بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده فیزیک

مطالعه بسط سری مدل آیزینگ بر روی شبکه کاگومه

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک ماده چگال

زهرا جلالی مولا

استاد راهنما

دکتر فرهاد شهبازی

۱۳۹۰

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته فیزیک ماده چگال خانم زهرا جلالی مولا

تحت عنوان

مطالعه بسط سری مدل آیزینگ بر روی شبکه کاگومه

در تاریخ ۹۰/۱/۳۱ توسط کمیته‌ی تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

۱- استاد راهنمای پایان‌نامه	دکتر فرهاد شهبازی
۲- استاد مشاور پایان‌نامه	دکتر سید اکبر جعفری
۳- استاد داور (اختیاری)	دکتر کیوان آقابابایی سامانی
۴- استاد داور (اختیاری)	دکتر پیمان صاحب سرا
سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده	دکتر فرهاد شهبازی

تشکر و قدردانی

خدایا...

هرگز نگویمت دستم بگیر، عمریست گرفته‌ای، رهایم مکن...

سپاس خدای را که اندیشه نیکو در دل نگاشت. خداوندا تو را می‌ستایم به خاطر لحظه لحظه حس بودنت در کنارم.

پدر و مادرم تشکر از شما، شمایی که زشتی‌ها و درشتی‌هایم را گویی هیچگاه ندیدید و ندانستید، مهرورزیدید و باز هم مهر، همواره تکیه گاهم بودید و پلکانم برای صعود و اگر نبودید...

خواهران خوبم و دوست عزیزم اکرم، به خاطر تمام محبت‌ها و دلگرمی هایتان صمیمانه‌ترین سپاس‌ها را دارم.

از اساتید ارجمندم جناب آقای دکتر فرهاد شهبازی و جناب آقای دکتر سید اکبر جعفری که بزرگ اندیشیدن را به من آموختند، بینهایت سپاس گزارم.

از جناب آقای دکتر کیوان آقابابایی سامانی و جناب آقای دکتر پیمان صاحب سرا که زحمت بازخوانی این پایان نامه را به عهده گرفتند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امیدبخش وجودشان که در این سردترین روزگاران بهترین پشتیبان است

به پاس قلب های بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید

و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

فهرست مطالب

فصل چهارم: شیوه گراف آزاد

فصل پنجم: نتیجه گیری

پیوست‌ها

چکیده

در این پژوهش ابتدا به بررسی مدل آیزینگ بر روی شبکه‌ی دو بعدی مربعی و کاگومه به روش بسط سری دمای بالا پرداخته شد. با استفاده از روش بسط سری دمای بالا، بسط دمای بالای پذیرفتاری مغناطیسی میدان صفر مدل آیزینگ فرومغناطیس بر روی شبکه مربعی تا مرتبه‌ی ۱۲ محاسبه شد. سپس به کمک تقریب پد به آنالیز بسط سری پذیرفتاری مغناطیسی میدان صفر پرداخته و دمای بحرانی و نمای بحرانی محاسبه شد. با بالا رفتن تعداد جملات بسط نتایج نشان دادند که دمای بحرانی به یک مقدار عددی مشخص میل می‌کند. نتیجه‌ای که به کمک تقریب پد برای نمای بحرانی حاصل شد با بالا رفتن مرتبه‌ی بسط مطابق فرضیه جهان شمولی در تطبیق خوبی با نمای بحرانی آیزینگ مربعی با حل دقیق بود. به طوری که می‌توان نتیجه گرفت که با بالا بردن تعداد جملات بسط سری می‌توان به نمای به دست آمده از حل دقیق مدل آیزینگ مربعی رسید. در ادامه بسط دمای بالای پذیرفتاری مغناطیسی میدان صفر مدل آیزینگ فرومغناطیس و مدل آیزینگ ترکیبی با دو برهمکنش فرومغناطیس و یک برهمکنش پادفرومغناطیس و مدل آیزینگ ترکیبی با دو برهمکنش پادفرومغناطیس و یک برهمکنش فرومغناطیس و مدل آیزینگ پادفرومغناطیس بر روی شبکه دو بعدی کاگومه تا مرتبه‌ی ۱۲محاسبه و به کمک تقریب پد تحلیل شد. شبکه کاگومه شبکه‌ای غیر براوه متشکل از مثلث‌های پایه است. نتایج حاصل از این بررسی به این صورت بود که دو مدل آیزینگ فرومغناطیس و مدل آیزینگ ترکیبی با دو برهمکنش پادفرومغناطیس و یک برهمکنش فرومغناطیس به طور کاملا مشابه رفتار می‌کنند به نحوی که دمای بحرانی برای هر دو مدل تقریبا در یک دمای بحرانی رخ می‌دهند. نمای بحرانی پذیرفتاری مغناطیسی میدان صفر این دو مدل مطابق با فرضیه جهان شمولی در تطابق بسیار خوبی با نمای بحرانی به دست آمده برای پذیرفتاری مغناطیسی میدان صفر مدل آیزینگ مربعی با حل دقیق بود. اما در مورد دو مدل آیزینگ ترکیبی با دو برهمکنش فرومغناطیس و یک برهمکنش پادفرومغناطیس و مدل آیزینگ پادفرومغناطیس به علت اثر ناکامی مغناطیسی هیچ گونه گذار فازی مشاهده نشد. در آخر بسط گراف آزاد پذیرفتاری مغناطیسی میدان صفر مدل XY بر روی شبکه مربعی تا مرتبه ۸ محاسبه شد. نتایج حاصل از این بررسی گذار فازی را برای این سیستم نشان نداد.

