داشته باشد. این پایان نامه به بررسی نظری پارامترهای تأثیر گذار بر ساختن و شکل دهی چشمه و/یا کاوشگرهای میدان نزدیک نوری و میکرو رشته‌ها، که بیشتر برای کاربرد حسگری مورد استفاده قرار می‌گیرند، می‌پردازد.

در این فصل، دو نوع از افزاره‌های میکرو (و یا نانو) اپتیکی فیبر نوری، به نام‌های چشمه و/یا کاوشگرهای میکرو و نانو اپتیکی فیبر نوری و میکرو رشته‌ها، معرفی می‌شوند. کلیاتی درباره انواع فیبرهای نوری ارائه شده، نحوه انتشار نور در فیبرهای نوری تک مد مورد استفاده برای ساختن افزاره فوق، مدهای منتشر شونده در آن و همچنین انتشار نور در ناحیه نازک شده آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. می‌توان مواد سازنده فیبر نوری را هنگام خمیری (یا ذوب) شدن به دو دسته سیالات نیوتونی و غیر نیوتونی همانند دانست. در ادامه به معرفی و بررسی این دو نوع سیال نیز پرداخته می‌شود. منابع گرمایی که بطور متداول برای گرم کردن فیبر نوری، در فرایند ساخت میکرو (و یا نانو) رشته‌ها، مورد استفاده قرار می‌گیرند عبارتند از: جرقه الکتریکی، لیزر و شعله گازی. با توجه به اینکه، مدل نظری ارائه شده بر اساس استفاده از جرقه الکتریکی به منظور گرم کردن نمونه فیبر است، مکانیسم گرمادهی توسط جرقه الکتریکی نیز معرفی می‌شود.

در فصل ۲ به بیان چگونگی گرم کردن فیبر نوری، به منظور ساخت چشمه و/یا کاوشگر میدان نزدیک نوری و همچنین میکرو رشته‌های فیبر نوری، با استفاده از گرمای

ایجاد شده توسط جرقه‌ی الکتریکی پرداخته می‌شود. در اثر جرقه الکتریکی، به دو طریق گرمای لازم برای خمیری کردن بخش مورد نظر فیبر به آن اعمال می‌شود؛ یکی بر اثر شارش جریان الکتریکی ناشی از جرقه از آن و دیگری از طریق گرمای تولید شده در هوای یونیزه شده اطراف نمونه فیبر. بر اثر گرمای ناشی از این دو عامل بخش گرما داده شده‌ی نمونه فیبر به حالت خمیری مناسب برای ساخت نمونه مورد نظر در می‌آید. به دو روش ساخت، یکی اعمال نیروی کشش پس از گرمادهی و دیگری همزمان با گرمادهی اشاره می‌شود و فرایندهای مربوطه در این دو روش مورد بررسی قرار می‌گیرند.

برای اطمینان از درستی نتایج بدست آمده از مدل نظری معرفی شده، نیازمند بررسی عملی و دیدن چگونگی اثر آنها در شکل دهی نمونه‌های ساخته شده بود. در این رابطه از نمونه‌های ساخته شده در سیستم گرما – کششی جرقه‌ای با کنترل کامپیوتری موجود در آزمایشگاه میکرو و نانو اپتیک بخش فیزیک کمک گرفته شد. مقایسه نتایج برآمده از مدل نظری معرفی شده در فصل ۲ با آنچه از نمونه‌های ساخته شده استخراج نمودیم، در فصل ۳ آورده شده است.

متناسب با زمینه‌ی مورد انتظار، می‌بایست ادوات و افزاره میکرو (و یا نانو) اپتیکی، از لحاظ کاربرد اپتیکی در بهترین وضعیت از جهت ساختار هندسی، ساخته شوند. بدین منظور، با تنظیم دقیق پارامترهای بکار گرفته شده در زمان ساخت مطابق با روابط نظری بدست آمده در فصل ۲، می‌توان به افزاره یا ادوات میکرو (و یا نانو) اپتیکی مورد نظر، به گونه‌ای دلخواه و کاربردی، دست یافت.

