



دانشگاه نیریز
مجتمع علوم پایه
دانشکده ریاضی

پایان نامه
برای دریافت درجه کارشناسی ارشد
ریاضی کاربردی

حل عددی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی
با استفاده از توابع پایه‌ای شعاعی

استاد راهنما:
دکتر قاسم برید لقمانی

استاد مشاور:
دکتر سید محمد مهدی حسینی

پژوهش و نگارش:
مازیار زارع پور

آذر ماه ۱۳۸۶

۱۳۸۷ / ۹ / ۲۲

۱۰۴۳۸۳

تقدیم به:

«عزیزانی که از ستایش ابدی آنان گریزی نیست»

پدرم که رنج تحصیل مرا به جان خرید معلم زندگانی من بوده و هست.

همیشه به او افتخار می‌کنم.

مادر دلسوز و نازنینم

و

خاک وطنم ایران

سپاسگزاری

ستایش و سپاس پروردگار را که به بنده‌ی کمترین خود مجالی دیگر برای بهره‌مندی از گوشه‌ای از اقیانوس بی‌کران علم خود داد و در این راه حمایت و راهنمایی‌های جناب آقای دکتر قاسم برید لقمانی سرمایه‌ای بزرگ برای اینجانب بود. چه اگر پی‌گیری و هدایت‌های ایشان در به پایان رساندن این رساله نبود سختی راه دوصد چندان می‌نمود. این سپاس از یکایک اساتیدی است که در راه دانش‌اندوزیم سهیم بوده‌اند علی‌الخصوص اساتید گرامی جناب آقایان دکتر سیدمحمد مهدی حسینی استاد مشاور اینجانب، دکتر مالک و دکتر کرباسی که در محضر ایشان درس علم آموختم. سپاس از پدرم که مهرش بنایی شد برای تلاش پرشورم در کسب دانش، سپاس از او که سرچشمه‌ی کنجکاوی سال‌های زندگی‌ام بوده و هست و سپاس از مادرم که مهرش در دلم گرامی و مقدس است. از دایی مهربان و بزرگوایم که همواره قوت قلب من بوده‌اند سپاسگزارم. همچنین سپاس ویژه از دوست عزیزم هادی عزیزی که همچون برادری بزرگوایم از راهنمایی‌های ایشان برخوردار بودم. در ادامه از دوستان عزیزم مهدی خوبی، امیر مشایخی، محمد اسکندری، مهدی حاجی اشرفی، مصطفی جعفری، بهزاد کفاش و سید باقر میردهقان که همواره همراه و مشوق من بوده‌اند نهایت امتنان را دارم. در پایان لازم می‌دانم از دو همراه و دوست همیشگی خود محمد داوود گل‌مکانی و عباس مختاری کمال قدردانی و تشکر را به‌جا بیاورم.

مازیار زارع‌پور

یزد- پاییز ۱۳۸۶



صور تجلسه دفاعیه پایان نامه دانشجوی
دوره کارشناسی ارشد

شناسه: ب/ک/۳

جلسه دفاعیه پایان نامه تحصیلی آقای مازیار زارع پور دانشجوی کارشناسی ارشد رشته/گرایش: ریاضی
کاربردی

تحت عنوان: حل عددی معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی با استفاده از توابع پایه ای شعاعی

و تعداد واحد: ۶ در تاریخ ۸۶/۱۱/۲ با حضور اعضای هیأت داوران (به شرح ذیل) تشکیل گردید.

پس از ارزیابی توسط هیأت داوران، پایان نامه با نمره: به عدد ۱۹ دده و درجه عالی مورد تصویب
قرار گرفت.

عنوان	نام و نام خانوادگی	امضاء
استاد / استادان راهنما:	قاسم برید لقمانی	
استاد / استادان مشاور:	سید محمد مهدی حسینی	
متخصص و صاحب نظر داخلی:	فرید (محمد) مالک	
متخصص و صاحب نظر خارجی:	محمد شفیع دهاقین	

نماینده تحصیلات تکمیلی دانشگاه (ناظر)

نام و نام خانوادگی: محمود برهانی

امضاء:

چکیده

در این پایان نامه قصد داریم گروه جدیدی از توابع پایه‌ای به نام توابع پایه‌ای شعاعی را معرفی و بررسی نماییم. این دسته از توابع به ابزاری قوی برای درونیایی توابع و حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی تبدیل شده‌اند، لذا این دسته از توابع در حل مسائلی که حتی دارای پارامترها و متغیرهای زیاد، اطلاعات و داده‌های اولیه با حجم بالا و نقاط نامنظم و پراکنده در دامنه‌ی خود هستند استفاده می‌شوند. با استفاده از این نوع توابع معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی را می‌توان به وسیله‌ی روش هم‌محلی حل نمود. علاوه بر این می‌توان با روش‌های مختلفی از این نوع توابع در حل مسائل بدووضع نیز کمک گرفت.