کلمات کلیدی: مدل آیزینگ؛ شبکه کاگومه؛پذیرفتاری مغناطیسی میدان صفر؛ بسط سری دمای بالا؛ بسط گراف آزاد؛ مدل XY ؛ ناهمسانگردی تک یونی

فصل اول

مقدمه

در بررسی رفتار بحرانی پدیده‌های فیزیکی، در غیاب حل‌های دقیق که برای تعداد کمی ازسیستم‌ها وجود دارد، روش‌های متعددی با دقت‌های متفاوت بکار رفته است که این روش‌ها به دو گروه تقریبات تحلیلی و شیوه‌های عددی تقسیم می‌شوند. هر یک از این شیوه‌ها دارای نقاط قوت و ضعفی هستند. این ویژگی باعث می‌شودکه برای حل یک مسئله از روش‌های عددی مختلف استفاده شود. روش تقریبات تحلیلی ، روشی قوی اما مشکل برای ارزیابی‌های دقیق می‌باشد در حالی که روش شیوه‌های عددی، روش بسیار قوی وقابل توسعه می‌باشد.

یکی از ساده‌ترین این روش‌ها، نظریه‌ی میدان میانگین[1] است. این نظریه با چشمپوشی از افت و خیزهای موجود در شبکه به حل مسائل می‌پردازد. روش‌های دیگری همچون روش میدان میانگین لاندائو و میدان میانگین وردشی[2] در اصلاح این روش با وارد کردن اثر افت و خیزها به صورت اختلال ارائه شده است. روش‌دیگر، روش قطری

---

[1] *Mean Field Theory*
[2] *Variational Mean Field*

کردن دقیق[1] می‌باشد،که برای سیستم‌های کوچک به کار برده می‌شود. روش‌های دقیق‌تری نیز برای بررسی سیستم-های بحرانی استفاده شده است که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به روش شبیه سازی کوانتومی وکلاسیک مونت کارلو[2] و ماتریس انتقال[3] و روش‌های باز بهنجارش به ویژه گروه باز بهنجارش ماتریس چگالی[4] و روش بسط اپسیلن(ε) اشاره کرد.

علاوه بر روش‌های ذکر شده دسته بزرگی از روش‌های نظری که خواص سیستم را در موقع گذار فاز مورد بررسی قرار می‌دهند، روش بسط سری‌ها است. شیوه‌ی بسط سری‌ها، ابزار عددی پیشرفته‌ای است که برای محاسبات کیفی فیزیک نظری به کار می‌روند. این روش در محاسبه‌ی دما ونماهای بحرانی شبکه‌هایی با هندسه‌ها و رده‌های جهان شمولی مختلف کاربرد دارد. این شیوه از دقیق‌ترین روش‌های موجود است که با بالا بردن تعداد جملات سری، نتایج آن به مقادیر دقیق بسیار نزدیک می‌شود.

