

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه بیرجند
دانشکده مهندسی

پایان نامه‌ی دوره کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - تبدیل انرژی

توسعه‌ی روش لایس بولتزمن برای تحلیل جریان سیال روی مرزهای منحنی الخط

سید حامد مرتضوی زاده

استاد راهنما:

دکتر سید علی میربزرگی

زمستان ۱۳۹۲

تقدیم

تقدیم بہ آقا کہ کائنات ہو
و نزلتہ لہی ساو مانہ بر لہجہ می سرور

تفکر و فدرولانی

سیاسی خبری را که سخنور، در ستوه او باشد و شمارنگاه، شروه نعمت های او در اندر و کوشنگاه، همه او را
گزاروه شود

بدوه شایع جایگاه و منزلت معلم، اهل از که است که در مقام فدرولانی از زحمات بی ثابندی او، با زیاده فاصره و دست
ناتوا، بهیزی بنکاره. اما از که جای که تجلیل از معلم، سیاسی از انسانی است که هردو و خایبت آفرینش را تأمین می کند و
سلامت امانت های را که به دستش برده اند، تقسیم؛
بر حسب وظیفه و از باب "من لم یتکر المنعم من المخلوقین لم یتکر الله و عز وجل:"

از دیدر و ماور عزیمت که همواره بر کوناهی و درستی من، قلم جفو کثیره و کربمانه از کنار مختلف های گذشته اند و در نماح
عرصه های زندگی بار و باروی بی جمع و است برای من بوده اند؛
از برولانی که همیشه برای من مشکلات را می زودودند؛
از استاد با کمالات و ثابته؛ جناب آقای دکتر سید علی میرزگی که در کمال سع صدر، با حسن خلق و فروتنی، از هیچ
کسکی در این عرصه بر من دریغ نشودند و زحمت را برای این بابا نامه را بر همه گذشتند؛
از اساتید فرزانه و دلسوز؛ جناب آقای دکتر صفوی نژاد و جناب آقای دکتر ملک جعفری که زحمت واری این
بابا نامه را متقبل شدند؛ کمال تفکر و فدرولانی را در اول.

چکیده

در روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی، معادلات حاکم بر میدان جریان، معادلات پیوستگی و ناویر-استوکس است. در این پروژه، معادلات حاکم هم‌ارز با معادله‌ی ناویر-استوکس در روش لتیس بولتزن اثبات شده است. با استفاده از مدل دو بعدی با نه ذره (D2Q9) و به کمک الگوریتم حل لتیس بولتزن، جریان در دو مرحله‌ی انتشار و برخورد حل می‌شود. یکی از بخش‌های مهم در حل جریان به روش لتیس بولتزن، پیاده‌سازی شرط مرزی است. پیاده‌سازی شرط مرزی برای دو نوع مرز مختلف بیان می‌شود. یکی مرزهای ساده، که منطبق بر خطوط شبکه‌ی متعامد بولتزن هستند و دیگری مرزهای پیچیده، که منطبق بر خطوط شبکه‌ی بولتزن نمی‌باشند. در این‌جا پیاده‌سازی شرط مرزی برای هر دو مرز به‌طور مفصل توضیح داده شده است. همچنین شیوه‌ی بلوک‌سازی برای موانع با شکل‌های هندسی نامشخص در مسیر جریان توضیح داده می‌شود.

در این پروژه، به حل جریان به‌روش لتیس بولتزن روی مرزهای منحنی پرداخته شده است. از آن‌جایی‌که در این روش، نحوه‌ی اعمال شرایط مرزی تأثیر بسیاری در دقت نتایج دارد، لازم است که در برخورد با مرزهای منحنی‌الخط، مقادیر اعمال شده روی مرزها، به مقدار واقعی مرز نزدیک‌تر شده و از این طریق، حل مسئله‌ی جریان واقعی‌تر گردد. اعمال شرایط مرزی در روش لتیس بولتزن، به‌ویژه برای مرزهای منحنی‌الخط، از پیچیدگی و اهمیت بیش‌تری برخوردار است. بنابراین در این‌جا تلاش شده است طرحی ارائه شود که این مقادیر را به مقدار واقعی در مرز نزدیک‌تر کند. در این طرح، مقادیر چگالی روی مرز با دو مقدار کمی به‌دست می‌آید. در یکی از این مقادیر، چگالی با الگوی هندسی محاسبه می‌شود. در دیگری، چگالی با الگوی جرمی به‌دست می‌آید. در نهایت با استفاده از این دو مقدار کمی، چگالی محاسبه می‌شود. محاسبه‌ی چگالی براساس این دو مقدار، شیوه‌ی جدیدی است که در این طرح از شرط مرزی منحنی ارائه شده است.

