بسم الله الرحمن الرحيم

١٢٩٨٨٦

دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه‌ی دکتری رشته‌ی فیزیک نظری

بررسی روش های کوانتش میدان الکترومغناطیسی و کاربردهای آن در ساختارهای نانو

استاد راهنما:

دکتر فردین خیر اندیش

۱۳۸۸/۱۰/۲۷

پژوهشگر:

مرتضی سلطانی

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
کتابخانه مرکزی

مهر ماه ۱۳۸۸

۱۲۹۸۸۶

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات،
ابتکارات و نوآوری هـای ناشـی از تحقیـق
موضوع این پایان نامه متعلق بـه دانـشگاه
اصفهان است.

شیوه نگارش پایان نامه
رعایت شده است
تحصیلات تکمیلی دانشگاه اصفهان

دانشگاه اصفهان

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه ی دکتری رشته ی فیزیک گرایش نظری آقای مرتضی سلطانی تحت عنوان

بررسی روشهای کوانتش میدان الکترومغناطیسی و کاربردهای آن در ساختارهای نانو

در تاریخ ۸۸/۷/۱۴ توسط هیأت داوران زیر بررسی و با درجه عالی به تصویب نهایی رسید.

۱- استاد راهنمای پایان نامه دکتر فردین خیراندش با مرتبه ی علمی دانشیار امضا

۲- استاد داور داخل گروه دکتر سید جواد اخترشناس با مرتبه ی علمی استادیار امضا

۳- استاد داور داخل گروه دکتر محمدحسین نادری با مرتبه ی علمی استادیار امضا

۴- استاد داور خارج از گروه دکتر رضا مطلوب با مرتبه ی علمی استاد امضا

۴- استاد داور خارج از گروه دکتر منصور حقیقت با مرتبه ی علمی دانشیار امضا

امضای مدیر گروه

گروه فیزیک
University of Isfahan
Department of Physics

سپاسگذاری

در ابتدا خداوند یکتا را سپاس می گویم که به انسان اندیشیدن را آموخت.

از زحمات بی دریغ و راهنمایی های ارزنده و بسیار هوشمندانه استاد راهنمای خود دکتر فردین خیراندیش کمال تشکر را دارم.

همچنین از آقایان دکتر سید جواد اختر شناس، دکتر محمد حسین نادری، دکتر رضا مطلوب و دکتر منصور حقیقت که زحمت داوری این پایان نامه را قبول کردند تشکر می کنم.

از دوستان بسیار عزیزم آقایان کیانی، محمدی، اقبالی، ربانی، باقری، عموقربان، برزنجه، شاهمیرزایی، لشکر بلوکی، موسوی، دارایی، آرمین و اسد خدادادی که همواره نسبت به من لطف اشته اند بسیار سپاسگذارم.

در نهایت از خانواده خود که همواره پشتیبان و مشوق من بوده اند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

تقدیم به خانواده مهربانم

که همواره به آنها افتخار می کنم

چکیده:

دراین پایان‌نامه به بررسی روش‌های کوانتش میدان الکترومغناطیس در حضور ماده می‌پردازیم. در ابتدا سه روش کوانتش میدان الکترومغناطیسی، روش هاتنر–بارنت، روش پدیده شناختی و روش جفت‌شدگی کمینه را مرور کرده و روش جفت‌شدگی کمینه را از روش هارتنر–بارنت استخراج می‌کنیم و نشان می‌دهیم که روش جفت‌شدگی کمینه تا یک تبدیل کانونیک با روش هارتنر–بارنت تفاوت دارد. پس از بررسی روش‌های کوانتش میدان در حضور مواد دی‌الکتریک توانستیم روش کوانتش هاتنر–بارنت را به مواد مگنتودی‌الکتریک همگن و همسانگرد تعمیم داده و نشان دادیم که برای این تعمیم باید به لاگرانژی هاتنر–بارنت یک بخش جدید مربوط به مغناطش اضافه کنیم که نتیجه‌ی آن دو دسته جملات نوفه مستقل می‌شود. در همین راستا توانستیم روش فانو که اساس روش هاتنر–بارنت است را برای موارد بیش از یک حمام تعمیم دهیم. در ادامه لاگرانژی جدیدی معرفی کردیم که قابلیت بررسی مواد مگنتودی‌الکتریک غیرهمگن ،غیرموضعی وغیرهمسانگرد را دارا می‌باشد. در این روش معادلات حرکت را با تکیک تابع گرین حل کرده و نشان دادیم که جملات نوفه به طور خود به خود وارد معادلات می‌شوند. پس از آن روش کوانتش به روش انتگرال مسیر را برای میدان‌های اتلافی بسط داده ونشان دادیم که تابعک مولد به این روش به طور دقیق قابل محاسبه است. با استفاده از تابعک مولد و چرخش ویک توانستیم نیروهای کازیمیر در حضور میدان‌های اتلافی را بررسی کنیم. نشان دادیم که اتلاف باعث کاهش نیروی کازیمیر می‌شود. مزیت روش جدید آن است که به‌وسیله‌ی آن می‌توان نیروهای عرضی کازمیر را محاسبه کرد. درآخر سعی کردیم ارتباط روش‌های کوانتش را با مواد نیمه‌رسانا خصوصا نانو ساختارهای نیمه‌رسانا بررسی کنیم ونشان دادیم که دو تفاوت اساسی کوانتش در حضور مواد خطی و نیمه‌رسانا وجود دارد که یکی مربوط به اثر پرشدگی فاز و خارج شدن برانگیختگی‌های نیمه‌رساناها از بوزونی و برهمکنش کولنی است که به عنوان یک پیشنهاد می‌توان، با تغییر شکل عملگرهای بوزونی بتوان نظریه میدان برای بررسی این گونه مواد استفاده کرد.

کلید واژه: کوانتش کانونیک، سیستم‌های اتلافی، مواد مگنتودی‌الکتریک پاشنده، کوانتش به روش انتگرال مسیر، نیروهای کازیمیر، خواص اپتیکی نیمه‌رساناها، ساختارهای نانو نیمه رسانا

فهرست مندرجات

۱ مروری بر روش‌های کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده ۱

۱.۱ مقدمه ۱

۲.۱ الگوی اساسی ۴

۳.۱ روش هاتنر–بارنت ۷

۴.۱ روش پدیده‌شناختی ۱۵

۵.۱ روش جفت‌شدگی کمینه ۱۹

۶.۱ اثبات هم‌ارزی روش جفت‌شدگی کمینه با دو روش دیگر ۲۳

۱.۶.۱ استخراج هامیلتونی جفت‌شدگی کمینه از لاگرانژی هاتنر–بارنت ۲۴

۲.۶.۱ مقایسه جواب‌های روش جفت‌شدگی کمینه با جواب‌های روش‌های دیگر . . . ۲۷

۲ تعمیم روش هاتنر–بارنت به ماده‌ی مغناطودی‌الکتریک ۳۱

۱.۲ مقدمه ۳۱

۲.۲ تعمیم روش هاتنر–بارنت به ماده‌ی مغناطودی‌الکتریک ۳۲

۳.۲ قطری‌سازی هامیلتونی به روش فانو ۳۸

۴.۲ نتیجه‌گیری ۴۴

۳ رهیافت کانونیک برای کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده‌ی مغناطودی‌الکتریک ۴۶

۱.۳ مقدمه ۴۶

۲.۳ الگوی اساسی ۴۷

۳.۳ مثال‌ها ۵۵

۳.۳–۱ مثال ۱: محیط مغناطودی‌الکتریک همگن و همسانگرد ۵۵

۳.۳–۲ مثال ۲: محیط مغناطودی‌الکتریک غیرهمگن ۵۷

۳.۳–۳ مثال ۳: محیط مغناطودی‌الکتریک همگن غیرموضعی ۵۸

۳.۳–۴ مثال ۴: محیط مغناطودی‌الکتریک ناهمگن و ناهمسانگرد ۶۰

۴.۳ نتیجه‌گیری ۶۱

۴ نیروی کازیمیر و میدان اسکالر در حضور محیط اتلافی ۶۲

۱.۴ پیش‌گفتار ۶۲

۲.۴ کوانتش میدان به‌روش انتگرال مسیر ۶۴

۳.۴ محاسبه‌ی نیروی کازیمیر ۷۰
۳.۴–۱ نیروی کازیمیر برای میدان کلین–گوردن یک بعدی ۷۲
۳.۴–۲ نیروی کازیمیر برای میدان کلین–گوردون سه بعدی ۷۴