این شیوه خود به دو قسمت بسط سری‌های دمای بالا[5] و بسط سری‌های دمای پایین[6] تقسیم می‌شود. بسط سری-های دمای پایین به بررسی سیستم‌ها در دماهای نزدیک صفر می‌پردازد. در این نوع بسط سری چون دما خیلی پایین است و به تبع آن انرژی سیستم هم پایین است بنابراین پارامتر بسط سری، فاکتوری از انرژی حالت پایه سیستم است. اما در بسط سری‌های دمای بالا روند کار متفاوت خواهد بود. در این شیوه به علت دمای بالا پارامتر بسط β $(\beta = 1/K_B T)$ انتخاب می‌شود.

هدف از انجام این پروژه بررسی مدل آیزینگ بر روی شبکه دو بعدی مربعی و کاگومه به روش بسط سری‌های دمای بالا است. با استفاده از این شیوه پذیرفتاری مغناطیسی محاسبه می‌شود و در آخر نقاط بحرانی و نمای بحرانی γ به دست می‌آید.

در فصل ۲ پدیده ناکامی مغناطیسی توضیح داده می‌شود. در فصل ۳ بسط سری‌های دمای بالا توضیح داده می-شود و در ادامه بسط دمای بالای مدل آیزینگ بر روی شبکه مربعی و کاگومه برررسی می‌شود. در فصل ۴ بسط

---

[1] *Exact Diagonalization*
[2] *Monte Carlo Simulation*
[3] *Transfer Matrix Method*
[4] *Density Matrix Renormalization Group*
[5] *High Temperature Series Expansion*
[6] *Low Temperature Series Expansion*

گراف آزاد و روش به دست آوردن تابع پارش و پذیرفتاری مغناطیسی بـه کمـک شـیوه‌ی بسـط گـراف آزاد توضـیح داده می‌شود. سپس مدل XY بر روی شبکه مربعی بررسی می‌شود و در ادامه ناهمسـانگردی تـک یـونی توضـیح داده می‌شود.

فصل دوم

پدیده‌های بحرانی

توصیف رفتار سیستم‌های فیزیکی در نزدیکی نقطه بحرانی، از حوزه‌های مورد مطالعه در فیزیک پدیده‌های بحرانی است. لازمه‌ی مطالعه‌ی سیستم‌های آماری، مطالعه‌ی گذار فازهای آن سیستم می‌باشد. با مطالعه‌ی گذار فازهای یک سیستم می‌توانیم نقاط بحرانی و نمای بحرانی و سایر اطلاعات مربوط به آن سیستم را به دست آوریم.

در این فصل ابتدا مفاهیم ترمودینامیکی و آماری از جمله تابع پارش، انرژی آزاد، توضیح داده می‌شوند. سپس به کمک این تعاریف، گذار فاز و انواع آن، نماهای بحرانی، رده‌ی جهان شمولی و ناکامی مغناطیسی و انواع شبکه‌های ناکام توضیح داده می‌شوند تا به درک بهتر مسئله کمک کنند. در آخر به معرفی مدل‌های مغناطیسی و توضیح اجمالی در مورد چند نمونه از این مدل‌ها پرداخته می‌شود.

۲-۱ تابع پارش کانونیک

خواص هر سیستم در دمای محدود T را می‌توان با محاسبه تابع پارش کانونیک آن سیستم به‌دست آورد. به کمک این تابع می‌توان توابع ترمودینامیکی و خواص ترمودینامیکی سیستم را به‌دست آورد.

این رابطه در سال ۱۹۰۲ توسط جان ویلارد گیبس[1] تعریف شد [۱]. رابطه‌ای که گیبس تعریف کرد به‌صورت زیر بیان می‌شود.

$$Z_N(T) = Tr\{e^{-\beta H}\} \qquad (۲-۱)$$

در این معادله $\beta = 1/K_B T$ و K_B ثابت بولتزمن[2] است. در این معادله Tr به جمع بر روی تمامی حالات یک سیستم N اسپینی اشاره می‌کند.

