تاسیس۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده هوا فضا

پایان نامه کارشناسی ارشد

در رشته هوا فضا-آیرودینامیک

حل عددی مسائل معکوس هدایت حرارتی دائم با شرایط مرزی مجهول با استفاده از EB-FVM

اساتید راهنما

دکتر علی اشرفی زاده

دکتر مسعود میرزایی

نگارش

سینا تاییدی

تابستان ۱۳۹۰

به نام خدایی که در این نزدیکی است

تقدیم به مادر بزرگوار و مهربانم

کسی که همواره پشتیبان و مشوق من در تمامی دوران زندگیم
بوده و سختی ها را به جان خرید و خود را سپر بلای مشکلات و
ناملایمات کرد تا من به جایگاهی که اکنون در آن ایستاده ام برسم.

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده هوا فضا

تائیدیه هیات داوران

هیئت داوران پس از مطالعه پایان نامه و شرکت درجلسه دفاع از پایان نامه تهیه شده تحت عنوان: **حل عددی مسائل معکوس هدایت حرارتی دائم با شرایط مرزی مجهول با استفاده از EB-FVM**

توسط **آقای سینا تاییدی** صحت و کفایت تحقیق انجام شده را برای اخذ درجه کارشناسی ارشد در رشته: **هوافضا** گرایش آیرودینامیک با رتبه مورد تائید قرار می‌دهند.

۱- استاد راهنما آقای دکتر..... امضاء .....

۲- استاد راهنما آقای دکتر..... امضاء .....

۳-ممتحن داخلی آقای دکتر..... امضاء .....

۴-ممتحن داخلی آقای دکتر..... امضاء .....

اظهار نامه دانشجو

موضوع پایان نامه : حل عددی مسائل معکوس هدایت حرارتی دائم با شرایط مرزی مجهول با استفاده از EB-FVM

اساتید راهنما: دکتر علی اشرفی زاده- دکتر مسعود میرزایی

نام دانشجو: سینا تاییدی

شماره دانشجوئی: ۸۷۰۱۹۸۴

اینجانب **سینا تاییدی** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد مهندسی هوافضا گرایش آیرودینامیک دانشکده هوافضا دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی گواهی می‌نمایم که تحقیقات ارائه شده در این پایان‌نامه توسط شخص اینجانب انجام شده و صحت و اصالت مطالب نگارش شده مورد تائید می‌باشد، و در موارد استفاده از کار دیگر محققان به مرجع مورد استفاده اشاره شده است. بعلاوه گواهی می‌نمایم که مطالب مندرج در پایان‌نامه تاکنون برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی توسط اینجانب یا فرد دیگری درهیچ جا ارائه نشده‌است و در تدوین متن پایان‌نامه چارچوب (فرمت) مصوب دانشگاه را بطور کامل رعایت کرده‌ام.

امضاء دانشجو:

تاریخ:

حق چاپ و تکثیر و مالکیت بر نتایج

۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می باشد. هرگونه کپی برداری بصورت کل پایان نامه یا بخشی از آن تنها با موافقت نویسنده یا کتابخانه دانشکده هوافضا دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی مجاز می باشد. ضمنا متن این صفحه نیز باید در نسخه تکثیر شده وجود داشته باشد.

۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی می باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص ثالث قابل واگذاری نیست. همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

از زحمات و راهنمایی های اساتید ارجمند جناب آقای دکتر علی اشرفی زاده و جناب آقای دکتر مسعود میرزایی

و دوست عزیزم جناب آقای علی جودکی

صمیمانه تشکر و قدردانی می‌نمایم.

همچنین از اساتید محترم ممتحن دکتررضا ابراهیمی و دکتر سید علی بهبهانی نیا سپاس گزاری می نمایم.