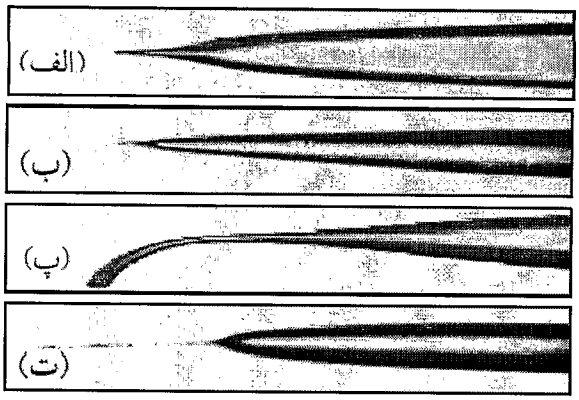
۱-۲- چشمه و/یا کاوشگرهای فیبر نوری

چشمه و/یا کاوشگرهای فیبر نوری در واقع فیبرهای نوری نوک نازک شده‌ای هستند که می‌توانند به عنوان چشمه، نانوحسگرو کاوشگر، در میکروسکوپ‌های روبشی میدان نزدیک نوری مورد استفاده قرارگیرند [۲۰]. در این گونه میکروسکوپ‌ها می‌توان به توان جداسازی فراتر از حد پراش $\lambda/2$ (حد پراش ریلی[1])، که مربوط به سیستم‌های تمام نگار عدسی دار است، دست یافت [۲۱-۲۲]. اصول عملکرد این گونه میکروسکوپ‌ها بر این اساس است که آشکارسازی (و یا تصویر برداری) از طریق روزنه‌ای با قطر کوچکتر از طول موج در مجاورت سطح (و یا میدان نزدیک نوری آن) نمونه، انجام می‌شود. فیبر نوری نوک نازک شده به عنوان کاوشگر، امواج غیر منتشر شونده نزدیک سطح[2] را به امواجی منتشر شونده[3]، که آشکارسازی آنها در انتهای دیگر فیبر انجام می‌شود، تبدیل می‌کند. بنابراین، توان تفکیک این نوع میکروسکوپ توسط قطر روزنه کاوشگر مشخص می‌شود. هر چه قطر دهانه کاوشگر کوچکتر باشد، میکروسکوپ از توان تفکیک بالاتری برخوردار می‌شود. نهایتاً، تصویر با روبش نقطه به نقطه سطح نمونه مورد بررسی، توسط کاوشگر تهیه می‌شود.

در دو روش گرما-کششی[4] [۲۳و۲۴] و تراش شیمیایی[5] [۲۵و۲۶] عوامل زیادی از جمله مشخصه‌های فیبر نوری مورد استفاده و همچنین پارامترهای فیزیکی قابل تنظیم سیستم‌های ساخت در شکل دهی نمونه ساخته شده اثر دارند. با کنترل دقیق این

1- Rayleigh Diffraction Limit
2- Evanescent Waves
3- Propagating Waves
4- Thermo-Pulling Method
5- Chemical Etching Method

پارامترها، می‌توان به شکل مورد نظر نمونه فیبر مورد نظر دست یافت. همچنین پوشاندن اطراف نوک نازک شده کاوشگر توسط لایه‌ای نازک از یک ماده بازتابش کننده نور، مانند آلومینیوم، موجبری را بوجود می‌آورد که به میزان زیادی از نشت نور از کناره‌های نازک شده فیبر جلوگیری می‌کند [۲۷]. در شکل (۱-۱) تصویر چند نمونه از فیبرهای نوری نوک نازک شده، ساخته شده با روش گرما – کششی جرقه‌ای، نشان داده شده است.



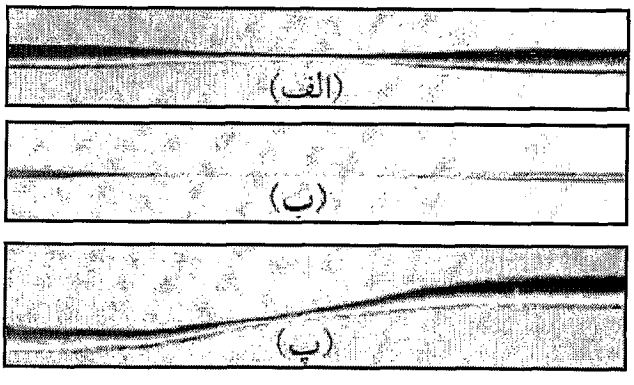
شکل (۱-۱) چند نمونه میکرو چشمه و کاوشگرهای فیبر نوری، با اندازه و شکل‌های نوک گوناگون [۲۸].