فهرست مندرجات

فهرست شکل‌ها.....د

فهرست جداول.....ح

۱ پیش‌گفتار ۱

۱-۱ دیباچه۲

۲-۱ تاریخچه.....۳

۳-۱ هدف۳

۲ مفاهیم اولیه و معرفی توابع پایه‌ای شعاعی ۵

۱-۲ دیباچه.....۶

۲-۲ تعاریف و مفاهیم اولیه.....۷

۳-۲ معرفی انواع توابع پایه‌ای شعاعی.....۱۲

۴-۲ توابع پایه‌ای شعاعی مثبت معین و مثبت معین مشروط.....۲۷

۵-۲ نتیجه‌گیری.....۳۶

۳ درونیابی به وسیلهی توابع پایه‌ای شعاعی ۳۷

۳۸.....	دیباجه.....	۱-۳
۳۹.....	درونیابی با استفاده از توابع پایه‌ای شعاعی.....	۲-۳
۴۴.....	مثال‌های عددی.....	۳-۳
۵۸.....	پایداری و خطا.....	۴-۳
۶۷.....	نتیجه‌گیری.....	۵-۳

۴ حل عددی معادلات مشتقات جزئی بوسیلهی توابع پایه‌ای شعاعی ۶۸

۶۹.....	دیباجه.....	۱-۴
۷۰.....	روش هم‌محلی کانزا.....	۲-۴
۷۵.....	مثال‌های عددی.....	۳-۴
۸۰.....	معادلات دیفرانسیل بامشتقات جزئی بدوضع.....	۴-۴
۸۴.....	مثال‌های عددی.....	۵-۴
۹۶.....	نتیجه‌گیری و پیشنهادات.....	۶-۴

۹۷	کاربرد در صنعت	۵
۱۰۰	متن برنامه‌ها با نرم افزار Maple	A
۱۱۳	واژه نامه‌ی انگلیسی به فارسی	B
۱۱۷	واژه نامه‌ی فارسی به انگلیسی	C
۱۲۱	مراجع	D

فهرست شکل‌ها

۲ مفاهیم اولیه و معرفی توابع پایه‌ای شعاعی

شکل ۱-۲..... ۹

شکل ۲-۲..... ۱۳

شکل ۳-۲..... ۱۴

شکل ۴-۲..... ۱۶

شکل ۵-۲..... ۱۹

۳ درونیابی به وسیله‌ی توابع پایه‌ای شعاعی

شکل ۱-۳..... ۴۸

شکل ۲-۳..... ۴۸

شکل ۳-۳..... ۴۹

شکل ۴-۳..... ۵۰

شکل ۵-۳..... ۵۲

شکل ۳-۶..... ۵۲

شکل ۳-۷..... ۵۲

شکل ۳-۸..... ۵۳

شکل ۳-۹..... ۵۳

شکل ۳-۱۰..... ۵۵

شکل ۳-۱۱..... ۵۵

شکل ۳-۱۲..... ۵۵

شکل ۳-۱۳..... ۵۶

شکل ۳-۱۴..... ۵۶

شکل ۳-۱۵..... ۵۷

شکل ۳-۱۶..... ۵۷

شکل ۳-۱۷..... ۵۹

شکل ۳-۱۸..... ۶۰

شکل ۳-۱۹..... ۶۰

شکل ۳-۲۰..... ۶۱

شکل ۳-۲۱..... ۶۵

شکل ۳-۲۲..... ۶۵

۴ حل عددی معادلات مشتقات جزئی بوسیله‌ی توابع پایه‌ای شعاعی

شکل ۴-۱..... ۷۰

شکل ۴-۲..... ۷۰

شکل ۴-۳..... ۷۶

شکل ۴-۴..... ۷۷

شکل ۴-۵..... ۷۸

شکل ۴-۶..... ۸۵

شکل ۴-۷..... ۸۵

شکل ۴-۸..... ۸۵

شکل ۴-۹..... ۸۶

شکل ۴-۱۰..... ۸۷

شکل ۴-۱۱..... ۸۸

شکل ۴-۱۲..... ۸۹

شکل ۴-۱۳..... ۹۰

شکل ۴-۱۴..... ۹۰

شکل ۴-۱۵..... ۹۱

شکل ۴-۱۶..... ۹۱

شکل ۴-۱۷..... ۹۱

فهرست جداول

۲ مفاهیم اولیه و معرفی توابع پایه‌ای شعاعی

جدول ۱-۲.....	۸
جدول ۲-۲.....	۹
جدول ۳-۲.....	۱۰
جدول ۴-۲.....	۳۶

۳ درونیابی به وسیله‌ی توابع پایه‌ای شعاعی

جدول ۱-۳.....	۴۵
جدول ۲-۳.....	۴۶
جدول ۴-۳.....	۵۰
جدول ۵-۳.....	۵۱
جدول ۶-۳.....	۵۴