۴.۴ نتیجه گیری ۷۵

۵ کاربردهای کوانتش میدان در بررسی ساختارهای نانو ۷۶

۱.۵ مقدمه ۷۶

۲.۵ الگوسازی برهم‌کنش نور با نیمه‌رسانا ۷۹

۳.۵ فرآیند قطع کنترل شده‌ی دینامیکی ۸۱

۴.۵ تعمیم روش پدیده‌شناختی برای ماده‌ی غیرخطی ۸۳

۵.۵ بررسی پراکندگی فوق رامان ۸۶

۶.۵ چاه کوانتومی نیمه‌رسانا در یک میکروکاواک ۸۸

۷.۵ محاسبه‌ی فرآیندهای همدوس غیرخطی تا مرتبه‌ی سه ۹۰

۸.۵ فرآیندهای غیرهمدوس و محاسبه‌ی نوفه با استفاده از رهیافت لانژون ناترازمند ۹۴

۹.۵ بررسی خاصیت‌های کوانتومی نور حاصل از کاواک ۹۶

۱۰.۵ نتیجه‌گیری ۹۸

٦ جمع‌بندی نهایی ۱۰۰

برون‌دادهای پایان‌نامه:

الف) مقاله‌های چاپ شده در مجلات معتبر خارجی:

1- Fardin Kheirandish and Morteza Soltani, "Extension of the Huttner-Barnett model to a magnetodielectric medium," Phys. Rev. A,78 012102 (2008)

2- F. Kheirandish, M. Amooshahi and M. Soltani, "A canonical approach to electromagnetic field quantization in a nonhomogeneous and anisotropic magnetodielectric medium," J. Phys. B

الف) مقاله‌های در دست تهیه:

1-Fardin Kheirandish1 and Morteza Soltani (Casimir effect for a dissipative Klein-Gordon field)

2- Fardin Kheirandish, Majid Amooshahi and Morteza Soltani (Equivalent approaches to electromagnetic field quantization in a linear dielectric)

ج) مقاله‌های چاپ شده در کنفرانس‌های داخلی:

۲– «کوانتش میدان در حضور مواد مغناطودی‌الکتریک غیرهمسانگرد غیرموضعی خطی »، کنفرانس سالانه فوتونیک ۱۳۸۷، دانشگاه اصفهان

پیش گفتار

یکی از مهم‌ترین مباحث فیزیک، برهم‌کنش نور با ماده است که از دیدگاه‌های مختلفی بررسی می‌شود. دیدگاه اول کاملاً کلاسیکی است که در آن ماده و میدان الکترومغناطیسی به‌صورت کلاسیکی بررسی می‌شود که نمونه‌ی آن بررسی آنتن‌ها است [۱]. دیدگاه دوم دیدگاه نیمه‌کلاسیکی است که در آن ماده به‌صورت کوانتومی ولی میدان تابشی به‌صورت کلاسیک بررسی می‌شود که نمونه‌ی آن نظریه نیمه‌کلاسیک لیزرها است [۲]. دیدگاه سوم دیدگاه کاملاً کوانتومی است که در آن هم نور و هم ماده به‌صورت کوانتومی در نظر گرفته می‌شود. نظریه‌ی کوانتومی لیزرها نمونه‌ای از این دیدگاه به‌شمار می‌آید. در دیدگاه چهارم، که اصطلاحاً به آن کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده گفته می‌شود، ماده با یک دسته پارامترهای ماکروسکوپیک کلاسیک و میدان تابشی به‌صورت کوانتومی توصیف می‌شود. بحث اساسی این پایان‌نامه در مورد دیدگاه چهارم است. البته در بعضی موارد دیدگاه‌های سوم و چهارم به‌طور هم‌زمان در توصیف برهم‌کنش ماده با تابش الکترومغناطیسی به‌کار گرفته می‌شوند که در ادامه به توضیح در مورد آن خواهیم پرداخت.