چکیده

سیلندری را در نظر بگیرید که دما و شار روی سطح خارجی آن معلوم بوده ولی هیچ شرط مرزی روی جداره داخلی سیلندر داده نشده است. این مسئله یک مسئله مقدار مرزی غیر متعارف است که با حل آن هم توزیع دما در بدنه سیلندر و هم توزیع دما در جداره داخلی آن بدست می آید. برای حل این مسئله دو روش تکراری مختلف از جمله روش الحاقی و روش تعیین تابع از قبل وجود داشته است. در این پایان نامه به معرفی دو روش دیگر صریح پرداخته شده است که با استفاده از محیط حل EB-FVM[1] این روش ها تحلیل می شوند. مزیت های روش اخیر در مقایسه با روش های دیگر دقت حل بالاتر و زمان حل کمتر و عدم واگرا شدن جواب نسبت به خطای ورودی مسئله می باشد.

حل مسئله معکوس با استفاده از روش EB-FVM برای اولین بار در این پایان نامه ارائه شده است و اساس این روش بر تفکیک یک مسئله معکوس مرزی به دو مسئله مستقیم در روش اول استوار می باشد. در روش دوم اساس کار بر مبنای بالانس شار حرارتی در داخل محیط حل است.

هر دو روش گفته شده برای دو هندسه مستطیل شکل و نیم دایره بررسی شده است و این دو روش با یکدیگر مقایسه شده است.

به عنوان نتیجه گیری کلی می توان عنوان کرد که زمان حل روش دوم از بقیه روش های موجود کمتر است و دقت روش اول نسبت به سایر روش ها بیشتر و دو روش به دلیل ماهیت نوع روش حل نسبت به خطای ورودی سنسور پایدار می باشد.

واژه های کلیدی:مسائل معکوس. روش EB-FVM. روش های تکراری. روش های مستقیم. پایداری جواب

[1] Element-Base Finite Volume Method

فهرست علائم و اختصارات.

ρ چگالی	σ انحراف معیار
C_p ظرفیت گرمایی ویژه	A ماتریس ضرایب، سطح مقطع، ضرایب تنظیم
T توزیع دما	CN عدد وضعیت ماتریس
t زمان	Φ ماتریس ضرایب
K ضریب هدایت گرمایی جسم.	M(.) معیار عدد وضعیت
n بردار نرمال سطح، تعداد معادلات دستگاه	N(.) معیار عدد وضعیت
q شار حرارتی	L_1, L_∞ نرم‌های یک ماتریس
h ضریب انتقال حرارت جابجایی	e خطا
SSR مجموع مربعات خطا	IP (Integration Points)
α ضریب پخش حرارتی	**زیر نویسها**
X,y مؤلفه های دستگاه مختصات	b مرز جسم
μ مرز جسم	0 حالت اولیه
J شمارنده ردیف‌های جسم، عبارت تنظیم	e,w,s,n جهات جغرافیایی
U بردار یکه نقاط اندازه گیری دما	m اندازه گیری شده
Ψ بردار حساسیت نقاط اندازه گیری	e محاسبه شده

S ماتریس حساسیت

W ماتریس تنظیم

$[W]_0$ ماتریس تنظیم مرتبه صفر

$[W]_1$ ماتریس تنظیم مرتبه اول

$[W]_2$ ماتریس تنظیم مرتبه دوم

R عبارت باقیمانده، ضریب شکلی استوانه

n تعداد پارامترها

nb نقاط همسایه

P نقطه مورد بررسی

بالا نویسها

m اندازه گیری شده

c محاسبه شده

T ترانهاده، کمیت‌های مربوط به شبکه با شرایط مرزی نوع اول (در روش کاملاً ضمنی)

Q کمیت‌های مربوط به شبکه با شرایط مرزی نوع دوم (در روش کاملاً ضمنی)

فرم حق طبع و نشر و مالکیت نتایج.

۱- حق چاپ و تکثیر این پایان نامه متعلق به نویسنده آن می‌باشد. هر گونه کپی برداری به صورت کل پایان نامه یا بخشی از آن تنها با موافقت **نویسنده** یا کتابخانه **دانشکده مکانیک دانشگاه صنعتی خواجه نصرالدین طوسی** مجاز می‌باشد.