پس از توضیح شرط مرزی در روش لتیس بولتزن، به صحت‌سنجی نتایج حاصل به‌کمک مدل شرط مرزی جدید پرداخته شد. ابتدا حل جریان روی استوانه انجام شد و با مقایسه با نتایج پیشین، صحت مدل شرط مرزی جدید نشان داده شد. پس از اطمینان از صحت مدل شرط مرزی جدید، به بررسی دبی تولید شده با ریزپمپ لزجتی پرداخته شد. نتایج نشان داد که با به‌کار بردن دو روتور با قطر یکسان در ریزپمپ لزجتی، با افزایش فاصله‌ی بین دو روتور، ابتدا دبی تا یک مقدار بیشینه افزایش می‌یابد. سپس به‌دلیل افزایش بیش از حد این فاصله، دبی تولید شده افت می‌کند. همچنین با بررسی خروج از مرکزی ریزپمپ‌ها، نشان داده شد که با افزایش پارامتر انحراف از مرکز، دبی تولید شده افزایش می‌یابد.

کلید واژه ها : جریان ریزمجرا، مرز منحنی الخط، روش لیس بولتزمان، مدل D2Q9، ریزپمپ لزجتي

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
د.....	فهرست علایم و نشانه‌ها.....
و.....	فهرست جدول‌ها.....
ز.....	فهرست شکل‌ها.....
۱.....	فصل ۱- مقدمه و کلیات تحقیق.....
۳.....	۱-۱- اهداف پروژه.....
۴.....	۱-۲- مدل‌های سیال.....
۴.....	۱-۳- روش لتیس بولتزمن.....
۶.....	۱-۴- تاریخچه‌ی توسعه‌ی روش لتیس بولتزمن.....
۷.....	۱-۴-۱- تاریخچه‌ی شرایط مرزی ساده در روش لتیس بولتزمن.....
۸.....	۱-۴-۲- تاریخچه‌ی شرط مرزی منحنی‌الخط.....
۱۰.....	۱-۵- ریزپمپ‌ها.....
۱۱.....	۱-۵-۱- ریزپمپ لزجتی.....
۱۱.....	۱-۵-۲- تاریخچه‌ی ریزپمپ‌ها.....
۱۳.....	فصل ۲- معادلات حاکم.....
۱۳.....	۲-۱- معادله‌ی بولتزمن و معادله‌ی انفصالی بولتزمن.....
۱۴.....	۲-۲- اثبات هم‌ارزی حل معادله‌ی لتیس بولتزمن با حل ناویر-استوکس.....
۱۵.....	۲-۲-۱- تقریب BGK و تابع توزیعی تعادلی ماکسول-بولتزمن.....
۲۳.....	۲-۳- عوامل حرکت سیال.....
۲۳.....	۲-۳-۱- اثر گرادیان فشار.....
۲۴.....	۲-۳-۲- اثر اینرسی اولیه.....
۲۴.....	۲-۳-۳- اثر نیروی حجمی.....
۲۵.....	۲-۳-۴- جریان سطح متحرک.....
۲۶.....	فصل ۳- حل عددی معادله‌ی لتیس بولتزمن.....
۲۶.....	۳-۱- مقدمه.....

۲۷.....	۲-۳	الگوریتم لتیس بولتزمن و اجرای کامپیوتری آن
۲۷.....	۱-۲-۳	مدل D2Q9
۲۹.....	۲-۲-۳	اجرای کامپیوتری
۲۹.....	۱-۲-۲-۳	مقادیر اولیه
۳۰.....	۲-۲-۲-۳	گام برخورد
۳۰.....	۳-۲-۲-۳	گام جریان
۳۲.....	۴-۲-۲-۳	شرایط مرزی
۳۳.....	۵-۲-۲-۳	محاسبه‌ی کمیت‌های ماکروسکوپیک
۳۵.....	۳-۲-۳	دقت الگوریتم لتیس بولتزمن