۲-۲ انرژی آزاد

انرژی آزاد یک سیستم متناسب با لگاریتم تابع پارش آن سیستم می‌باشد.

$$-\beta f(T) = ln\, Z_N \qquad (۲-۲)$$

اما از آنجایی که برای سیستم‌های بزرگ ($N \to \infty$)، کمیت‌های شدتی مهم است ، پس می‌توان انرژی آزاد را در حد $N \to \infty$ به صورت زیر تعریف کرد. با این تعریف، انرژی آزاد یک کمیت شدتی خواهد شد.

$$-\beta f(T) = lim_{N\to\infty} \frac{1}{N} lnZ_N \qquad (۲-۳)$$

با استفاده از انرژی آزاد می‌توان کمیت‌های ترمودینامیکی دیگری را به دست آورد. در زیر به چند نمونه از این کمیت‌های ترمودینامیکی و رابطه‌ی آن‌ها با انرژی آزاد اشاره می‌شود [۲].

انرژی درونی:

$$u = -\frac{\partial}{\partial\beta}\left(\frac{1}{N} lnZ\right) = \frac{\partial}{\partial\beta}(\beta f(T)) \qquad (۲-۴)$$

ظرفیت گرمایی:

$$C = +\frac{\partial u}{\partial T} = -K_B\beta^2\frac{\partial u}{\partial\beta} \qquad (۲-۵)$$

آنتروپی:

$$S/K_B = \frac{1}{N} lnZ + \beta u \qquad (۲-۶)$$

---

[1] *John Willard Gibbs*
[2] *Boltzmann*

مغناطش یا پارامتر نظم:

$$M = -\frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial h}\left(\frac{1}{N}\ln Z\right) \quad (۲-۷)$$

پذیرفتاری مغناطیسی:

$$\chi = \frac{\partial M}{\partial h} = -\frac{1}{\beta}\frac{\partial^2}{\partial h^2}\left(\frac{1}{N}\ln Z\right) \quad (۲-۸)$$

۲-۳ گذار فاز

لازمه‌ی مطالعه سیستم‌های آماری، مطالعه‌ی گذار فازهای آن سیستم می‌باشد. گذار فاز از جمله پدیده‌های حاضر و قابل توجه در طبیعت است. گذار فاز زمانی اتفاق می‌افتد که انرژی آزاد یا یکی از مشتقات آن دارای تکینگی باشد. این تکینگی باعث تغییرات آشکار در خواص مواد می‌شود. از جمله گذار فازها می‌توان به گذار فاز مایع به گاز، گذار فاز رسانا به ابر رسانا و گذار فاز پارامغناطیس به فرومغناطیس و مغناطیس زدایی[1] فلزات در دمای بالا اشاره کرد [۲-۶].

۲-۳-۱ انواع گذار فاز

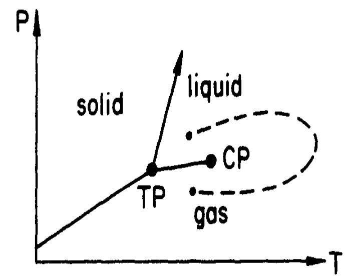
در بعضی از سیستم‌های ترمودینامیکی، در نقاطی رفتارهای ماکروسکوپیک سیستم به تندی، و کمیت‌های مربوط به آن‌ها به آرامی تغییر می‌کند.این نقاط، نقاط بحرانی نامیده می‌شوند. در این نقاط معمولا یک گذار فاز از یک حالت ماده به حالت دیگر اتفاق می‌افتد [۴]. گذار فاز در سیستم‌های فیزیکی باعث افزایش نظم آن سیستم می‌شود. به عبارت دیگر یک گذار فاز به صورت تکینگی در پتانسیل ترمودینامیکی از قبیل انرژی آزاد مشخص می‌شود.

آن چه که تعیین کننده‌ی نوع گذار فاز است، رفتار مشتقات انرژی آزاد در این نقاط می‌باشد. گذار فازها به طور کلی به دو دسته‌ی گذار فاز گسسته یا مرتبه‌ی اول و گذار فاز پیوسته یا مرتبه دوم تقسیم می‌شوند.