اهمیت کوانتش میدان تابشی در حضور ماده را می‌توان در دو زمینه جستجو کرد:

۱ — بررسی اثرهای کوانتومی میدان خلأ: اثر کازیمیر، تابش خودبه‌خود اتم و نیروهای واندروالس از جمله اثرهای کوانتومی خلأ الکترومغناطیسی هستند. این اثرها از افت‌وخیزهای میدان الکترومغناطیسی خلأ ناشی می‌شوند. حضور ماده می‌تواند بر روی این افت‌وخیزها اثر بگذارد. بنابراین بررسی این اثرها در حضور یک ماده با ویژگی‌های مغناطودی‌الکتریک، نیاز به یک نظریه برای کوانتش میدان در حضور ماده‌ی مغناطودی‌الکتریک دارد.

۲ — بررسی ویژگی‌های آمار کوانتومی نورهای غیرکلاسیک: با توجه به نظریه‌های اپتیک کوانتومی برخی حالت‌های نور همتای کلاسیک ندارند که نمونه‌های آن، حالت‌های تک‌فوتونی یا حالت‌های چلانده هستند. در بررسی ویژگی‌های آمار کوانتومی چنین حالت‌هایی لازم است میدان الکترومغناطیسی در هر شرایطی مانند حضور ماده دی‌الکتریک کوانتیده شود.

پیش از آن‌که در مورد کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده بحث کنیم، برای روشن شدن موضوع کوانتش میدان در خلأ را یادآوری می‌کنیم. کوانتش میدان الکترومغناطیسی در خلأ معمولاً به شکل استاندارد کانونیک صورت می‌گیرد. در این مورد، با استفاده از لاگرانژی میدان الکترومغناطیسی تکانه‌ی همیوغ و سپس

هامیلتونی میدان به‌دست می‌آید. کوانتش با برقراری رابطه‌های جابه‌جایی بین هر متغیر و تکانه‌ی همیوغ کانونیک آن صورت می‌گیرد. به همین دلیل این روش، کوانتش کانونیک نامیده می‌شود. یکی از نتایج مهم کوانتش میدان الکترومغناطیسی آن است که می‌توان میدان را به‌عنوان مجموعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ مستقل توصیف کرد. در واقع هر نوسانگر هم‌ارز با یک مد میدان است و کوانتوم‌های برانگیختگی این نوسانگرها همان فوتون‌ها هستند. مهم‌ترین معیار برای آزمون درستی کوانتش بر طبق اصل تطابق این است که معادله‌های هایزنبرگ منجر به معادله‌های ماکسول برای عملگرهای میدان شود.

برای بررسی کوانتش در حضور محیط‌های مادی با ویژگی‌های مگنتودی‌الکتریک باید پس از کوانتش، معادله‌های هایزنبرگ منجر به معادله‌های ماکسول در حضور این مواد شوند. اولین تلاش برای کوانتش میدان در حضور یک دی‌الکتریک غیرپاشنده توسط گلابر صورت گرفت [۱۵]. گلابر لاگرانژی جدیدی را برای میدان الکترومغناطیسی درحضور ماده نوشت که معادله‌های هایزنبرگ حاصل از آن به معادله‌های ماکسول در حضور مواد دی‌الکتریک منجر شد. وی کوانتش میدان را در پیمانه‌ی جدید $\nabla.\epsilon(\vec{r})\vec{A}(\vec{r}) = 0$ انجام داد و نشان داد در این پیمانه هم می‌توان مجموعه‌ی مدهای میدان را به‌عنوان مجوعه‌ای از نوسانگرهای هماهنگ مستقل توصیف کرد. او در این کار نشان داد که حضور ماده بر تابش خودبه‌خود اتم مؤثر است.