فصل ۴ - بلوک‌سازی در برابر جریان با مرزهای منحنی..... ۳۶

۳۶.....	۱-۴	مانع در میدان جریان
۳۷.....	۲-۴	بلوک‌سازی
۳۹.....	۱-۲-۴	شیوه‌ی ساخت بلوک
۴۰.....	۱-۱-۲-۴	مرزهای عبوری از نقاط شبکه در امتداد خطوط شبکه (هندسه‌ی ساده)
۴۱.....	۲-۱-۲-۴	مشخص بودن معادله‌ی هندسه‌ی بلوک
۴۱.....	۳-۱-۲-۴	مجموعه‌ای از مختصات نقاط در قالب یک فایل
۴۲.....	۲-۲-۴	گره‌های مرزی
۴۳.....	۱-۲-۲-۴	گره‌های مرزی جامد
۴۳.....	۲-۲-۲-۴	گره‌های مرزی سیالی
۴۴.....	۳-۲-۴	نقاط برخورد راستای حرکت ذرات با مرز حقیقی
۴۵.....	۳-۴	شرط مرزی پیشنهادی
۴۷.....	۱-۳-۴	تعیین مقادیر کمکی
۴۷.....	۱-۱-۳-۴	محاسبه‌ی چگالی براساس الگوی هندسی
۴۷.....	۲-۱-۳-۴	محاسبه‌ی چگالی براساس الگوی جرمی
۴۷.....	۲-۳-۴	محاسبه‌ی کمیت ماکروسکوپی چگالی برای گره مرزی
۴۸.....	۳-۳-۴	محاسبه‌ی کمیت ماکروسکوپی سرعت برای گره مرزی

فصل ۵ - نتایج عددی..... ۵۰

۵۰.....	۱-۵	جریان یکنواخت روی استوانه‌ی ساکن
۵۲.....	۲-۵	نمونه‌هایی از بلوک‌سازی و توانایی مدل کردن حالت‌های مختلف
۵۲.....	۱-۲-۵	نمونه‌هایی از جریان روی استوانه

۵۵۰۰۱۲ شماتیکي از خطوط جريان روی ایرفویل ناکا
۵۵۳-۵ ریزپمپ لزجتي
۵۵۱-۳-۵ جريان های سطح متحرک
۵۵۱-۳-۵-۱ جريان سطح متحرک با یک سطح تخت
۵۷۲-۱-۳-۵ جريان سطح متحرک با یک استوانه‌ی دوار
۵۹۲-۳-۵ ریزپمپ لزجتي با یک روتور چرخان
۶۲۳-۳-۵ ریزپمپ لزجتي با دو روتور چرخان با مقطع دایره‌ای
۶۹۶ فصل جمع‌بندی و پیشنهادات
۷۱ضمیمه أ -انواع شرط مرزی
۱۰۲فهرست مراجع
۱۰۶واژه نامه فارسی به انگلیسی
۱۰۷واژه نامه انگلیسی به فارسی

فهرست علائم و نشانه‌ها

عنوان	علامت اختصاری
سرعت شبکه	c
بردار سرعت میکروسکوپی	\mathbf{c}_i
سرعت صوت	c_s
بردار یکه در جهت i	\mathbf{e}_i
تابع توزیعی تعادلی ماکسول بولتزمن	f^{eq}
تابع توزیعی غیر تعادلی	f^{neq}
تابع توزیعی احتمالی چگالی ذره	f
متغیر بولی ذره	n_i
فشار	p
دبی تولید شده	Q
ثابت گاز ایده‌آل	R
عدد رینولدز	Re
زمان	t
دما	T
بردار سرعت	\mathbf{u}
سرعت جریان آزاد	U_0
تابع وزنی در جهت i	w_i
مکان	x

علائم یونانی

تابع کرونیگر	$\delta_{\beta\gamma}$
ضریب تخفیف زمانی بی‌بعد	τ
چگالی	ρ
لزجت سینماتیکی	ν
فرکانس تخفیف زمانی بی‌بعد	ω

فهرست جدول‌ها

صفحه

عنوان

جدول ۱: مقایسه طول گردابه به‌دست آمده در اعداد رینولدز ۲۰ و ۴۰ با تحقیقات گذشته..... ۵۱

