دانشکده فیزیک

گروه نظری و اختر فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فیزیک - نظری

عنوان

الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی با زمان پیوسته

استاد راهنما

دکتر رحیمه صوفیانی

استاد مشاور

دکتر نقی بهزادی عین

پژوهشگر

نادر بهاری

تیر ۹۱

بسم الله الرحمن الرحيم

تقدیر و تشکر

خدای خوبم ... پروردگارم ... مهربانم ... شکرگزارم همه‌ی لحظات خوشی را که برایم رقم زده‌ای. شاکرم تمام لحظاتی که به مذاقم دشوار است اما می‌دانم که مرحله‌ای است برای تعالی من ... شکرگزارم برای صبری که در پذیرفتن این لحظات به من عطا می‌کنی ... خوب من ... ممنونم از آنچه سر راهم قرار می‌دهی تا ببینم و بشنوم و بخواهم. ممنونم از همه آنچه که برایم می‌خواهی و همه آنچه از خواسته‌ام که با همه بزرگی و محبتت اجابت می‌کنی. تو را ستایش می‌کنم و سپاس می‌گویم برای توجه و عنایتی که به ما داری و برای پنجره‌های تازه‌ای که به سوی ما و زندگیمان می‌گشایی. می‌دانم که شکرگزاری من هیچ‌گاه شایسته عنایات و نعمت‌های بیکران تو نخواهد بود ... اما باز تو را شکرگزارم که شکرگزاریت را بر زبانم جاری می‌سازی و باز شاکرم که زبانی به من دادی تا وسیله‌ای برای شکرگزاریت شود ... مرا یاری کن تا همواره شکرگزار باشم ... آمین.

شایسته است از استاد فرهیخته و فرزانه خانم دکتر رحیمه صوفیانی که در مقام استاد راهنما این پایان‌نامه همچون خورشیدی فروزان، سرزمین دل را روشنی بخشیدند و گلشن سرای علم و دانش را با فرامین زیبای خود بارور ساختند، تقدیر و تشکر نمایم.

همچنین از جناب آقای دکتر نقی بهزادی عین که در جایگاه استاد مشاور مرا در انجام این پروژه یاری و همراهی نموده‌اند نهایت تشکر و قدردانی را دارم.

و بوسه می‌زنم بر دستان خداوندگاران مهر و مهربانی، پدر و مادر عزیزم و بعد از خدا، ستایش می‌کنم وجود مقدسشان را به پاس عاطفه‌ی سرشار و گرمای امید بخش وجودشان که در این سردترین روزگاران بهترین پشتیبانان من بوده‌اند.

نام خانوادگی دانشجو : بهاری **نام :** نادر

عنوان پایان‌نامه: الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی با زمان پیوسته

استاد راهنما: دکتر رحیمه صوفیانی

استاد مشاور: دکتر نقی بهزادی عین

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد **رشته:** فیزیک **گرایش:** نظری **دانشگاه:** تبریز

دانشکده: فیزیک **تاریخ فارغ‌التحصیلی:** تیر ماه ۱۳۹۱ **تعداد صفحه:** ۷۵

کلید واژه‌ها: جستجوی کوانتومی-پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی- روش توزیع طیفی – روش لایه‌بندی – تحول آدیاباتیک کوانتومی – نظریه گراف

چکیده

محاسبات کوانتومی یک روش جدید و کارآمد در سرعت دادن به محاسبات با استفاده از الگوریتم‌های کوانتومی می‌باشند. در این بین الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی با زمان پیوسته جایگاه خاصی در محاسبات کوانتومی دارند. ما در این پایان نامه ابتدا به بررسی الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی با زمان پیوسته بر روی داده‌های بدون ساختار پرداخته و گاف انرژی و زمان جستجو را بدست آورده‌ایم. سپس با استفاده از روش‌های ریاضی از قبیل نظریه گراف ، لایه‌بندی در گراف‌ها و روش توزیع طیفی الگوریتم جدید برای بدست آوردن زمان جستجو برای حالت‌های با ساختار را معرفی کرده‌ایم، و در ادامه با ارائه چندین مثال به نحوه عملکرد این الگوریتم پرداخته‌ایم. در بخش های بعدی جستجوی کوانتومی را با رویکرد تحول هامیلتونی سیستم به‌صورت آدیاباتیک موضعی پیگیری کرده‌ایم.