---

[1] *Demagnetization*

۱) گذار فاز مرتبه‌ی اول: در این حالت مشتق اول انرژی آزاد نسبت به یکی از پارامترهای آن، در عبور از مرز فاز ناپیوسته می‌باشد. در این نوع گذار فاز، فازهای متفاوت همزیست[1] هستند در حالی که متمایز از هم می‌باشند و خواص ماکروسکوپیک متفاوت دارند. ذوب و میعان نمونه‌هایی از این نوع گذار فازها هستند [۶-۳]. در شکل ۲-۱ گذار از جامد به مایع و مایع به گاز هردو از نوع گذار فاز مرتبه‌ی اول هستند [۶و۵].

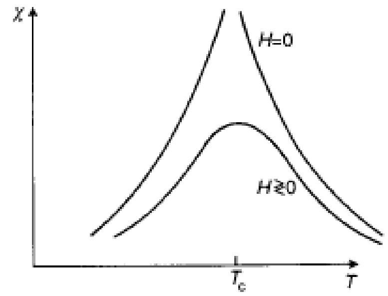


شکل۲-۱: نمودار گذارفاز یک ماده معمولی که P فشار و T دما است. نقطه CP یک نقطه بحرانی و نقطه TP یک نقطه سه‌گانه است [۶و۵].

۲) گذار فاز مرتبه‌ی دوم: در این نوع گذار فاز، مشتق اول انرژی آزاد نسبت به پارامترهای موجود در آن پیوسته بوده، اما مشتق دوم ناپیوسته یا نامحدود است. در این حالت فازهای اطراف نقطه‌ی بحرانی زمانی که به سمت نقطه‌ی بحرانی نزدیک می‌شوند باید یکسان شوند. نقطه‌ای که در آن این نوع گذار فاز رخ می‌دهد ، نقطه‌ی بحرانی نامیده می‌شود. گذار فرومغناطیسی و گذار ابر رسانایی نمونه‌هایی از این نوع گذار فاز هستند. این نوع گذار فاز مربوط به واگرایی در پذیرفتاری، طول همبستگی نامحدود و ... است. در شکل ۲-۲ رفتار پذیرفتاری مغناطیسی بر حسب دما در دو حالت $H = 0$ و $H \neq 0$ نشان داده شده است. در این شکل مشاهده می‌شود که پذیرفتاری مغناطیسی در حالت $H = 0$ در دمای T_C یک گذار فاز مرتبه‌ی دوم از خود نشان می‌دهد. اما در حالت $H \neq 0$ چنین گذار فازی مشاهده نمی‌شود [۵و۴].

---

[1] *Coexist*



شکل۲-۲: نمودار تغییرات پذیرفتاری مغناطیسی بر حسب دما، در دو حالت $H = 0$ و $H \neq 0$[۵].

۲-۴ نماهای بحرانی

نقاط بحرانی، نقـاطی هسـتند کـه گـذار فـاز مرتبـه‌ی دوم در ایـن نقـاط رخ مـی‌دهـد. بـه عنـوان نمونـه، واگرایـی پذیرفتاری مغناطیسی و گرمای ویژه دراین نقاط رخ می‌دهد [۳]. رفتار سیستم‌های فیزیکی در نزدیکـی نقـاط بحرانـی، رفتاری توانی است. به این معنا که اگر بخواهیم به بررسی رفتار پـارامتر Y برحسـب پـارامتر X (کـه مـی‌توانـد یکـی از کمیت‌های $|T - T_C|$ ، $|P - P_C|$ و... باشد) بپردازیم، رابطه‌ی ($Y \sim X^a$) برای آن حاصل می‌شود، که در این رابطـه a نمای بحرانی است. نماهای بحرانی، کمیت‌های مهمی هسـتند کـه در بررسـی تجربـی رفتـار سیسـتم در نزدیکـی نقطـه بحرانی به‌دست می‌آیند. این نماها توصیف کننده‌ی رفتار کمیت‌هـای فیزیکـی در نزدیکـی گـذار فـاز پیوسـته هسـتند. اگردمای بحرانی T_C باشد و دما در نقطه‌ی بررسی با T نشان داده شود، دمای کاهش یافته عبارت است از:

$$t = \frac{T - T_C}{T_C} \quad (۹-۲)$$

در زیر به چند نمونه از نماهای بحرانی و رابطه‌ی آن‌ها با هم اشاره شده است.

