به نام خـــدا

٤٧٩٤٧

دانشگاه مازندران

دانشکده علوم پایه

روش بسط چبی شف برای حل سیستمهای کنترل غیرخطی

پایان نامه کارشناسی ارشد

رشته ریاضی کاربردی

استاد راهنما : دکتر سهرابعلی یوسفی

استاد مشاور: دکتر حسن حسین زاده

دانشجو : مریم السادات حائری

تابستان ۱۳۸۲

٤٧٩٤٧

«بسمه تعالی»

دانشگاه مازندران
معاونت آموزشی
تحصیلات تکمیلی

«ارزشیابی پایان‌نامه در جلسه دفاعیه»

دانشکده علوم پایه

نام و نام‌خانوادگی : مریم‌السادات حائری شمارهٔ دانشجوئی : ۸۰۵۲۴۷۷۰۱

رشته تحصیلی : ریاضی کاربردی مقطع : کارشناسی‌ارشد سال تحصیلی : ۸۲-۸۱

عنوان پایان‌نامه : روش بسط چبی شف برای حل سیستمهای کنترل غیر خطی .

۱۳۸۲ /۷/ ۲۰

تاریخ دفاع : یکشنبه ۸۲/۴/۱۵

نمره پایان‌نامه (به عدد) : ۱۸/۸

نمره پایان‌نامه (به حروف) : هجده و هشت دهم

هیأت داوران

استاد راهنما : آقای دکتر سهرابعلی یوسفی امضاء

استاد مشاور : آقای دکتر حسن حسین‌زاده امضاء

استاد مدعو : آقای دکتر مهدی دهقان امضاء

استاد مدعو : آقای دکتر قاسم علیزاده افروزی امضاء

نماینده کمیته تحصیلات تکمیلی : آقای دکتر محسن علیمحمدی امضاء

تقدیم به

پدر و مادر مهربانم

که با تمام وجود دوستشان دارم

و

وجود ارزشمندشان

را همواره به درگاه پروردگار شاکرم

و تقدیم به

معـلمـین گـرامـیم

که همواره مقامشان را ارج می نهم

تقدیر و تشکر

با سپاس فراوان از استاد گرامی آقای دکتر یوسفی که راهنما و مشوق من در دوران خوب تحصیل بوده اند و با تشکر از اساتید گرامی آقای دکتر حسین زاده، آقای دکتر نعمتی و آقای دکتر طالبی که افتخار شاگردی ایشان را داشته ام و همچنین از آقای دکتر دهقان به خاطر زحمات و راهنمائیهایشان در تکمیل این رساله سپاسگزارم. خصوصاً از زحمات ریاست محترم دانشکده و استاد گرامی آقای دکتر علیزاده کمال تشکر را دارم. در اینجا جای دارد که از همکاری و برخورد خوب کارکنان این دانشکده نیز قدردانی نمایم. در انتها امیدوارم که با یاری پروردگار مهربان و با سعی و کوشش خود درخدمت به مردم و کشورم بتوانم اندکی پاسگوی محبت و زحمات این عزیزان باشم، انشاءالله.

فهرست مطالب

چکیده ۱

مقدمه ۲

فصل اول

معرفی سیستم کنترل بهینه ٦

(۱ـ۱) . مقدمه ۷

(۱ـ۲) . تنظیم صورت مسأله ۸

(۱-۲-۱) . مدل ریاضی ۸

(۱-۲-۲) . محدودیتها و قیود فیزیکی ۱۰

(۱-۲-۳) . ارزیابی عملکرد ۱۲

(۱-۳) . مسأله کنترل بهینه ۱۳

(۱-٤) . وضعیت سیستم ۱٤

(۱-٥) . دسته بندی سیستمها ۱٤

(۱-٦) . تابعی ها ۱٦

(۱-۷) . تقرب توابع ۱۹

(۱-۸) . هامیلتون ۲۲

(۱-۹) . اصل حداقل یابی پونتر یاگین ۲۷

فصل دوم

چند جمله ایهای چبی شف و خواص آنها ۳۲
(۲-۱) . تعامد ۳۳
(۲-۱-۱) . قضیه وجودی چندجمله ایهای متعامد ۳۵
(۲-۲) . فرآیند متعامدسازی گرام اشمیت ۳۶
(۲-۳) . شرح مختصر تولید یک مجموعه متعامد یکه ۳۸
(۲-٤) . چبی شف ۳۹
(۲-۵) . معرفی چندجمله ایهای چبی شف ٤۰
(۲-٦) . تعامد چندجمله ایهای چبی شف ٤٤
(۲-۷) . فرآیند متعامد یکه سازی ٤٦
(۲-۸) . روابط بازگشتی ٤۷
(۲-۹) . محاسبه انتگرال $T_n(x)$ ۵۲
(۲-۱۰) . محاسبه ماتریس عملیاتی $T_n(x)$ ۵۳
(۲-۱۱) . بسط توابع ۵۵
(۲-۱۲) . صفرها و نقاط اکسترمم ۵٦
(۲-۱۳) . زوج یا فرد بودن ۵۸
(۲-۱٤) . چبی شف انتقال یافته ۵۸
(۲-۱۵) . نتایج خاص ٦۰

فصل سوم

حل مسأله کنترل بهینه غیر خطی ٦٤
(۳-۱) . فرمولبندی ریاضی ٦۵
(۳-۱-۱) . نوسانگر خطی کنترلی ٦٦