فهرست مطالب

فصل اول (بررسی منابع)

۱-۱- مقدمه..... ۲

۱-۲- پیدایش الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی در بین داده‌های بدون ساختار..... ۳

۱-۳- الگوریتم جستجوی کوانتومی با استفاده از پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی..... ۵

۱-۴- الگوریتم جستجوی کوانتومی با رویکرد تحول آدیاباتیک هامیلتونی..... ۶

۱-۵- جستجوی کوانتومی در بین داده‌های با ساختار..... ۱۱

فصل دوم (مواد و روش‌ها)

۲-۱- مقدمه..... ۱۴

۲-۲- تئوری گراف‌ها، ماتریس همسایگی و تکنیک لایه‌بندی..... ۱۴

۲-۲-۱- گراف، ماتریس همسایگی و لایه‌بندی نظیر آن..... ۱۴

۲-۳- گراف فاصله منظم و روش توزیع طیفی..... ۱۷

۲-۴- پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی با زمان پیوسته..... ۲۰

۲-۵- تحول هامیلتونی با زمان پیوسته با رویکرد آدیاباتیکی..... ۲۲

فصل سوم (بحث و نتایج)

۳-۱- مقدمه..... ۲۷

۳-۲- جستجو در بین داده‌های بدون ساختار..... ۲۷

۳-۳- الگوریتم بدست آوردن زمان جستجو در بین داده‌های با ساختار..... ۳۴

۳-۴- مثال‌هایی از حالت‌های با ساختار..... ۳۹

۳-۴-۱ جستجو بر روي ابر مکعب..... ۳۹

۳-۴-۲ جستجو بر روي گراف m بخشی..... ۴۳

۳-۴-۳ جستجو بر روي گراف تاج..... ۴۷

۳-۴-۴ جستجو بر روی گراف گروهی دی‌هدرال..... ۵۱

۳-۵- جستجو در بین داده‌های بدون ساختار با تحول سیستم به‌صورت آدیاباتیک موضعی..... ۵۵

۳-۶- جستجو در بین داده‌های با ساختار با تحول سیستم به‌صورت آدیاباتیک موضعی..... ۵۸

۳-۷- مثال‌هایی از حالت‌های با ساختار با رویکرد آدیاباتیک..... ۵۹

۳-۷-۱ گراف m بخشی..... ۵۹

۳-۷-۲ گراف تاج..... ۶۰

۳-۷-۳ گراف گروهی دی‌هدرال..... ۶۱

۳-۸- نتیجه‌گیری..... ۶۳

۳-۹- پیشنهادات..... ۶۳

منابع و مآخذ..... ۶۴

پیوست..... ۶۸

فصل اول:

بررسی منابع

۱-۱ مقدمه

محاسبات کوانتومی یک روش جدید و کارآمد در سرعت دادن به محاسبات با استفاده از پدیده‌های مهمی از قبیل برهم‌نهی[۱] ، تداخل[۲] ، عدم‌موجبیت[۳] ، ناجایگزیدگی[۴] و تکثیرناپذیری[۵] ارائه می‌کند. و الگوریتم‌های کوانتومی ابزار کار برای این نوع محاسبات می‌باشند که با پیدایش محاسبات کوانتومی به عنوان زیر شاخه آن مورد توجه قرار گرفته‌اند که در تبدیل زمان محاسبات از نوع نمائی به چند جمله‌ای دارای اهمیت فراوان در محاسبات کوانتومی می‌باشند.

ما در این فصل به سیر تاریخی روند توسعه الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی از ابتدا تا به حال پرداخته‌ایم. و منابع مهم در این مورد را به بخش‌های زیر تقسیم کرده‌ایم.

ابتدا در بخش ۱-۲ به نحوه پیدایش الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی در بین داده‌های بدون ساختار پرداخته‌ایم. سپس در بخش ۱-۳ منابع مربوط به الگوریتم‌های پیوسته بر پایه حرکت کاتوره‌ای کوانتومی و روند توسعه آنها را بررسی می‌کنیم. و در بخش ۱-۴ الگوریتم‌های کوانتومی بر پایه تحول هامیلتونی با رویکرد آدیاباتیک را بررسی خواهیم کرد و در بخش ۱-۵ الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی بر پایه تحول آدیاباتیک بر روی داده‌های با ساختار را بررسی می‌کنیم.