۱-۳- میکرو و نانو رشته‌های فیبر نوری

به منظور ساخت میکرو (و یا نانو) رشته‌های فیبر نوری می‌بایست قسمت مشخصی از نمونه فیبر نازک شود، و به همین دلیل است که به آنها فیبر نوری کمر باریک شده نیز گفته می‌شود. این کار باعث نشت انرژی نوری از مد اصلی منتشر شونده در مغزی فیبر

به محیط غلاف و حتی بیرون آن، می گردد. پس مد اصلی منتشر شونده در مغزی، با مدهای منتشر شونده در غلاف جفت می‌شود.

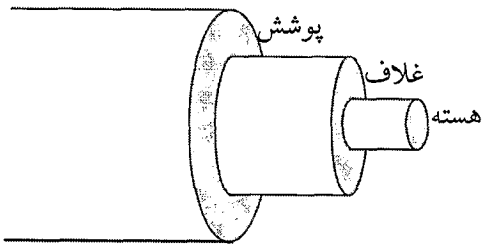
یکی از کاربردهای این فیبرهای نوری کمر باریک شده، کاربرد آنها به‌عنوان حسگرهای زیستی است. هنگامی‌که نوری با طول موجی مشخص به یک سر فیبر جفت شود، برهمکنش نور عبوری از فیبر در ناحیه نازک شده با محیط اطراف، نور خروجی از انتهای دیگر فیبر را دستخوش تغییر می‌کند. از این ویژگی برای شناخت محیط اطراف، که غالباً می‌توانند محیط‌های زیستی باشند، استفاده می‌شود. سیستم های زیستی همچون بافت‌ها، میکروارگان‌ها، آنزیم‌ها و اسیدهای نوکلئیک را می‌توان با استفاده از این نوع حسگرهای زیستی مورد بررسی و کاوش قرار داد. از این رو در طی سالهای اخیر در گزارش‌هایی همچون [۲۹] این افزاره را به عنوان حسگر زیستی مورد تحلیل و بررسی قرار داده‌اند. همچنین میکرو و نانو رشته‌های فیبر نوری کاربردهای متعددی به عنوان عنصر جفت کننده‌ی نور، در کنار میکروکره‌ها، و همچنین به عنوان آشکارساز دارند. به همین دلیل، مطالعات زیادی بر روی این ادوات نوری انجام می‌شود. به عنوان نمونه در شکل (۱-۲) تصاویری از چند میکرو رشته‌ی فیبر نوری نشان داده شده است.



شکل (۱-۲) چند نمونه از میکرو رشته‌های فیبر نوری ساخته شده به شکل‌های مختلف [۲۸].

۱-۴- انواع فیبر نوری و مدهای منتشر شونده در آنها

فیبر نوری متداول به صورت موجبری استوانه‌ای است. مطابق شکل (۱-۳) اجزای تشکیل دهنده‌ی آن، هسته[1]، غلاف[2] و پوشش[3] هستند.



شکل (۱-۳) اجزای تشکیل دهنده فیبرهای نوری متداول.

به قسمت هسته و یا غلاف (و یا هر دوی آنها) به گونه‌ای ناخالصی اضافه می‌شود که نمار شکست هسته نسبت به غلاف به میزان ناچیزی بیشتر باشد. در این بخش جزئیاتی از تحلیل مدهای فیبرهای نوری با نمارشکست پله‌ای مورد بررسی قرار می‌گیرند که این کار با کمک تقریب گاوس برای مد اصلی فیبر با نمارشکست پله‌ای انجام شده است. تفاوت ناچیز نمار شکست مغزی و غلاف، $n_1 \approx n_2$، این امکان را فراهم می‌سازد که از تقریب هدایت ضعیف[4] استفاده کنیم. به بیانی، انتشار نور در آنها توسط پرتوهای نزدیک محوری صورت می‌گیرد. از اینرو، همنه‌های طولی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی آنها خیلی ضعیف تر از همنه‌های عرضی آنها هستند پس امواج گسیل شده تقریباً بصورت امواج الکترومغناطیسی عرضی(TEM) هستند. بنابراین، میدان الکترومغناطیسی می‌تواند به