(۲-۱-۳) . نوسانگر دافینگ کنترلی ۷۲
(۲-۳) . انتگرالگیری متوالی ۷۲
(۳-۳) . روش حل مسأله ۸٤
(۱-۳-۳) . تقریبی از نوسانگر خطی کنترلی ۸٤
(۲-۳-۳) . تقریبی از نوسانگر دافینگ کنترلی ۸۹
(٤-۳) . نتایج عددی ۹۱

نتیجه گیری ۹٦

برنامه نویسی ۹۷
۱. محاسبه و نمایش $p_{n,k}$ ها ۹۸
۲. محاسبه و نمایش $q_{n,k}$ ها ۱۰۱
۳. محاسبه و نمایش S_n ها ۱۰٤
٤. محاسبه کل ضرایب معادلات و نمایش معادلات ۱۰۸

واژه نامه انگلیسی - فارسی ۱۱۲
واژه نامه فارسی - انگلیسی ۱۲۰

مراجع ۱۲۸

چکیده انگلیسی ۱۳۳

چکـــیده

در این رسـاله روش عددی را برای حل مسـأله نوسـانگر خطی کنترلی ارائه داده ایم ، در این روش متغیرهای وضعیت وکنترل را به وسـیله چند جـمله ایهـای چبی شف تقریب زده ایـم و از آن بـرای تقـریب سـیستم هـای دینامیکـی با شـرایـط مرزی و تابعـی معـیار اسـتفاده کرده ایم . اسـاس این روش بر اسـتفاده از رابطه صـریح بـین چـندجمله ای هـای چبی شف و مشتقات آن می باشد که از این طریق سـیستم های دینامیکی و تابعی معیار را به معادلات جبری تبدیل می کنیم ، سپس مسـأله کنترل بهـینه به مسـأله بهـینه سـازی مقید تبدیل می شود که با حـل آن به جواب بهـینه خواهـیم رسید .

مقـــدمـه

در سالهای اخیر به میزان قابل توجه ای از روشهای طیفی-برای یافتن جواب مسأله های فیزیکی غیر خطی استفاده شده است . نوسانگر های کنترلی تعداد زیادی از نوسان کننده های فنوما را در سیستمهای مهندسی غیر خطی شرح می دهند . به نوسانگرهای کنترلی در دهه گذشته توجه زیادی شده است .

وندورن و والسن بروچ [21] روش مستقیمی را برای نوسانگر خطی و دافینگ کنترلی ارائه می کنند ،آنها چندجمله ایهای چبی شف را برای تقریب متغیرهای وضعیت و کنترل به کار بردند . در این روش سیستمهای دینامیکی با شرایط مرزی و تابعی معیار تبدیل به یک معادله جبری ساده با ضرایب مجهول می شود و روش اکسترمم مقید ، با معرفی ضرایب لاگرانژ مجهول در ترکیب عطفی با معادلات مقید ، در آن به کار می رود .

الگیندی در [23] یک روش متناوب برای حل مسأله نوسانگرخطی و دافینگ کنترلی ارائه داده است . این تقریب بر اساس روش الگیندی در [22] است و با یک تقریب از چبی شف برای مشتقات مرتبه بالاتر و تقریبهای تولید شده برای مشتقات از مرتبه

پائینتر شروع می شود و با انتگرالگیری متوالی ، سیستمهای دینامیکی را به سیستمی از معادلات جبری با ضرائب مجهول تبدیل می کند .

هدف از این رساله ارائه یک روش محاسباتی متناوب برای حل نوسانگر خطی کنترلی است این تقریب روشی است طیفی که در آن متغیرهای وضعیت و کنترل را با چندجمله ایهای چبی شف تقریب زده ایم ، سپس با استفاده از رابطه صریح بین چندجمله ایهای چبی شف و مشتقات آن سیستم دینامیکی را به یک معادله جبری تبدیل کرده ایم ، هم چنین این رابطه را برای تقریب تابعی معیار نیز به کار برده ایم . در اینجا مسأله کنترل بهینه به مسأله بهینه سازی مقید پا رامتری تبدیل شده است که شامل مینیمم سازی تابعی معیار با وجود قید های جبری است [14] .

روشهای لاگرانژ ، روشهای تابع پنالتی (P.P.Q.I) و روش برنامه ریزی درجه دوم متوالی [7 , 8 , 24] الگوریتم های کارایی برای حل مسائل بهینه سازی مقید هستند ، در اینجا روش لاگرانژ [7] را در حل مسأله اکسترمم سازی مقید به کار برده ایم .

در فصل اول این رساله سیستم کنترل بهینه را معرفی می نمائیم ، در فصل دوم چندجمله ایهای چبی شف و خواص آنها را ارائه می دهیم و در فصل سوم حل مسأله کنترل بهینه را شرح می دهیم ،در بخش اول فصل سوم فرمولبندی ریاضی نوسانگر خطی کنترلی و نوسانگر دافینگ کنترلی را ارائه می دهیم . در بخش دوم قضایایی از ویژگیهای

انتگرالی و دیفرانسیلی چند جمله ایهای چبی شف را ارائه می دهیم ، در بخش سوم روش حل مسأله را شرح می دهیم و در بخش چهارم نتایج عددی و مقایسه ها را ارائه می دهیم .

فصل اول

معرفی

سیستم کنترل بهینه