---

[۱] Super Position

[۲] Entanglement

[۳] Non Determinism

[۴] Non Locality

[۵] Non Clonability

۲-۱ پیدایش الگوریتم‌های جستجوی کوانتومی در بین داده‌های بدون ساختار

می‌توان مبدأ پیدایش الگوریتم‌های کوانتومی را به کارهای ارزشمند ریچارد فاینمن[۱] در سال ۱۹۸۲ با ارائه‌ی تئوری محاسبه کوانتومی در نظر گرفت. که در مرجع [۱] ارائه شده است. ایشان با وارد کردن ایده‌ی محاسبات از دنیای دیجیتال به دنیای کوانتوم با ارائه‌ی این فرض که در یک سیستم کوانتومی n ذره‌ای به علت زیاد بودن متغییرها کامپیوترهای معمولی با الگوریتم‌های کلاسیکی قادر به حل آن نیستند تحول عظیمی را در دنیای محاسبات به وجود آورد. به دنبال آن دوچ[۲] در سال ۱۹۸۵ با ارائه‌ی یک مدل کاملا کوانتومی برای محاسبه و توصیف یک کامپیوتر کوانتومی زمینه و پایه محکم در نظریه محاسبات کوانتومی ایجاد کرد. که به الگوریتم دوچ معروف است. [۲] بعدها ایده محاسبات کوانتومی با یک وقفه طولانی توسط پیتر شور[۳] [۳] دنبال شد، و او نخستین گام را برای محقق کردن این آرزو در سال ۱۹۹۴ با ارائه الگوریتم کوانتومی که برای تجزیه اعداد صحیح در زمان چند جمله‌ای در مقابل کامپیوترهای کلاسیکی که زمان محاسبه بوسیله آنها از نوع نمائی بود برداشت. بعدها بهینه بودن آن در سال ۲۰۰۳ توسط لاورنس[۴] اثبات شد. [۴] قدرت محاسبات کوانتومی با محاسباتی که توسط الگوریتم شور در رمزنگاری[۵] RAS که بر مبنای تجزیه اعداد صحیح و فاکتور گیری انجام شد و با الگوریتم‌های کلاسیکی در رده محاسبات مشکل قرار گرفته بود روشن شد. که بعدها توسط افراد زیادی با جدیت مورد بررسی قرار گرفت که نتیجه این فعالیت‌ها منجر به ساخته شدن الگوریتم‌های کوانتومی دیگر گردید.

---

[۱] Richard Feynman

[۲] Deutsch

[۳] Peter W. Shor

[۴] Lawrence IP

[۵] Cryptosystem

از قبیل الگوریتم‌های دوچ-جوزا[۱] [۵]، سایمون[۲] [۶]، لگاریتم گسسته[۳] [۷،۳] کیتایف[۴] [۷]، مسئله زیر گروه نهان[۵] [۸،۹] که همه این‌ها حالت خاصی از الگوریتم زیر گروه نهان می‌باشند که بر مبنای تبدیل فوریه کوانتومی بسط داده شده‌اند. [۹،۱۳] در سال ۱۹۹۶ گروور[۶] برای اولین بار تحت مقاله‌ای به عنوان الگوریتم جستجوی یک سوزن در انبار کاه فصل جدیدی در محاسبات کوانتومی با سرعت ودقت بالا برحسب بسط دامنه آغاز کرد. [۱۰،۱۱] این الگوریتم طوری طراحی شده بود که در بین داده‌های بدون ساختار عمل جستجو در بین N داده را با استفاده هوشمندانه‌ای از اصل برهم‌نهی و توازی کوانتومی و امتحان چندین حالت به طور همزمان با تطبیق خصوصیات فازی با موفقیت انجام داده و تعداد دفعات باز خوانی تابع را برای یافتن داده هدف W به $O(\sqrt{N})$ تقلیل بدهد که برای N های بزرگ کاهش قابل ملاحظه‌ای است. بر پایه الگوریتم جستجوی گروور کارهای وسیعی انجام شده است. از جمله این کارها بهینه سازی الگوریتم گروور می‌باشد، زالکا[۷] [۱۲] طی مقاله‌ای در سال ۱۹۹۸ نشان داد که تعداد دفعات بازخوانی توسط هامیلتونی هدف (اوراکل[۸]) در الگوریتم گروور را می‌توان با اندازه گیری در طول محاسبات کاهش داده و به صورت بهینه درآورد. بایهم[۹] و همکارانش طی مقاله‌ای در سال ۱۹۹۹ الگوریتم جستجوی گروور را با توزیع دامنه اولیه مرکب داده‌ها به کار گرفتند و زمان جستجو برای بدست آوردن داده هدف را با استفاده ازمعادله خطی درجه اول بر اساس تحول دامنه داده مارک دار (هدف)