1- Core
2- Cladding
3- Jacket
4- Weakly Guiding

صورت قطبیده، در دو راستای x و y، در فیبر منتشر شود که در تقریب موج نرده‌ای[1] دارای ثابت‌های انتشار یکسانی هستند. به این حالت‌های انتشار، مدهای قطبیده خطی[2]، *LP*، گفته می‌شود. در تقریب هدایت ضعیف، همنه‌های عرضی میدان الکترومغناطیسی در معادله نرده‌ای زیر صدق می‌کنند.

$$\nabla^2\psi - \epsilon_0\mu_0 n^2\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0 \qquad (1-1)$$

اگر n^2 تنها به مختصات عرضی (r,ϕ) بستگی داشته باشد می‌توان نوشت:

$$\psi(r,\phi,z,t) = \psi(r,\phi)e^{i(\omega t-\beta z)} \qquad (2-1)$$

که درآن ω فرکانس زاویه‌ای و β ثابت انتشار هستند. معادله بالا نشان دهنده‌ی مدهای سیستم است. نهایتاً، با جایگذاری (۱-۲) در معادله (۱-۱) چنین به دست می‌آید:

$$\left(\nabla^2 - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right)\psi + \left[\frac{\omega^2}{c^2}n^2(r,\phi) - \beta^2\right]\psi = 0 \qquad (3-1)$$

در بیشتر فیبر ها n^2 فقط به مختصه استوانه‌ای r بستگی دارد، به همین دلیل استفاده از مختصات استوانه‌ای در این حالات مناسب‌تر است. معادله انتشار موج در فیبر به صورت زیر در می‌آید.

$$\frac{\partial^2\psi}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial\psi}{\partial r} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial\phi^2} + (k_0^2 n^2(r) - \beta^2)\psi = 0 \qquad (4-1)$$

که در آن $k_0 = \omega/c = 2\pi/\lambda_0$، عدد موج فضای تهی است.

1- Scalar Approximation
2- Linear Polarization

به خاطر تقارن استوانه‌ای فیبر، می‌توان معادله (۱-۴) را به کمک روش جدا سازی متغیرها $\psi(r,\phi)$ به صورت زیر تفکیک نمود.

$$\psi(r,\phi) = R(r)\Phi(\phi) \qquad (۵-۱)$$

و با جایگذاری (۱-۵) در (۱-۴) و تقسیم آن بر $\psi(r,\phi)/r^2$ ، معادله (۱-۴) بصورت زیر تبدیل می‌شود.

$$\frac{r^2}{R}\left[\frac{\mathrm{d}^2R}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right]+r^2[k_0^2n^2(r)-\beta^2]=-\frac{1}{\Phi}\frac{d^2\Phi}{d\phi^2}=+l^2 \qquad (۶-۱)$$

که در آن l، یک ثابت است. وابستگی ϕ به صورت $\cos l\phi$ یا $\sin l\phi$ است و برای اینکه تابع متناوب در محیط فیزیکی واقعی تک مقدار باشد (یعنی $\Phi(\phi+2\pi)=\Phi(\phi)$)، l باید عدد صحیح مثبت باشد.

بخش شعاعی معادله (۱-۶) به صورت زیر در می‌آید.

$$r^2\left[\frac{\mathrm{d}^2R}{dr^2}+\frac{1}{r}\frac{dR}{dr}\right]+\{r^2[k_0^2n^2(r)-\beta^2]-l^2\}R=0 \qquad (۷-۱)$$

و معادله میدان عرضی آن برابر است با:

$$\Psi(r,\phi,z,t)=R(r)\,e^{i(\omega t-\beta z)}\begin{cases}\cos l\phi\\ \sin l\phi\end{cases} \qquad (۸-۱)$$

با در نظر گرفتن تغییرات پله‌ای نمار شکست در فیبر نوری تک مد به صورت زیر:

$$n(r)=\begin{cases}n_{co} & 0<r<a\\ n_{cl} & r>a\end{cases} \qquad (۹-۱)$$

و جایگذاری $n^2(r)$، از معادله (۱-۹) در رابطه (۱-۷)، نتیجه می‌شود که:

$$r^2\frac{d^2R}{dr^2}+r\frac{dR}{dr}+\left(U^2\frac{r^2}{a^2}-l^2\right)R=0 \quad ;0<r<a \qquad (1-10)$$