فهرست شکل‌ها

صفحه	عنوان
۲	شکل ۱-۱: مدل D2Q9، توزیع ذرات و سرعت آن‌ها
۳	شکل ۲-۱: خطوط شبکه و انواع مرز، (a) مرز پیچیده (b) مرز ساده
۱۴	شکل ۱-۲: مدل FHP، شش ذره‌ای در لتیس گاز
۲۷	شکل ۱-۳: مدل D2Q9، توزیع سرعت ذرات
۳۲	شکل ۲-۳: مدل D2Q9، فرایند برخورد و جریان
۳۴	شکل ۳-۳: الگوریتم حل عددی
۳۷	شکل ۱-۴: تقریب نقاط یک مقطع استوانه‌ای در شبکه
۳۸	شکل ۲-۴: نمونه‌ای از بلوک ساخته شده برای یک استوانه
۴۲	شکل ۳-۴: گره‌های مرزی
۴۵	شکل ۴-۴: فواصل گره مرزی جامد با مرز حقیقی
۴۶	شکل ۵-۴: ناحیه‌هایی از مانع که ماهیت سیال دارند
۴۹	شکل ۶-۴: نحوه‌ی محاسبه‌ی مقادیر سرعت برای گره‌های مرزی
۵۱	شکل ۱-۵: موقعیت سیلندر در درون مجرا
۵۲	شکل ۲-۵: خطوط جریان و گردابه‌های شکل گرفته در پشت استوانه
۵۳	شکل ۳-۵: خطوط جریان و گردابه‌های شکل گرفته
۵۳	شکل ۴-۵: کانتورهای سرعت در پشت استوانه با عدد رینولدز ۱۲۶
۵۴	شکل ۵-۵: خطوط جریان و گردابه‌های شکل گرفته
۵۴	شکل ۶-۵: خطوط جریان و گردابه‌های شکل گرفته
۵۵	شکل ۷-۵: خطوط جریان عبوری از روی ایرفویل ناکا ۰۰۱۲ با زاویه‌ی حمله‌ی 18°
۵۶	شکل ۸-۵: مجرا با صفحه‌ی تخت به‌عنوان سطح متحرک
۵۷	شکل ۹-۵: مجرا با صفحه‌ی تخت در میان آن به‌عنوان سطح متحرک
۵۷	شکل ۱۰-۵: مجرا با استوانه‌ی دوار به‌عنوان سطح متحرک در مرکز
۵۸	شکل ۱۱-۵: مجرا با استوانه‌ی دوار به‌عنوان سطح متحرک با داشتن خروج از مرکز
۵۹	شکل ۱۲-۵: شماتیکی از فیزیک مسئله‌ی مورد مطالعه برای یک روتور چرخان

- شکل ۵-۱۳: تأثیر افزایش خارج از مرکزی روتور بر روی دبی یک ریزپمپ با ثابت بودن دیگر پارامترهای مؤثر ۶۰
- شکل ۵-۱۴: تأثیر افزایش پارامتر s بر روی دبی یک ریزپمپ با ثابت بودن دیگر پارامترهای مؤثر ۶۱
- شکل ۵-۱۵: تأثیر افزایش پارامتر ω بر روی دبی یک ریزپمپ با ثابت بودن دیگر پارامترهای مؤثر ۶۲
- شکل ۵-۱۶: شماتیکی از فیزیک مسئله‌ی مورد مطالعه با دو روتور ۶۳
- شکل ۵-۱۷: تأثیر افزایش پارامتر L بر روی دبی یک ریزپمپ با دو روتور با سرعت زاویه‌ای $\omega_1 = 0, \omega_2 = \omega$ ۶۴
- شکل ۵-۱۸: تأثیر افزایش پارامتر L بر روی دبی یک ریزپمپ با دو روتور با سرعت زاویه‌ای $\omega_2 = 0, \omega_1 = \omega$ ۶۴
- شکل ۵-۱۹: تغییرات دبی در برابر L های مختلف در $S_1 = S_2 = 2.5$ ، $Re = 1$ و $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.9$ ۶۵
- شکل ۵-۲۰: دبی تولید شده با در نظر گرفتن $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$ عدد رینولدز برابر یک، $S_1 = 2.5$ ، $S_2 = 1.5$ و $L = 1$ ۶۶
- شکل ۵-۲۱: دبی تولید شده با در نظر گرفتن $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.09$ عدد رینولدز برابر یک، $S_1 = 1.5$ و $L = 1$ ۶۷
- شکل ۵-۲۲: دبی تولید شده با در نظر گرفتن $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0.09$ عدد رینولدز برابر یک، $S_2 = 1.5$ و $L = 1$ ۶۷