پس از این کار سعی شد روش گلابر برای مواد دی‌الکتریک پاشنده تعمیم داده شود ولی بعدها ثابت شد که به‌خاطر اتلافی بودن چنین محیط‌هایی نمی‌توان لاگرانژی بسته‌ای برای میدان الکترومغناطیسی در حضور مواد پاشنده نوشت. زیرا بر اساس معادله‌های کرامرز–کرونیگ، هر محیط پاشنده از خود ویژگی‌های جذب (اتلافی) نشان می‌دهد و از طرفی به‌خاطر نقض اصل عدم قطعیت نمی‌توان از یک لاگرانژی بسته برای توصیف یک سامانه‌ی اتلافی استفاده کرد. پس باید یک اتلافگر به سامانه اضافه کرد که نقش آن جذب انرژی از سامانه است.

با توجه به این موضوع، هاتنر و بارنت [۳] برای اولین بار توانستند لاگرانژیی برای محیط ارائه دهند که براساس آن، معادله‌های هایزنبرگ منجر به معادله‌های ماکسول شوند. نکته‌ی جدیدی که در فرمولبندی آن‌ها ظاهر شده بود، اضافه شدن نوفه‌هایی به قطبش محیط بود که براساس قضیه افت‌وخیز–اتلاف [۲۱] باید در نظریه ظاهر شود.

بعدها لاؤدن، مطلوب، ولش و همکاران [۵]– [۸] رهیافت دیگری برای کوانتش میدان در حضور مواد

پاشنده ارائه کردند. در این روش، آن‌ها از معادله‌های ماکسول کوانتومی به عنوان اصل موضوع استفاده کردند و تحول‌های زمانی را با استفاده از تابع‌گرین معادله‌های ماکسول به‌دست آوردند. در این روش که به روش پدیده‌شناختی موسوم است به معادله‌های ماکسول پس از کوانتش جمله‌های نوفه‌ای اضافه می‌شوند. در واقع رهیافت آن‌ها به‌نحوی تعمیم معادله‌های لانژون است.

به‌تازگی عموشاهی و خیراندیش [۹]–[۱۱] نیز با الهام از اتلاف انرژی یک ذره‌ی باردار به‌خاطر جفت‌شدگی کمینه با میدان الکترومغناطیسی سازوکار جدیدی برای اتلاف معرفی کرده و با تعمیم آن هامیلتونی برای توصیف کوانتش میدان در حضور مواد دی‌الکتریک معرفی کردند.

البته روش‌های دیگری نیز برای کوانتش وجود دارد که نمونه‌ی از آن استفاده از میدان‌های کمکی است [۲۵، ۲۶] که در این پژوهش به آن نمی‌پردازیم.

ما در این پژوهش با دو رویکرد مختلف به بررسی مسئله کوانتش میدان می‌پردازیم:

در رویکرد اول سه روش کوانتش مرور می‌شود و ارتباط بین رهیافت‌های گوناگون به‌خصوص ارتباط روش جفت‌شدگی کمینه با دو روش دیگر مورد بررسی قرار می‌گیرد. پس از آن، روش کوانتش هاتنر–بارنت به مواد مغناطودی‌الکتریک تعمیم داده می‌شود.

یکی از ضعف‌های روش هاتنر–بارنت مربوط به محدود بودن این روش است. در واقع این روش تنها برای مواد مغناطودی‌الکتریک همگن و همسانگرد کارایی دارد. در این پژوهش روش جدیدی برای حل معادله‌های حرکت هایزنبرگ معرفی می‌شود. در کلی‌ترین حالت، کوانتش در حضور مواد مغناطودی‌الکتریک انجام می‌شود. علاوه بر این کوانتش میدان در حضور یک دی‌الکتریک پاشنده روش انتگرال میسر نیز به‌کار گرفته می‌شود. به‌عنوان کاربردی از کوانتش میدان به روش انتگرال مسیر به محاسبه‌ی نیروی کازیمیر در حضور یک ماده اتلافی خواهیم پرداخت. در رویکرد دوم، ارتباط کوانتش با مسئله‌های واقعی مانند نانوساختارهای نیمه‌رسانا مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بررسی این مسئله ابتدا برهم‌کنش نور کوانتومی با یک نیمه‌رسانا کپه‌ای بررسی و نشان داده می‌شود که در یک نیمه‌رسانای واقعی، حضور اثرهایی مانند پرشدگی فضای فاز [۱] و برهم‌کنش کولنی باعث تفاوت‌هایی بین این‌گونه مواد با مواد الگوسازی شده در رهیافت کوانتش هاتنر–بارنت می‌شود. مهم‌ترین اثر موارد ذکر شده بروز ویژگی‌های غیرخطی در محیط است که اگر از این اثرهای غیرخطی صرف‌نظر کنیم نتیجه‌ی