و

$$r^2\frac{d^2R}{dr^2}+r\frac{dR}{dr}-\left(W^2\frac{r^2}{a^2}+l^2\right)R=0 \quad ;r>a \qquad (1-11)$$

که در آنها ضرایب U و W عبارتند از:

$$U=a(k_0^2n_{co}^2-\beta^2)^{\frac{1}{2}} \qquad (1-12)$$

و

$$W=a(\beta^2-k_0^2n_{cl}^2)^{\frac{1}{2}} \qquad (1-13)$$

پارامتر (و یا فرکانس) نرمالیزه شده فیبر به صورت زیر توصیف می‌شود:

$$V=(U^2+W^2)^{\frac{1}{2}}=k_0a(n_{co}^2-n_{cl}^2)^{\frac{1}{2}} \qquad (1-14)$$

رابطه (۱-۱۰) همان معادله بسل با جواب‌های $J_l(x)$ و $N_l(x)$ است، که در آن $x=Ur/a$ است. در شرایط حدی، جواب‌های نویمن،$N_l(x)$، برای حالت $x\to 0$، واگرا می‌شوند. جواب‌های معادله (۱-۱۱) توابع بسل تعمیم یافته $K_l(\tilde{x})$ و $I_l(\tilde{x})$ با شرایط حدی به صورت زیر هستند:

$$K_l(\tilde{x})\underset{\tilde{x}\to\infty}{\longrightarrow}\left(\frac{\pi}{2\tilde{x}}\right)^{\frac{1}{2}}e^{-\tilde{x}} \qquad (1-15)$$

و

$$I_l(\tilde{x}) \xrightarrow[\tilde{x}\to\infty]{} \frac{1}{(2\pi\tilde{x})^{\frac{1}{2}}} e^{\tilde{x}} \qquad (۱۶-۱)$$

که در آن $\tilde{x} = Wr/a$ است. از طرفی جواب تابع $I_l(\tilde{x})$ برای حالت $\tilde{x} \to \infty$، واگرا می‌شود. بنابراین وابستگی عرضی موج منتشر شونده به صورت زیر است [۳۰]:

$$\Psi(r,\phi) = \begin{cases} \frac{A}{J_l(U)} J_l\left(\frac{Ur}{a}\right) \begin{bmatrix}\cos l\phi \\ \sin l\phi\end{bmatrix} & ;r < a \\ \frac{A}{K_l(W)} K_l\left(\frac{Wr}{a}\right) \begin{bmatrix}\cos l\phi \\ \sin l\phi\end{bmatrix} & ;r > a \end{cases} \qquad (۱۷-۱)$$

بنابراین تابع موج پرتو درون مغزی فیبر، با تابع بسل استاندارد نوع اول بیان می‌شود. این تابع در مغزی فیبر، به ازای $l = ۰$ و به ازای اندازه‌های بسیار کوچک مغزی فیبر، رفتاری شبیه تابع موج پرتو گاوسی دارد؛ بنابراین با تقریب خوبی می‌توان نور درون مغزی فیبر را یک پرتو گاوسی درنظر گرفت. lهای مختلف، حالت‌های مختلف نور گسیل شده در فیبر نوری را نشان می‌دهد. اگر $V < ۲/۴۰۵$ باشد، تمامی‌حالت‌های انتشار نور در فیبر نوری از بین رفته و تنها یک حالت گسیلش می‌تواند در فیبر منتشر شود. در چنین حالتی، فیبر تک مد محسوب می‌شود [۳۰]. با توجه به اینکه فیبرهای تک مد کاربردهای فراوان‌تری دارند، معمولاً کمیت‌های موثر در پارامتر فیبر را به گونه‌ای طراحی می‌کنند تا مقدار پارامتر فیبر کمتر از ۲/۴۰۵ شود. برای اینکار معمولاً ضریب شکست مغزی و پوشش را بسیار نزدیک به هم (تقریب هدایت ضعیف) انتخاب کرده و قطر مغزی را بسیار کوچک در نظر می‌گیرند.