فصل ۱ - مقدمه و کلیات تحقیق

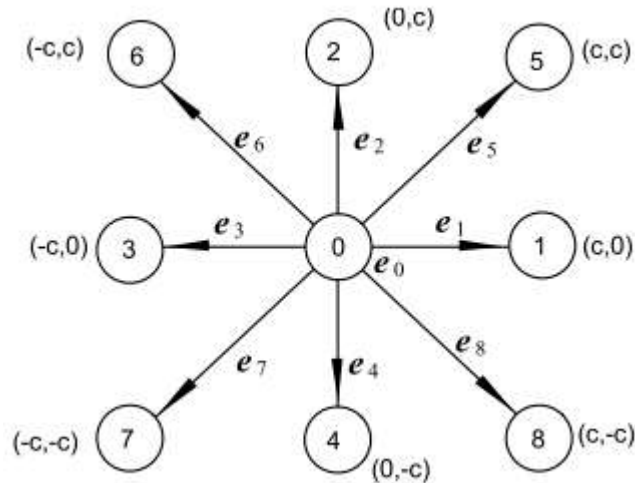
روش لتیس بولتزمن^۱، روشی نوین در حل معادلات، از جمله ناویر-استوکس^۲ است که امروزه به دلیل سادگی، در تحقیقات علمی جدید کاربرد فراوانی دارد. بولتزمن در سال ۱۸۸۸، معادله‌ای دیفرانسیلی برای احتمال یافتن مولکول یا ذره‌ای در فضا با مشخص بودن پارامترهایی نظیر دما، غلظت توده‌ای ذره و... ارائه داده است که این معادله به نام معادله‌ی بولتزمن^۳ شناخته می‌شود. محققین پیشین در یکی دو دهه‌ی اخیر، مدلی به نام مدل لتیس بولتزمن، به منظور حل عددی معادله‌ی بولتزمن ارائه کرده‌اند که در آن، سیال مجموعه‌ای محدود از ذرات ناپیوسته است که در مکان‌هایی خاص و معین از یک شبکه‌ی فضایی قرار دارد. به علاوه، هر یک از این ذرات، به تعداد دلخواهی ذرات کوچک‌تر تقسیم می‌شود. این تعداد معمولاً با توجه به محدودیت‌های هزینه‌ی محاسباتی، بسیار کم انتخاب می‌شوند که در این تحقیق مطابق شکل ۱-۱، تعداد نه ذره در حالت دو بعدی^۴ انتخاب شده است.

^۱ Lattice Boltzmann Method (LBM)

^۲ Navier-Stokes (NS)

^۳ Boltzmann Equation (BE)