۱) δ نمای بحرانی هم دما است که از معادله حالت سیستم به دست می‌آید. اگر h میدان خارجی و M مغنـاطش باشد، معادله حالت به صورت زیر است.

$$h \propto M^{\delta} \quad (۱۰-۲)$$

۲) β نمایی است که رفتارپارامتر نظم را نسبت به دمای کاهش یافته نشان می‌دهد.

$$M \propto |t|^{\beta} \quad (۱۱-۲)$$

۳) α نمایی است که رفتار ظرفیت گرمایی را نسبت به دمای کاهش یافته نشان می‌دهد. α یک کمیت مثبت است.

$$C \propto |t|^{-\alpha} \tag{۱۲-۲}$$

۴) γ نمایی است که مشخص کننده رفتار پذیرفتاری سیستم نسبت به دمای کاهش یافته است. در این معادله نیز γ یک کمیت مثبت است.

$$\chi \propto |t|^{-\gamma} \tag{۱۳-۲}$$

۵) نمای v چگونگی تغییرات طول همبستگی نسبت به دما را نشان می‌دهد. این نمای بحرانی نیز مثبت است.

$$\xi \propto |t|^{-v} \tag{۱۴-۲}$$

۶) به طور کلی تابع همبستگی[1] که با فاصله تغییر می‌کند، رفتاری به شکل زیر دارد:

$$\Gamma(r) \approx r^{-p} e^{\frac{r}{\xi}} \qquad p = d - 2 + \eta \tag{۱۵-۲}$$

در این معادله d، بعد فضایی و η بعد نابهنجار سیستم است که با در نظر گرفتن افت وخیزهای گاوسی[2] در نظریه لانداثو[3] ظاهر می‌شود. این رابطه نشان می‌دهد که دور از نقطه بحرانی، طول همبستگی کوچک و جمله‌ی نمایی، غالب است. بنابراین می‌توان گفت که دور از نقطه بحرانی این تابع به صورت نمایی به شدت افت می‌کند. اما در نزدیکی نقطه بحرانی طول همبستگی که معیاری از افت وخیز سیستم است به بی‌نهایت میل می‌کند. بنابراین در حوالی نقطه بحرانی جمله‌ی نمایی قابل چشم‌پوشی است و رفتار این تابع به صورت توانی خواهد بود. با استفاده از نتایج تجربی به دست آمده و روابطی که بین توابع ترمودینامیکی برقرار است، ارتباط بین نماهای بحرانی به صورت چهار رابطه‌ی زیر بیان می‌شود. این روابط، قوانین مقیاس بندی نامیده می‌شوند.

$$\gamma = v(2 - \eta) \tag{۱۶-۲}$$

---

[1] *Correlation function*
[2] *Gaussian fluctuation*
[3] *Landau theory*

$$\alpha + 2\beta + \gamma = 2 \quad (۱۷–۲)$$

$$\gamma = \beta(\delta - 1) \quad (۱۸–۲)$$

$$\nu d = 2 - \alpha \quad (۱۹–۲)$$

شش نما در چهار رابطه بالا وجود دارد. بنابراین با داشتن دو نما می‌توان سایر نماها را از این روابط به دست آورد [۷و۶].

۲–۵ جهان شمولی

از آن‌جایی که دمای بحرانی T_C وابسته به جزئیات برهمکنش بین اتم‌ها است، نماهای بحرانی بیشتر مورد توجه قرار گرفته‌اند. نماهای بحرانی تنها به چند پارامتر اصلی وابسته هستند [۳]. نماهای بحرانی با مقادیر یکسان در سیستم‌های فیزیکی متفاوت، گویای وجود رفتارهای مشابه این گونه سیستم‌ها در نزدیکی نقطه‌ی بحرانی است. این مفهوم را جهان‌شمولی[۱] می‌نامند و اصطلاحا گفته می‌شود که این گروه از سیستم‌ها در یک رده‌ی جهان‌شمولی قرار دارند، به طوری که برای سیستم‌های با برهمکنش کوتاه برد،