۲- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به **دانشگاه صنعتی خواجه نصرالدین طوسی** می‌باشد و بدون اجازه کتبی دانشگاه به شخص قابل واگذاری نیست.

همچنین استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

فهرست مطالب

فصل اول ۱۸

مقدمه ۱۸

۱-مقدمه ۱۹

۱-۱- معرفی مسائل معکوس ۱۹

۱-۱-۱-مسئله هدایت حرارتی مستقیم ۲۰

۱-۱-۲-مسئله هدایت حرارتی معکوس .(IHCP) ۲۱

۱-۱-۳-کاربرد مسائل معکوس ۲۲

۱-۱-۴-تحلیل مسئله معکوس و مشکلات آن ۲۳

۱-۲-پیشینه تحقیق ۲۳

۱-۲-۱-پیشینه روش‌های تکراری ۲۳

۱-۱-۱-پیشینه روش‌های مستقیم ۲۶

۱-۱-معیارهای ارزیابی روش‌های حل مسائل معکوس ۲۷

۱-۱-روش تأیید جواب‌ها ۲۷

۲- شرح روش حل و فیزیک مسئله ۳۰

۲-۲ فیزیک مسئله ۳۰

۲-۲-۱ مدل مستطیل شکل ۳۰

۲-۲-۲ مدل نیم دایره‌ای شکل ۳۰

۲-۳- روش حل استفاده شده برای حل معادلات بیضوی (معادلات انتقال حرارت دائم) ۳۳

۲-۳-۱- انواع المان‌ها. ۳۴
۲-۳-۲- نحوه فرمول بندی و المان بندی نواحی به روش EB-FVM: ۳۵
۲-۳-۳- محاسبه فاصله به کمک توابع شکل: ۴۰
۲-۴- روش‌های مورد استفاده برای حل مسائل معکوس بیضوی. ۴۲
۲-۴-۱- روش اول برای حل مسئله معکوس. ۴۳
۲-۴-۲- روش دوم برای حل مسئله معکوس (روش FIP). ۴۳
۲-۵- نحوه ارزشیابی صحت حل مسائل معکوس. ۴۷
۲-۵-۱- خطای ناشی از داده‌ها دارای خطا. ۴۷
۲-۵-۲- اطلاعات ورودی بدون خطا. ۴۷
۲-۵-۳- اطلاعات ورودی با خطا (شبیه سازی نویز). ۴۷
۳-ارائه نتایج و نمودارها. ۵۰
۳-۱- چند نکته در تحلیل نمودارها. ۵۰
۳-۲- هندسه مستطیلی شکل. ۵۱
۳-۲-۱- شرط دمای ثابت. ۵۳
۳-۲-۲- شرط دمای افزایشی و کاهشی. ۶۲
۳-۲-۳- شرط دما به صورت تابع سینوسی. ۷۱
۳-۳- هندسه نیم دایره‌ای شکل. ۸۴
۳-۳-۱- شرط دمای ثابت. ۸۵
۳-۳-۲- شرط دمای افزایشی و کاهشی. ۹۴
۳-۳-۳- شرط دما به صورت تابع سینوسی. ۱۰۴