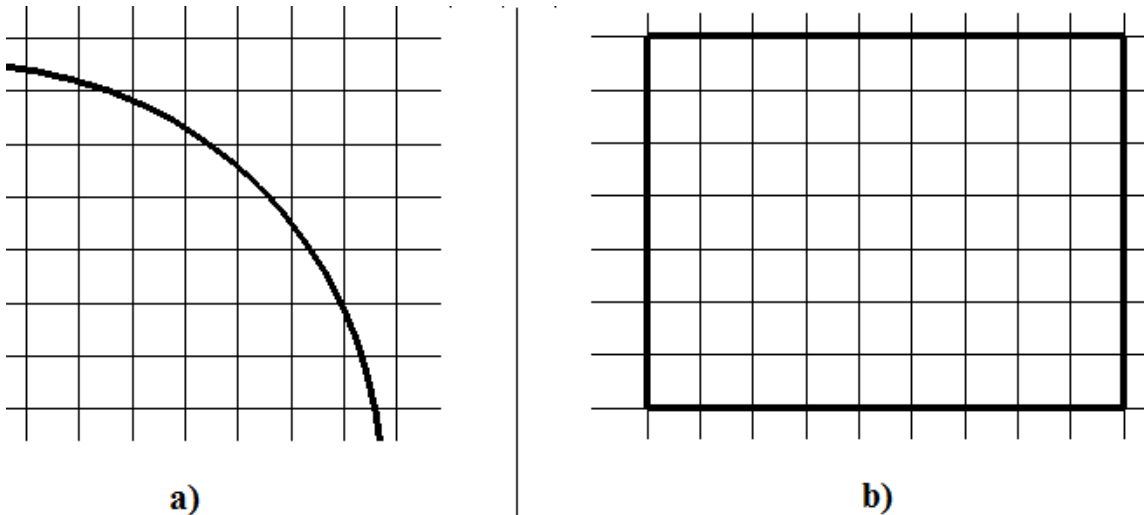
^۴ D2Q9



شکل ۱-۱: مدل D2Q9، توزیع ذرات و سرعت آن‌ها

تفاوت این ذرات با یکدیگر در مقدار جرم و بردار سرعت آن‌ها است. به عبارت دیگر در هر محل از شبکه، ذرات بزرگ دارای توزیعی جهتی از ذرات کوچک‌تر می‌باشد که با تابعی متناسب تعریف می‌شوند. این ذرات می‌توانند تا حدی نظیر مدل مولکولی با یکدیگر برخورد نموده و با جابه‌جایی در فضای بین شبکه، رفتار دینامیکی سیال را منعکس نمایند. بنابراین روش لیتیس بولتزمن با نگرشی میکروسکوپی به سیال از یک طرف و تمرکز روی خواص متوسط ماکروسکوپی آن از طرف دیگر، مزایای دو دیدگاه میکروسکوپی و ماکروسکوپی را در دیدگاه جدیدی به نام دیدگاه مزوسکوپی^۱ (میانی) بیان می‌کند. یکی از بخش‌های مهم در روش لیتیس بولتزمن، پیاده‌سازی شرط مرزی است. در این جا پیاده‌سازی شرط مرزی مطابق شکل ۱-۲ برای دو نوع مرز مختلف بیان می‌شود. یکی مرزهای ساده، که منطبق بر خطوط شبکه‌ی متعامد بولتزمن هستند و دیگری مرزهای پیچیده، که منطبق بر خطوط شبکه‌ی بولتزمن نمی‌باشند.

^۱ Mesoscopic



شکل ۱-۲: خطوط شبکه و انواع مرز، (a) مرز پیچیده (b) مرز ساده

تاکنون روش‌های متعددی برای اجرای یک شرط مرزی ساده ارائه شده است. این روش‌های ساده، هر یک دارای مزایا و معایبی هستند. یکی از ساده‌ترین و در عین حال دقیق‌ترین روش‌ها، روشی است که زو و هی^۱ ارائه داده‌اند. این روش که برای مرزهای ساده استفاده می‌شود، پاسخ‌گوی مرزهای پیچیده نیست. مشکل بزرگی که در مواجهه با مرزهای پیچیده دیده می‌شود، عدم انطباق مرز با خطوط اصلی شبکه است که روش زو-هی و دیگر روش‌های ارائه شده را برای پیاده‌سازی این مرز ناتوان می‌کند. واضح است که استفاده از روش زو-هی برای مرزهای پیچیده سبب بروز خطا در حل و گاهی سبب واگرایی در پاسخ نهایی خواهد شد. از این رو، تلاش‌های زیادی برای رفع این مشکل صورت گرفته است. با این توضیح مختصر، اهمیت موضوع انتخاب شده در پروژه‌ی حاضر مشخص می‌شود.

۱-۱- اهداف پروژه

هدف از انجام پروژه‌ی حاضر، توسعه‌ی روش‌های برخورد با شرط مرزی، به‌ویژه از نوع منحنی‌الخط^۲، در حل مسئله‌ی جریان به‌روش لیتیس بولتزمن است. هم‌چنین به‌عنوان یک مسئله‌ی نمونه، جریان در یک ریزپمپ لزج‌تی مدل شده است. از آنجایی که در این روش نحوه‌ی اعمال شرایط مرزی تأثیر بسیاری در دقت نتایج دارد، لازم است که در برخورد با مرزهای منحنی‌الخط، مقادیر اعمال شده روی مرزها، به مقدار واقعی مرز نزدیک‌تر شده و از این طریق، حل مسئله‌ی جریان واقعی‌تر گردد. در مقایسه با

^۱ Zou-He

^۲ Curvilinear

روش‌های حل مرسوم در دینامیک سیالات محاسباتی^۱، اعمال شرایط مرزی در روش لیتیس بولتزمن، به‌ویژه برای مرزهای منحنی‌الخط، از پیچیدگی و اهمیت بیشتری برخوردار است. بنابراین در این جا تلاش شده است طریحی ارائه شود که این مقادیر را به مقدار واقعی در مرز نزدیک‌تر کند.