---

۱ Deutsch-Jozsa

۲ Simon

۳ Discrete Logarithm

۴ Kitaev

۵ Hidden Subgroup Problem

۶ L.K.grover

۷ Christof Zalka

۸ Oracle

۹ Eli Biham

و بقیه داده‌ها به صورت بهینه و با موفقیت بیشتر بدست آوردند. [۱۴]

در سال ۲۰۰۰ گالیندو[۱] و دلگادو[۲] با بحث بر روی مفهوم عملگر گروور و هسته گروور به صورت متقارن الگوریتم جستجوی گروور را آنالیز کرده و به نتیجه رسیدند که یک گروه تک متغیره در الگوریتم جستجوی کوانتومی وجود دارد که الگوریتم استاندارد گروور آنها را به صورت برجسته به خاطر می‌سپارد و همه الگوریتم‌های در این کلاس مسائل جستجو را به صورت $O(\sqrt{N})$ حل می‌کنند. [۱۵] در سال ۲۰۰۱ لونگ[۳] در مقاله‌ای با عنوان درصد خطای صفر در الگوریتم گروور نشان داد که برای از بین بردن خطای الگوریتم گروور در رسیدن به داده هدف به جای معکوس کردن فاز در الگوریتم گروور می‌توان آن را به اندازه زاویه ϕ چرخش داد که به این ترتیب ضریب خطا را به صفر رساند. [۱۶] و کارهای شبیه آن که در منابع [۱۷و۱۸و۱۹] به تعدادی از آنها اشاره شده است.

۱-۳ الگوریتم جستجوی کوانتومی با استفاده از پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی

ایده و روش پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی بر روی سیستمی که الگوریتم جستجو بر روی آن عمل می‌کند حالت کوانتومی پیمایش کاتوره‌ای کلاسیکی است که در سال ۱۹۹۳ توسط آهارانوف[۴] و همکارانش برای اولین بار معرفی شده است.[۲۰] که مانند حالت کلاسیکی دارای دو حالت گسسته [۲۱،۲۲،۲۳] و پیوسته [۱۵،۲۱،۲۴،۲۵] در زمان است در روش پیمایش کاتوره ای کوانتومی ما سیستم کوانتومی خود را که شامل دادهایی است که قرار است عمل جستجو بر روی آنها انجام گیرد را به رئوس یک گراف تصویر می‌کنیم. و رئوس گراف را به عنوان حالت های سیستم در نظر می‌گیریم که در این صورت امکان حرکت از یک رأس به

---

[۱] A.Galindo

[۲] M.A.Delgado

[۳] G.L.Long

[۴] Y. Aharanov

رأس دیگر با یال هایی که در گراف و بین رئوس وجود دارد انجام می‌گیرد.

بعدها با استفاده از پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی و بر پایه این ایده کارهای زیادی انجام گرفته است. و بر روی گراف‌های مختلفی از جمله در یک بعد [۲۵،۲۶،۲۷،۲۸،۲۹،۳۰،۳۱]، ابرمکعب[۳۲]، مسیر معین [۲۵] گراف کامل [۲۴]، مورد بررسی قرار گرفته است در بررسی‌هایی که بر روی کارهای مور[۱] و راسل[۲] [۳۲] کامپ[۳][۱۶] و فرهی[۴] [۱۵] صورت گرفته است توانایی و قابلیت‌های پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی نسبت به نوع کلاسیک آن کاملا مشخص است. پیمایش کاتوره‌ای کوانتومی در دو حالت گسسته و پیوسته با زمان عمل می‌کند ما در این پروژه با توجه به اهمیت و فراگیر بودن حالت پیوسته در مورد آن بحث کرده و از این ایده در کارهایمان استفاده خواهیم کرد.