[۱] Phase-space filling

به‌دست آمده با نتیجه‌ی حاصل از روش هاتنر–بارنت سازگار است. با توجه به این مسئله می‌توان از الگوی نیمه‌رساناها برای نقطه‌ی شروع کوانتش درحضور مواد غیرخطی استفاده کرد. یکی از اثرهای کوانتش میدان در حضور نیمه‌رسانا اثر فوق رامان [۲] است که برخاسته از غیرخطی بودن محیط تا مرتبه‌ی سوم است که در این پژوهش مورد بررسی قرار می‌گیرد.

در این پژوهش ویژگی‌های کوانتومی نور حاصل از یک چاه کوانتومی در داخل یک کاواک مزوسکوپیک بررسی و نشان داده می‌شود که کوانتش چنین مسئله‌های به‌طور ذاتی با مسئله‌های کوانتش میدان در یک محیط ماکروسکوپیک، به‌خاطر کوچک بودن ابعاد سامانه، متفاوت است و نمی‌توان اتلاف را به شکل پدیده‌شناختی با توجه به کمیت‌های ماکروسکوپیک نوشت و باید عوامل اتلاف را به‌صورت میکروسکوپیک به مسئله اضافه شود. علاوه بر این، وجود کاواک باعث افزایش قدرت برهم‌کنش مدهای کاواک با سامانه‌ی نانو می‌شود. همچنین به‌خاطر آن‌که برانگیختگی‌های محیط که همان اکسیتون‌ها هستند در یک جهت کوانتیده می‌شوند، دیگر نیاز ی به برقراری اصل بقای تکانه در راستای عمودی نیست که خود باعث افزایش جفت‌شدگی نور با اکسیتون‌ها می‌شود.این موارد باعث می‌شود که فرآیندهای همدوس — که عامل اصلی غیرخطی بودن یک محیط است — بر فرآیندهای غیرهمدوس محیط غلبه کنند. به عبارتی، زمان مشخصه‌ی فرآیندهای همدوس مانند نوسانات رابی مربوط به اکسیتون‌ها بزرگ‌تر از زمان واهمدوسی عامل‌هایی مانند فونون‌ها باشد. همین مسئله باعث می‌شود که این سامانه‌ها برای تولید حالت‌های غیرکلاسیک با استفاده از خاصیت‌های غیرخطی محیط مهم باشند که نمونه‌ی آن تولید پارامتریک فوتون است.

در پایان به‌طور مختصر به ساختار پایان‌نامه اشاره می‌کنیم. ابتدا در فصل اول روش‌های کوانتش را بررسی می‌کنیم و ارتباط روش جفت‌شدگی کمینه با روش‌های دیگر را به‌دست می‌آوریم. در فصل دوم روش هاتنر–بارنت را به محیط مغناطودی‌الکتریک تعمیم می‌دهیم و آن‌را برای بررسی حالت‌های پیچیده‌تر شامل دو اتلافگر استفاده می‌کنیم. در فصل سوم کلی‌ترین لاگرانژی ممکن برای یک محیط مغناطودی‌الکتریک خطی با ویژگی‌های دلخواه را ارائه می‌کنیم و با روش جدید معادله‌های حرکت را به‌دست می‌آوریم. در فصل چهارم کوانتش میدان در حضور محیط اتلافی را با استفاده از روش انتگرال مسیر معرفی می‌کنیم و آن‌را برای محاسبه‌ی نیروی کازیمیر در یک محیط اتلافی به‌کار می‌بندیم. سرانجام در فصل پنجم به بررسی ارتباط کوانتش میدان با خاصیت‌های اپتیک کوانتومی نانوساختارهای نیمه‌رسانا می‌پردازیم و در این رهگذر ایده‌های جدیدی را در این

[۲] Hyper Raman effect

زمینه معرفی می‌کنیم.