۱-۲- مدل‌های سیال

به‌طور کلی، سه دیدگاه در حل مسائل سیالات مطرح می‌باشد؛ دیدگاه میکروسکوپی، ماکروسکوپی و مزوسکوپی. دیدگاه میکروسکوپی حرکت منفرد مولکول‌ها را در مسیری آزاد در نظر می‌گیرد. با توجه به تعداد زیاد مولکول‌ها در اغلب مسائل معمولی سیالات از یک طرف، و حافظه و سرعت پردازش نسبتاً کم کامپیوترهای موجود از طرف دیگر، دیدگاه میکروسکوپی از لحاظ محاسباتی مقرون به‌صرفه نیست. دیدگاه ماکروسکوپی در ارتباط با این نوع مسائل، اجرای روش‌های کلاسیک دینامیک سیالات محاسباتی می‌باشد. در این دیدگاه، به‌جای بررسی حرکت تک‌تک مولکول‌ها، حرکت سیال با یک محیط پیوسته در نظر گرفته می‌شود و حل معادلات ناویر-استوکس حاصل به کمک روش‌هایی مانند اختلاف محدود، حجم محدود و یا المان محدود صورت می‌گیرد. دیدگاه مزوسکوپی حد فاصلی میان دو دیدگاه فوق است. در این روش، به‌جای مولکول یا سیال با محیط پیوسته، مجموعه‌ای از مولکول‌ها به‌عنوان یک ذره در نظر گرفته می‌شود، به‌طوری‌که هر یک از این ذرات به چند بخش کوچک‌تر با توانایی حرکت در جهات مختلف تقسیم می‌شوند. جریان یک سیال می‌تواند با بررسی وضعیت حرکتی این ذرات کوچک‌تر در نقاط معینی از حوزه جریان به‌نام گره‌های شبکه مدل‌سازی گردد. معادله‌ی حرکت این ذرات با معادله‌ای نظیر معادله‌ی حاکم بر جنبش مولکولی گازها بیان می‌شود که اغلب تحت نام معادله‌ی بولتزمن یا معادله‌ی انفصالی بولتزمن بیان می‌شود. در سال‌های اخیر، حوزه‌های مختلف علمی شاهد گرایش محققان به سمت این روش می‌باشد. قابلیت تطبیق این روش با پردازشگرهای قوی، باعث تبدیل آن به یک روش عددی مؤثر در حل جریان‌های پیچیده گردیده است.

۱-۳- روش لیتیس بولتزمن

در سال‌های اخیر، روش لیتیس بولتزمن به‌عنوان یک راه‌کار و تکنیک محاسباتی امیدبخش برای حل معادلات جریان تبدیل شده است. برخلاف حلگرهای ناویر-استوکس که بر پایه‌ی فرضیه‌ی پیوستگی ماکروسکوپی هستند، روش لیتیس بولتزمن بر پایه‌ی مدل مزوسکوپی و حل معادله‌ی مشهور انفصالی

¹ Computational Fluid Dynamics (CFD)

بولتزمن است. با استفاده از بسط چاپمن-انساکاک^۱، ثابت می‌شود که حل معادله‌ی انفصالی بولتزمن می‌تواند معادل حل معادلات ناویر-استوکس در مدل محیط پیوسته باشد. برای حل معادله‌ی انفصالی بولتزمن به‌روش عددی از روش لتیس بولتزمن استفاده می‌شود که در آن متغیرهای وابسته (مانند چگالی و سرعت) علاوه بر متغیرهای مستقل مکان و زمان منفصل می‌شوند. انفصال متغیرهای وابسته به‌طور فازی می‌باشد و عملیات اجرایی حل عددی به‌طور خلاصه شامل دو زیر مرحله‌ی جریان^۲ و زیر مرحله‌ی برخورد^۳ است.

در مقایسه با روش‌های حل عددی معادلات ناویر-استوکس جریان، روش لتیس بولتزمن در حل جریان سه مزیت مشخص دارد. مزیت اول: در روش لتیس بولتزمن مکانیزم جابه‌جایی خواص میکروسکوپی در فضای فازی رفتاری خطی دارد. در مقابل، جمله‌ی جابه‌جایی در معادلات ناویر-استوکس دارای رفتار غیر خطی است. روش‌های CFD مبتنی بر حل معادلات ناویر-استوکس، مجبور هستند به‌طور غیرقابل اجتنابی، این جمله‌ی غیر خطی را محاسبه کنند. اما در روش لتیس بولتزمن، جابه‌جایی خواص (میکروسکوپی)، به‌سادگی به جابه‌جایی^۴ موجود در مرحله‌ی خطی جریان تبدیل شده است و در حقیقت خاصیت غیرخطی مکانیزم جابه‌جایی در تابع برخورد منعکس می‌شود. بنابراین تلاش‌های محاسباتی در روش لتیس بولتزمن نسبت به ناویر-استوکس به‌شدت کم‌تر است. مزیت دوم: فشار در روش لتیس بولتزمن می‌تواند به‌طور مستقیم از معادله‌ی حالت محاسبه شود که با حلگر ناویر-استوکس متفاوت است. در حلگرهای معادلات ناویر-استوکس، فشار باید از حل توأم معادله‌ی پواسون^۵ و معادله‌ی مومنتم تعیین شود که معمولاً با مشکلات عددی روبرو است و نیازمند عملیاتی خاص می‌باشد. مزیت سوم: با توجه به این‌که روش لتیس بولتزمن از یک مجموعه‌ی حداقلی از سرعت ذرات در فضای فازی بهره می‌برد، تبدیل توابع توزیعی میکروسکوپی به کمیت‌های ماکروسکوپی بسیار ساده هستند و با عملیات ساده‌ی جبری محاسبه می‌شوند. لذا از ویژگی‌های جالب این روش، سادگی، اجرای آسان و ماهیت اجرای پردازش موازی آن است.