۴-۱ الگوریتم جستجوی کوانتومی با رویکرد تحول آدیاباتیک هامیلتونی

در ادامه روند تکامل الگوریتم‌های کوانتومی ادوارد فرهی و جفری گلدستون[۵] در سال ۲۰۰۰ تحت مقاله‌ای با عنوان محاسبات کوانتومی با استفاده از تحول آدیاباتیکی[۶] [۳۵] در ادامه کارهایشان با رویکرد هامیلتونی وابسته به زمان و با زمان پیوسته برای اولین بار در چندین مثال الگوریتم بر پایه تحول آدیاباتیک ارائه کردند که در آن تحول یک هامیلتونی وابسته به زمان که در حالت پایه قرار گرفته با توجه به آسان بودن ساخت حالت پایه به صورت آدیاباتیک به حالت نهایی سیر می‌کند. و چون سیستم کوانتومی به صورت آدیاباتیک

---

[۱] C. Moor

[۲] A. Russell

[۳] J. Kempe

[۴] E. Farhi

[۵] J. Goldeston

[۶] Adiabatic Evolution

تحول پیدا می‌کند ما مطمئن هستیم سیستم در حالت نهایی خود نیز در حالت پایه قرار دارد. که در این شرایط با توجه به تئوری تحول آدیاباتیکی زمان کلی این الگوریتم به کمینه گاف انرژی این هامیلتونی وابسته است. که بدین ترتیب زمان اجرای الگوریتم را نیز می‌توان بدست آورد. که در این مورد زمان رسیدن به نقطه هدف معادل با پیدا کردن داده مجهول در سیستم داده‌ها است. ولی در حالت کلی پیدا کردن گاف انرژی در همه موارد کار آسانی نیست و در بیشتر موارد غیر ممکن است. لذا آنها از مثال‌های قابل حل که در آنها هامیلتونی به صورت متقارن بود استفاده کرده و در این مثال‌ها الگوریتم را به صورت رضایت بخشی حل کردند. و در نهایت با پیدا کردن گاف انرژی هامیلتونی زمان اجرای الگوریتم که زمان رسیدن به نقطه هدف بود را بدست آوردند، که نسبت به نوع کلاسیک حالت چند جمله‌ای و از مرتبه دوم بود. همچنین در سال ۲۰۰۲ همین گروه با ارائه‌ی مقاله‌ای [۱۵]، نشان دادند که می‌توان در تحول آدیاباتیک برای رسیدن به حالت نهایی راه‌های دیگری نیز علاوه بر مسیر مستقیم به صورت کاتوره‌ای تولید کرده و به حالت نهایی رسید. که بدین ترتیب بعضی از الگوریتم‌هایی که با شکست. مواجه شده‌اند را دوباره با موفقیت حل کرد. چایلد و همکارانش در سال ۲۰۰۲ الگوریتمی را ارائه کردند که فقط دارای یک مرحله اندازه گیری بود که به صورت چند جمله‌ای قادر بود مسائل جستجو را حل کند، آنها نشان دادند که به صورت ذاتی و بنیادی این الگوریتم شبیه الگوریتم محاسبات کوانتومی با رویکرد آدیاباتیک عمل می‌کند، که با نگه داشتن هامیلتونی سیستم در حالت پایه مسائل محاسبات کوانتومی را حل می‌کند و زمان رسیدن به نتیجه و عملیات هر دو الگوریتم اندازه‌گیری و الگوریتم با رویکرد آدیاباتیک به هم شبیه و وابسته است. و همچنین نشان دادند با دو بار اندازه گیری می‌توان در مسائل جستجو بر روی حالت‌های بدون ساختار به سرعت‌های نمایی الگوریتم گروور رسید. [۳۶]

رولند[۱] و کرف[۲] در سال ۲۰۰۲ همگام با کارهای فرهی و همکارانش در زمینه الگوریتم‌های کوانتومی

[۱] J. Roland

[۲] N.J.Cerf

با رویکرد آدیاباتیک با مقاله‌ای تحت عنوان جستجوی کوانتومی با تحول آدیاباتیکی موضعی[۱] نشان داند که می‌توان هامیلتونی الگوریتم جستجوی گروور بر روی داده‌های بدون ساختار را در بازه‌های کوچک زمانی به صورت آدیاباتیک متحول کرده و جستجو را انجام داد، در صورتی که این زمان‌های کوچک را باهم جمع کنیم زمان انجام شدن الگوریتم به صورت درجه دوم نسبت به حالت کلاسیک با تابعیت تعداد داده‌های سیستم بدست می‌آید [۳۷] که قابل مقایسه با کارهای فرهی و همکارانش در این زمینه است. [۳۵]