۴ حل عددی معادلات مشتقات جزئی بوسیله‌ی توابع پایه‌ای شعاعی

جدول ۱-۴ ۷۹

جدول ۲-۴ ۸۶

جدول ۳-۴ ۸۹

جدول ۴-۴ ۹۲

جدول ۵-۴ ۹۳

جدول ۶-۴ ۹۳

جدول ۷-۴ ۹۴

فصل ۱
پیش‌گفتار

در سال‌های اخیر هنگامی که کامپیوترها تقریباً در تمام علوم و فنون مهندسی به کار برده شدند، استفاده و به کارگیری توابع ریاضی برای تقریب در برنامه‌های کامپیوتری به امری ضروری و حیاتی در زندگی روزمره مبدل شده است. معمولاً به همین دلیل مجبوریم از تقریب توابع مورد نظر به جای مقدار دقیق آن‌ها استفاده کنیم. دلایل مختلفی وجود دارد که ناچار به استفاده از این مقادیر تقریبی می‌باشیم. یکی از مهم‌ترین دلایل این است که در بسیاری از موارد تابع مورد نظر قابل استفاده و در دسترس نمی‌باشد به عبارتی تابع ذکر شده برای ما شناخته شده نیست، ممکن است این توابع پرهزینه باشند و در حافظه‌ی کامپیوتر حجم زیادی را اشغال کنند. به همین جهت علم ریاضیات در پی یافتن روش‌هایی برای حل اینگونه مشکلات می‌باشد. یکی از روش‌های جدید و کارآمد در این زمینه استفاده از توابع پایه‌ای شعاعی است. این روش استفاده برای تقریب‌های چند متغیره یکی از پرکاربردترین روش‌ها در نظریه‌ی تقریب مدرن می‌باشد، بالاخص هنگامی که داده‌ها در ابعاد مختلف به صورت پراکنده باشند [۵].

توابع پایه‌ای شعاعی اخیراً در زمینه‌های مختلف مهندسی و ریاضیات کاربردی از جمله آنالیز عددی نقش مهم و ویژه‌ای را ایفا کرده‌اند که از جمله‌ی آن‌ها می‌توان به استفاده از این توابع در مباحث درونیابی و حل معادلات با مشتقات جزئی اشاره نمود [۲,۵].

۲-۱ تاریخچه

گسترش این دسته از توابع حدود ۲۵ سال طول کشید که در ۱۰ سال اخیر سرعت ویژه‌ای یافته است. در این مدت افراد مختلفی از جمله فرانک^۱ و بوهمن^۲ بر روی این نوع توابع کار کردند. این دو بر روی توابع پایه‌ای شعاعی بی‌نهایت هموار و تکه تکه هموار تحقیقات مختلفی را انجام دادند. دوشن^۳ و وندلاند^۴ کار خود را بر روی توابع تکه تکه هموار متمرکز نمودند که ثمره آن توابع پایه‌ای شعاعی وندلاند و اسپلین صفحه نازک می‌باشد. گاسپاری^۵ و کوهن^۶ نیز در سال ۱۹۹۹ توابع پایه‌ای شعاعی ضربی را ابداع نمودند. ادوارد کانزا^۷ برای اولین بار در سال ۱۹۹۰ از توابع پایه‌ای شعاعی در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی استفاده نمود که به نتایج بسیار خوبی نیز دست پیدا کرد [۲,۵,۱۲].

۳-۱ هدف

هدف اصلی این پایان نامه ارائه‌ی مطالب مورد نیاز و پایه‌ای جهت معرفی نظریه‌ها و روش‌های استفاده از توابع پایه‌ای شعاعی است تا بتواند به عنوان یک مرجع مفید برای تحقیقات بیشتر مورد استفاده قرار گیرد، زیرا این موضوع بسیار جدید و نو می‌باشد و در کشور عزیزمان ایران آنگونه که باید بدان پرداخته نشده است. لذا با ارائه‌ی این پایان‌نامه قصد داریم باب جدیدی جهت آشنایی

-
- 1-Frank
 - 2-Buhmann
 - 3-Duchon
 - 4-Wendland
 - 5-Gaspari
 - 6-kuhen
 - 7-Edward Kansa

خوانندگان و محققان گرامی با این مبحث نو و جالب بگشاییم و برای نیل به این هدف در بخش اول این پایان نامه ابتدا به معرفی انواع این توابع و مفاهیم اولیه‌ی مربوط به آنها می‌پردازیم و پس از آشنایی با فرم اولیه و کلی اینگونه توابع در بخش دوم مبحث درونیابی با استفاده از توابع پایه‌ای شعاعی را بررسی خواهیم نمود و در ادامه‌ی کار موضوع حل معادلات با مشتقات جزئی به وسیله‌ی توابع پایه‌ای شعاعی را مطرح و بررسی خواهیم کرد. امید است که خواننده گرامی با مطالعه و بررسی این پایان نامه بتواند اطلاعات مفیدی را در این زمینه کسب نماید.

فصل ۲

مفاهیم اولیه و معرفی توابع پایه‌ای شعاعی