۴-نتیجه گیری، بحث و برداشت. ۱۱۷

۴-۱- نتیجه گیری ۱۱۷

۴-۲- پیشنهاداتی برای ادامه کار ۱۱۸

مراجع. ۱۲۲

فهرست اشکال

شکل (۲-۱) مدل مستطیلی شکل برای حل توسط روش‌های حل معکوس..... ۳۱

شکل (۲-۲) شبکه بندی مدل مستطیلی برای حل توسط روش حل معکوس. ۳۱

شکل (۲-۳) مدل نیم دایره شکل برای حل توسط روش‌های حل معکوس. ۳۲

شکل (۲-۴) نحوه تقسیم نیم دایره به چهار قسمت برای ایجاد شبکه محاسباتی. ۳۲

شکل (۲-۵) شبکه محاسباتی به کار رفته در مدل نیم دایره ۳۳

شکل (۲-۶) انواع نواحی تشکیل دهنده محیط حل EB-FVM، ۳۴

شکل (۲-۷) دستگاه مختصات محلی واقع بر یک المان، در روش EB-FVM ۳۵

شکل (۲-۸) IP های موجود در یک المان مرکزی در روش EB-FVM..... ۳۵

شکل (۲-۹) محل نقاط IPو محل المان‌ها در یک حجم کنترل مرکزی. ۳۶

شکل (۲-۱۰) محل نقاط IP در یک حجم کنترل مرکزی..... ۴۰

شکل (۲-۱۱) محاسبه آلفا در یک المان به روش EB-FVM..... ۴۱

شکل (۲-۱۲) محل نقاط IPو متغیر های استفاده شده در فرمول‌های (۲-۱) تا (۲-۵) ۴۱

شکل (۲-۱۳) شکل مدل طرح شده برای حل به وسیله روش‌های حل معکوس..... ۴۳

شکل (۲-۱۴) نحوه تفکیک یک مسئله معکوس به دو مسئله ساده معکوس ۴۴

شکل (۲-۱۵) نحوه المان گیری بر روی مرز با شرط مرزی مضاعف یک مسئله انتقال حرارت ۴۶

شکل (۳-۱) مدل مستطیلی شکل برای حل توسط روش‌های حل معکوس..... ۵۲

شکل (۳-۲) شرط مرزی دمای ثابت اعمال شده بر روی مرز مجهول مدل مستطیل شکل..... ۵۲

شکل (۳-۳) شرط مرزی افزایشی و کاهشی دما بر روی مرز مجهول مدل مستطیل شکل. ۵۲

شکل (۳-۴) شرط مرزی سینوسی دما اعمال شده بر روی مرز مجهول مدل مستطیل شکل.....۵۳

شکل (۳-۵) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس با استفاده از روش اول با شرایط دمایی ثابت.....۵۴

شکل (۳-۶) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس با استفاده از روش اول.با شرایط دمایی ثابت ۵۵

شکل (۳-۷) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس با استفاده از روش دوم با شرایط دمایی ثابت.....۵۷

شکل (۳-۸) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس با استفاده از روش دوم با شرایط دمایی ثابت.....۵۸

شکل (۳-۹) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس با استفاده از روش اول و روش دوم.....۶۱

شکل (۳-۱۰) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس با استفاده از روش اول و روش دوم.....۶۲

شکل (۳-۱۱) نتایج تحلیل مسئله معکوس با استفاده از روش اول با دمای افزایشی و کاهشی.....۶۳

شکل (۳-۱۲) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس، روش اول با شرایط دمایی افزایشی و کاهشی. ۶۵

شکل (۳-۱۳) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس، روش دوم با شرایط دمایی افزایشی و کاهشی ۶۶

شکل (۳-۱۴) نتایج تحلیل مسئله حل معکوس،روش دوم.با شرایط دمایی افزایشی و کاهشی.....۶۸

شکل (۳-۱۵) نتایج مسئله معکوس ،روش اول و روش دوم با شرایط دمایی افزایشی و کاهشی.....۶۹