مدل‌های لتیس بولتزمن توانایی قابل توجهی برای شبیه‌سازی سیالات یک‌فازی و چندفازی دارند. پدیده‌های متنوعی شامل، جریان‌های غیریکنواخت، جدایش فازی، تبخیر، چگالش، انتقال حرارت، شناوری، و برهم‌کنش سطوح به‌آسانی می‌توانند شبیه‌سازی شوند. علاوه بر این، روش لتیس بولتزمن در

¹ Chapman-Enskog Expansion

² Streaming

³ Collision

⁴ Advection

⁵ Poisson

چندین کاربرد دیگر مثل، جریان‌های ویسکوالاستیک، هیدرودینامیک‌های مغناطیسی و ریزامولسیون‌ها موفق ظاهر شده است.

۱-۴- تاریخچه توسعه‌ی روش لتیس بولتزمن

روش لتیس بولتزمن از روش لتیس گاز سلولی اتوماتا^۱ آغاز شده است که اولین بار در سال ۱۹۷۳ توسط هاردی^۲ و همکاران مطرح شد [۱]. روش لتیس گاز از مدل ساده شده‌ی دینامیک مولکولی نتیجه شده است که در آن، مکان، زمان و سرعت ذرات گسسته هستند.

موضوع لتیس گاز به‌طور جدی در سال ۱۹۸۶ با مقاله‌ای مشهور از فریش^۳، هسلشر^۴ و پومئو^۵ شروع شد [۲]. این نویسندگان با ارائه‌ی مدل بازی بیلارد و برخوردهایش، نشان دادند که اگر شبکه‌ی اصلی همسانگرد^۶ باشد، بقای جرم و مومنتم در محدوده‌ی ماکروسکوپی به معادلات ناویر-استوکس منتهی می‌شود. با این حال مدل لتیس گاز مشکلاتی مثل اختلال آماری بزرگ، تغییرناپذیری غیر گالیله‌ای^۷، فشار وابسته به سرعت غیر فیزیکی و ویسکوزیته‌های عددی بزرگ را دارد^۸. این نقص‌ها تا حد زیادی مانع توسعه‌ی آن به‌عنوان یک مدل خوب در کاربردهای عملی می‌شود. برای غلبه بر این مشکلات، روش لتیس بولتزمن ابداع گردید.

اولین روش لتیس بولتزمن توسط مک نامارا و زانتی^۹ در سال ۱۹۸۸ مطرح شد [۳]. در این روش به‌جای استفاده از متغیرهای بولی^{۱۰}، از توزیع تک ذره‌ای پیوسته استفاده شد که در آن بعد از برخورد محلی، مقادیر تابع توزیعی طی فرایند انتشار به گره‌های مجاور منتقل می‌شوند. هم‌چنین از توزیع فرمی-دیراک^{۱۱} به‌عنوان تابع توزیعی تعادلی استفاده شد. انعطاف‌پذیری بالای مدل‌های لتیس بولتزمن در مقایسه با لتیس گاز منجر به حل معادلات دیفرانسیل پاره‌ای غیر خطی مانند معادله‌ی ناویر-استوکس

¹ Lattice Gas Cellular Automata (LGCA)

² Hardy

³ Frisch

⁴ Hasslacher

⁵ Pomeau

⁶ Isotropic

⁷ non-Galilean invariance

^۸ تغییرناپذیری گالیله ای بیان می‌کند که قوانین حرکت در تمام چارچوب‌های لخت یکسان هستند. دستگاه مرجع لخت یا چارچوب مرجع لخت دستگاهی است که در آن قانون اول و دوم نیوتن معتبر هستند، یعنی دستگاه مختصاتی که دارای شتاب نیست. اگر دستگاه در حال چرخش حتی با شتاب ثابت باشد، شتاب‌دار محسوب می‌شود.

⁹ McNamara and Zanetti

¹⁰ Boolean variables

¹¹ Fermi-Dirac Distribution