فصل ۱

مروری بر روش‌های کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده

۱.۱ مقدمه

یکی از پیامدهای مهم کوانتش میدان الکترومغناطیسی تناظر هر یک از مدهای آن با یک نوسانگر هماهنگ کوانتومی است [۱۲، ۲]. این کار با معرفی مکان و تکانه‌ی تعمیم یافته برای هر مد حاصل می‌شود که با بر قراری رابطه‌های جابه‌جایی همزمان بین آن‌ها کوانتش صورت می‌گیرد. این روش کوانتش به نام کوانتش کانونیک شهرت دارد و بر پایه‌ی یک لاگرانژی بنا نهاده می‌شود. این روش را می‌توان به محیط‌های غیرپاشنده نیز تعمیم داد. زیرا برای محیط‌های غیرپاشنده باز می‌توان لاگرانژی‌ای معرفی کرد که منجر به معادله‌های ماکسول در حضور مواد غیرپاشنده شود. با شیوه‌ای مشابه حالت خلأ، با بر قراری پیمانه‌ی کولن تعمیم یافته $\nabla.\varepsilon(\vec{r})\vec{A}(\vec{r}) = 0$ که در آن ε پذیرفتاری محیط است می‌توان ویژه مدهای میدان الکترومغناطیسی را محاسبه کرد و کوانتش را همانند حالت خلأ انجام داد [۱۵].

در حضور مواد پاشنده کوانتش میدان الکترومغناطیسی پیچیده‌تر می‌شود زیرا بر اساس رابطه‌های

کرامرز–کرونیگ [۱]

$$Re\chi(\omega) = P\int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{Im\chi(v)}{v-\omega}, \quad ; \quad Im\chi(\omega) = P\int_{-\infty}^{+\infty} dv \frac{Re\chi(v)}{v-\omega}, \tag{۱.۱}$$

که سازگار با اصل علیت است، در واقع هر ماده‌ی پاشنده از خود ویژگی‌های اتلافی نیز نشان می‌دهد [۱۶]. تلاش‌های اولیه برای کوانتش میدان با معرفی لاگرانژی‌ای که منجر به معادله‌های ماکسول شود، موفقیت‌آمیز نبود زیرا مسئله منجر به یک لاگرانژی ناجایگزیده می‌شد که خود برخاسته از اتلافی بودن محیط است. برای روشن شدن موضوع بهتر است که نوسانگر هماهنگ اتلافی ساده را به‌دقت بررسی کنیم. معادله‌ی حرکت یک نوسانگر ساده‌ی میرای کلاسیک به‌صورت زیر است

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^2 x + \gamma\frac{dx}{dt} = 0, \tag{۲.۱}$$

که در آن، ω_0 بسامد نوسان ازاد و γ ضریب میرایی نوسانگر است. می‌توان با معرفی هامیلتونی وابسته به زمان و در نظر گرفتن مکان و تکانه به عنوان عملگر، نوسانگر اتلافی را کوانتیده کرد. جواب‌هایی که از این هامیلتونی به‌دست می‌آید در رابطه‌ی جابجایی زیر صدق می‌کند

$$[x(t), \dot{x}(t)] = \frac{i\hbar}{m}e^{-\gamma t}. \tag{۳.۱}$$

همان‌طور که ملاحظه می‌شود پس از گذشت زمان طولانی $(t \to \infty)$ حاصل جابجاگر ۳.۱ به سمت صفر میل می‌کند و بدین‌سان رابطه‌ی جابه‌جایی کوانتومی نقض می‌شود. برای رفع این مشکل پس از کوانتش، یک جمله‌ی نوفه[۲] به رابطه‌ی ۲.۱ اضافه می‌کنیم. رابطه‌ی حاصل به رابطه‌ی لانژون[۳] کوانتومی مشهور است [۱۸]–[۲۰]. جمله‌های نوفه‌ای که در رابطه مذکور ظاهر می‌شود برای آن‌که رابطه‌های جابه‌جایی را حفظ کنند باید در رابطه‌های جابه‌جایی ویژه‌ای صدق کنند. برای روشن شدن موضوع تحول زمانی عملگرهای فنای مربوط به معادله‌ی لانژون نوسانگر اتلافی در رابطه زیر صدق می‌کند

$$\dot{\hat{a}} = -(i\omega + \frac{1}{2}\gamma)\hat{a} + \hat{f}(t), \tag{۴.۱}$$