شکل (۳-۱۶) نتایج مسئله معکوس، روش اول و روش دوم با دمای افزایشی و کاهشی.....۷۱

شکل (۳-۱۷) نتایج مسئله معکوس، روش اول با شرایط دما به صورت تابع سینوسی ۷۳

شکل (۳-۱۸) نتایج مسئله معکوس،روش اول شرایط دما تابع سینوسی.....۷۴

شکل (۳-۱۹) نتایج مسئله معکوس ،روش اول با شرایط دما به صورت تابع سینوسی.....۷۶

شکل (۳-۲۰) نتایج مسئله معکوس ، روش دوم دما تابع سینوسی،.....۷۷

شکل (۳-۲۱) نتایج مسئله معکوس، روش دوم دما به صورت تابع سینوسی.....۷۸

شکل (۳-۲۲) نتایج مسئله معکوس،روش دوم ، دما به صورت تابع سینوسی ۸۱

شکل (۳-۲۳) نتایج مسئله معکوس، روش اول و روش دوم شرایط دما تابع سینوسی ۸۲

شکل (۳-۲۴) نتایج مسئله معکوس، روش اول و روش دوم ، دما به صورت تابع سینوسی.....۸۴

شکل (۳-۲۵) مدل نیم دایره‌ای شکل برای حل توسط روش‌های حل معکوس ۸۴

شکل (۳-۲۶) نتایج مسئله معکوس، روش اول با شرایط دمایی ثابت.....۸۶

شکل (۳-۲۷) نتایج مسئله معکوس با ، روش اول .با شرایط دمایی ثابت.....۸۷

شکل (۳-۲۸) نتایج مسئله معکوس، روش دوم با شرایط دمایی ثابت.....۸۹

شکل (۳-۲۹) نتایج مسئله معکوس،روش دوم با شرایط دمایی ثابت.....۹۰

شکل (۳-۳۰) نتایج مسئله معکوس روش اول و روش دوم، دمایی ثابت.....۹۲

شکل (۳-۳۱) نتایج مسئله معکوس ، روش اول و روش دوم ، دمای ثابت.....۹۳

شکل (۳-۳۲) نتایج مسئله معکوس ، روش اول دمای افزایشی و کاهشی.....۹۵

شکل (۳-۳۳) نتایج مسئله معکوس ، روش اول. دمای افزایشی و کاهشی.....۹۶

شکل (۳-۳۴) نتایج مسئله معکوس، روش دوم دمای افزایشی و کاهشی.....۹۸

شکل (۳-۳۵) نتایج مسئله معکوس، روش دوم دمای افزایشی و کاهشی.....۱۰۰

شکل (۳-۳۶) نتایج مسئله معکوس،روش اول و روش دوم دمای افزایشی و کاهشی ۱۰۲

شکل (۳-۳۷) نتایج مسئله معکوس روش اول و روش دوم دمای افزایشی و کاهشی.....۱۰۳

شکل (۳-۳۸) نتایج مسئله معکوس، روش اول، دما تابع سینوسی، با دوره تناوب 5π.....۱۰۵

شکل (۳-۳۹) نتایج مسئله معکوس، روش اول، دما به صورت سینوسی ۱۰۶

شکل (۳-۴۰) نتایج مسئله معکوس،روش دوم، دما به صورت تابع سینوسی.....۱۰۸

شکل (۳-۴۱) نتایج مسئله معکوس،روش دوم،دما تابع سینوسی، با دوره تناوب 5π.....۱۰۹

شکل (۳-۴۲) نتایج مسئله معکوس،روش دوم، دما به صورت تابع سینوسی.....۱۱۱

شکل (۳-۴۳) نتایج مسئله معکوس،روش اول و روش دوم، دما تابع سینوسی ۱۱۳

شکل (۳-۴۴) نتایج مسئله معکوس، روش اول و روش دوم، دما تابع سینوسی.....۱۱۴

فصل اول

مقدمه

۱-مقدمه

۱-۱- معرفی مسائل معکوس

در مسائل مستقیم انتقال حرارت هدایتی، دما و یا نرخ انتقال حرارت در مرزهای جسم به عنوان شرایط مرزی مشخص می‌باشند و هدف این گونه مسائل بدست آوردن توزیع دمای داخل جسم در لحظات مختلف می‌باشد. ولی در مسائل معکوس حرارتی قسمتی از اطلاعات شرایط مرزی و یا شرط اولیه و یا حتی خواص ترموفیزیکی ماده مورد نظر مجهول است و در عوض اطلاعات بقیه شرایط مرزی و یا اطلاعات داخل جسم (مثل دما) بیشتر از حالت مستقیم می‌باشد. ما باید به کمک این اطلاعات اضافی و با استفاده از روش‌های حل مسائل معکوس پارامتر مجهول را حساب کنیم.