۱) بعد فضای سیستم (d)

۲) تقارن پارامتر نظم (موجود در هامیلتونی)

تعیین کننده رده‌ی جهان شمولی است. این دو پارامتر برای سیستم‌هایی با برهمکنش بلند برد نیز صادق هستند. جهان شمولی از جمله مفاهیمی است که نقش اساسی در مطالعه‌ی پدیده‌های بحرانی دارد. از جمله رده‌های جهان‌شمولی می‌توان به رده‌ی جهان‌شمولی آیزینگ، XY و هایزنبرگ اشاره کرد. با استفاده از کلاس جهان شمولی می‌توان به جای بررسی سیستم‌های پیچیده، به بررسی آن سیستم‌ها با مدلی ساده‌تر پرداخت. به عنوان مثال آب خالص همان نماهای بحرانی در نقطه بحرانی می‌دهد که مدل مغناطیسی آیزینگ سه بعدی دارد. بنابراین آب خالص در رده جهان‌شمولی آیزینگ است.

---

[1] *Universality*

۲-۶ ناکامی مغناطیسی هندسی

مطالعه بر روی سیستم اسپینی ناکام[1]، اولین بار در سال ۱۹۵۰ توسط ونیر[2] صورت گرفت. ونیر در این مطالعه به بررسی مدل آیزینگ بر روی شبکه مثلثی با برهمکنش بین نزدیک‌ترین همسایه‌ها پرداخت [۸]. در طی ۲۵ سال اخیر بیشترین توجه فیزیکدانان بر روی مدل‌های ناکام متمرکز شده است. این امر به این دلیل است که مواد مغناطیسی حقیقی توسط چندین نوع برهمکنش ناکام می‌شوند و از طرف دیگر سیستم‌های ناکام برای محک زدن تقریبات و پیشرفت نظریه‌ها بسیار مناسب هستند.

ناکامی یا گیجی مغناطیسی به این صورت تعریف می‌شود که یک اسپین (یا تعدادی اسپین) در یک سیستم نمی-تواند جهتی را انتخاب کند که تمام برهمکنش‌ها را به طور کاملا مناسب راضی کند، به عبارت دیگر سیستم نمی‌تواند یک حالت پایه‌ی مشخص برای خود بیابد. در این شرایط حالت پایه‌ی سیستم، چند حالت تبهگن است که هیچ کدام برتری نسبت به دیگری در انتخاب سیستم برای حالت پایه از خود نشان نمی‌دهند. این ناکامی یا گیجی سیستم در انتخاب حالت پایه را می‌توان به صورت زیر توضیح داد.

برای یک سیستم اسپینی با هامیلتونی زیر:

$$H = -J\sum_{<ij>} S_i.S_j \tag{۲-۲۰}$$

که J ثابت برهمکنش است ($J > 0$ به برهمکنش فرومغناطیس و $J < 0$ به برهمکنش پادفرومغناطیس اشاره دارد)، $< ij >$ به برهمکنش بین نزدیک‌ترین همسایه‌ها اشاره می‌کند. چنانچه J مثبت باشد (برهمکنش فرومغناطیس)، کمینه‌ی انرژی زمانی رخ می‌دهد که S_i و S_j موازی باشند. در حالی که اگر J منفی باشد، کمینه‌ی انرژی مربوط به حالتی است که S_i و S_j پاد موازی باشند. با این وجود می‌توان نتیجه گیری کرد که برای یک سیستم اسپینی با برهمکنش فرومغناطیس بین نزدیک‌ترین همسایه‌ها، حالت زمینه مربوط به آرایشی است که همه‌ی اسپین‌ها موازی باشند. این حالت پایه برای هر نوع ساختار شبکه‌ای صادق می‌باشد. اگر J مربوط به حالت پادفرومغناطیس باشد، آنگاه آرایش اسپینی حالت پایه به ساختار شبکه وابسته است. با این شرایط دو ساختار شبکه‌ای در بررسی ناکامی سیستم‌ها وجود دارد:

[1] *Frustration*
[2] *Wannier*