که در این رابطه $\hat{f}(t)$ عملگر نوفه است که در روابط جابجایی زیر صدق می‌کند

$$[\hat{f}(t_1), \hat{f}^\dagger(t_2)]e^{i\omega(t_1-t_2)} = \gamma\delta(t_1 - t_2),$$

[۱] Kramers – Kronig

[۲] noise

[۳] *Langevin*

$$[\hat{a}(t_1), \hat{f}^\dagger(t_2)]e^{i\omega(t_1-t_2)} = 0,$$

$$[\hat{a}(t_1), \hat{a}^\dagger(t_2)]e^{i\omega(t_1-t_2)} = 1. \qquad (۵.۱)$$

روابط جابجایی بالا روابط جابجایی بین عملگرهای خلق و فنای یک نوسانگر هماهنگ اتلافی را در هر لحظه ثابت نگه می دارد. با توجه به رابطه جابجایی بین عملگرهای نوفه می‌توان نشان داد که اگر مقدار چشم‌داشتی نوفه برابر صفر باشد آن‌گاه مقدار چشم‌داشتی مرتبه‌ی دو نوفه، متناسب با ضریب اتلاف است. چون تفاضل مقدار چشم‌داشتی نوفه و مرتبه‌ی دو نوفه همان افت‌وخیز نوفه است پس مشاهده می‌شود که اتلاف سامانه باعث اضافه شدن جمله‌های نوفه‌ای شود که افت‌وخیز آن متناسب با ضریب اتلاف است. این رابطه، اساس قضیه‌ی افت‌وخیز–اتلاف [۴] است [۲۱].

روش دیگری که برای بررسی یک نوسانگر اتلافی مطرح شده است، مدل کالدیرا–لگت[۵] است که در آن برای اضافه کردن اتلاف به یک نوسانگر هماهنگ ساده به لاگرانژی سامانه یک بخش جدید اضافه می‌شود که به آن لاگرانژی اتلافگر گفته می‌شود [۲۲، ۲۳]. در چنین الگوهایی معمولاً اتلافگر را به‌صورت یک دسته نوسانگر هماهنگ ساده در نظر می‌گیرند. معادله‌های هایزنبرگی که بر اساس این لاگرانژی نوشته می‌شود رابطه‌های یک نوسانگر اتلافی است که در آن جمله‌های نوفه به‌طور خودسازگار وارد می‌شود. چون این الگو بر پایه‌ی یک لاگرانژی نوشته می‌شود، می‌توان این الگو را پایه‌ی یک الگو کانونیک در نظر گرفت [۱۷].

بر اساس این دو دیدگاه موجود برای یک نوسانگر هماهنگ ساده و با توجه به این‌که میدان الکترومغناطیسی را می‌توان با یک مجموعه از نوسانگرهای هماهنگ ساده شبیه‌سازی کرد، دو دسته روش هم‌ارز ولی متفاوت برای کوانتش میدان الکترومغناطیسی در حضور ماده‌ی پاشنده ارائه شده است. یکی از این روش‌ها روش کانونیک هاتنر–بارنت[۶] [۳، ۴] و دیگری روش پدیده‌شناختی است[۷] [۵] – [۸].

روش هاتنر–بارنت از این جهت که یک لاگرانژی برای اتلافگر به مسئله اضافه می‌کند به‌عنوان تعمیمی از مدل کالدیرا–لگت در نظر گرفته می‌شود. یکی از مهم‌ترین مزیت‌های این روش، کانونیک بودن آن است. روش پدیده‌شناختی بر پایه‌ی قضیه‌ی افت‌وخیز–اتلاف بنا نهاده شده است و می‌توان این روش را تعمیمی از رابطه‌ی لانژون کوانتومی دانست.

---

[۴] dissipation – fluctuation

[۵] Caldeira – Leggett

[۶] Huttner – Barnett

[۷] phenomenological