در مسئله مستقیم، روش‌های حل معادلات دیفرانسیل جزئی با بهترین دقت و بیشترین سرعت مطرح هستند. روش‌های حل شامل شبکه بندی، گسسته سازی مکانی و گسسته سازی زمانی و حل دستگاه معادلات جبری می‌باشد. در این گونه مسائل هر جوابی که شرایط مرزی و معادله حاکم را ارضا کند به عنوان جواب قابل قبول می‌باشد. جواب‌هایی که از این روش بدست می‌آیند برای مسائل خطی که در معادله دیفرانسیل حاکم و شرایط مرزی آن‌ها از پارامترهای منطقی استفاده شده باشد (مثلاً از مقادیر منفی برای ضریب هدایت حرارتی استفاده نکنیم) همیشه یکتا می‌باشند [۱].

تحلیل معکوس نیز شامل روش‌هایی برای بهینه سازی[۲] و همچنین هموار سازی[۳] پاسخ می‌باشد. همان طور که در بخش‌های بعدی اشاره شده است، مسائل معکوس به علت وجود خطا در اندازه گیری‌ها بسیار بد همگرا می‌شوند و پاسخ‌های حاصل از این تحلیل‌ها معمولاً هموار نیستند؛ و باید برای هموار سازی این جواب‌ها از روش‌های مختلف ریاضی مثل روش تنظیم[۴] استفاده کرد، که اعمال این روش‌ها باعث دور شدن از شرایط واقعی مسئله می‌شود. از روش‌های بهینه یابی هم برای بهبود حدس شرایط مرزی در هر مرحله استفاده می‌شود. که هر دو این روش‌ها یعنی هم روش‌های بهینه یابی و هم روش‌های تنظیم جزء مباحث پیچیده ریاضیات کاربردی می‌باشند [۲].

---

2 - Optimization
3 - Mollification
4 - Regularization

۱-۱-۱-مسئله هدایت حرارتی مستقیم

معادله حاکم بر پدیده انتقال حرارت هدایتی گذار برای جسمی با مرز μ به فرم زیر می‌باشد:

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla(\mathrm{k}\nabla \mathrm{T}) \qquad (۱-۱)$$

که در این رابطه بردار گرادیان در دستگاه مختصات کارتزین به صورت زیر می‌باشد:

$$\nabla = [\frac{\partial}{\partial x} \ \frac{\partial}{\partial y} \ \frac{\partial}{\partial z}]^{\mathrm{T}} \qquad (۱-۲)$$

بالا نویس T به مفهوم ترانهاده[5] می‌باشد.

انواع مختلف شرایط مرزی موجود که به ترتیب شرط مرزی نوع اول (Dirichlet)، نوع دوم (Neumann)، و نوع سوم (Robin) نامیده می‌شوند.

$$\mathrm{T} = \mathrm{T_b} \qquad \mathrm{t} > 0 \ , \quad \mu_T \qquad (۱-۳-\text{الف})$$

$$-K\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{n}} = \mathrm{q_b} \qquad \mathrm{t} > 0 \ , \quad \mu_q \qquad (۱-۳-\text{ب})$$

$$-K\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{n}} + \mathrm{hT} = \mathrm{f_b} \qquad \mathrm{t} > 0 \ , \quad \mu_c \qquad (۱-۳-\text{ج})$$

$$\mathrm{T} = \mathrm{T_0} \qquad \mathrm{t} = 0 \ , \quad \mu \qquad (۱-۳-\text{د})$$

در این رابطه پارامترهای $\mathrm{T_b}$, K ,$\mathrm{q_b}$, h , $\mathrm{f_b}$, $\mathrm{T_0}$ *مقادیر معلومی*[6] هستند . و منظور از حل مسئله (۱-۱) با شرایط مرزی (۱-۳) یافتن میدان $\mathrm{T(r,t)}$ برای $r = \mu$ می‌باشد که تمام مشخصه‌ها معلوم است. می‌توان ثابت کرد که با اعداد فیزیکی و منطقی این مسئله دارای پاسخ است و این پاسخ یکتاست [۱].

---

[5] – Tpanspose

[6] - Causal characteristics