کرف و همکارانش در ادامه کارهایشان با مقاله‌ای ادعا کردند که می‌شود با استفاده از الگوریتم گروور با رویکرد آدیاباتیک و جستجوی فضایی بر روی حالت‌های با ساختار به صورت لایه لایه متغیرها را کاهش داده و عمل جستجو را با تابعیت زمانی از مرتبه دوم نسبت به حالت کلاسیک انجام داد. [۳۸]

الگوریتم گروور روشی را برای بالا بردن سرعت جستجو ارائه می‌کرد ولی برای جستجو در بین داده‌های فیزیکی طراحی نشده بود چایلد و گلدستون با ارائه مقاله‌ای تحت عنوان جستجوی فضایی با حرکت کوانتومی [۳۹] بر پایه کارهایی که قبلا فرهی و همکارانش در استفاده از تئوری آدیاباتیک در تحول هامیلتونی سیستم کوانتومی کرده بودند و همچنین کارهای آهارنو و آمبایانس[۲] در بردن حرکت کوانتومی بر روی گراف، الگوریتم گروور رابه صورت جدید برای جستجوی داده‌های فیزیکی طراحی کردند و بر روی شبکه‌های منظم با استفاده از حرکت کوانتومی و تحول زمانی سیستم کوانتومی با زمان پیوسته عمل جستجو را انجام دادند، سپس با معلوم فرض کردن هامیلتونی هدف در شکل الگوریتم گروور که نقطه هدف در بین داده‌ها است گاف انرژی سیستم کوانتومی را بدست آوردند. سپس با توجه به این مسئله که سیستم به صورت پیوسته با زمان متحول شده و در این نوع تحول کمترین گاف انرژی طیف هامیلتونی بعد از تحول به صورت معکوس با زمان رسیدن به این حالت متناسب است. زمان جستجو برای رسیدن به نقطه هدف را

---

[۱] Local Adiabatic Evolution

[۲] Y. Aharonov

حساب کرده و نشان دادند که زمان جستجو بر روی داده‌های مستقر بر روی رئوس گراف با حرکت کوانتومی به صورت چند جمله‌ای و با زمان کمتر نسبت به حالت کلاسیک به نقطه هدف منجر می‌شود.

کرف و همکارانش در سال ۲۰۰۸ با ارائه‌ی مقاله‌ای یک روش جدید برای استفاده بهینه از الگوریتم گروور از مسیر تحول آدیاباتیکی به کار گرفتند. آنها با توجه به مشخص شدن گاف انرژی یک فرآیند آدیاباتیک از طریق ویژه مقدارهای لحظه‌ای هامیلتونی وابسته به تحول آدیاباتیکی، برای بهینه کردن این فرآیند از ویژه مقدارهای موازی هم استفاده کردند که در نهایت خطاهای غیر آدیاباتیک به صورت نمایی وابسته به تعداد داده‌ها در فرآیند جستجو بدست می‌آمد. [۴۰]

محاسبات کوانتومی با رویکرد تحول آدیاباتیکی برپایه تحولات آدیاباتیک در سیستم‌های کوانتومی است. تولسی[۱] در سال ۲۰۰۹ با مقاله‌ای [۴۱] به بررسی تحولات آدیاباتیکی در کلاس‌های خاص پرداخت که در آنها هامیلتونی عامل تحول چه در حالت اولیه و چه در حالت نهایی به صورت تک بعدی و وابسته به حالت پایه سیستم کوانتومی است. او نشان داد که در تحولات آدیاباتیکی در چنین کلاسی گاف انرژی هامیلتونی که مشخص کننده زمان رسیدن به تحول موفقیت آمیز در تحولات آدیاباتیکی است همپوشانی[۲] هامیلتونی در حالت پایه سیستم با حالت نهایی آن است. همچنین او نشان داد که در برخی حالت‌ها شیب منحنی در نزدیکی نقطه تغییر تند شده و منجر به گاف انرژی کوچکتر می‌شود. بعلاوه نشان داده شد که در نمایش تحولات آدیاباتیک به صورت موضعی سرعت تحول با باریک شدن و کمتر شدن فاصله در اطراف نقطه تحول کاهش می‌یابد. که نتایج کارهای کرف [۲۰] را در یک حالت خاص این الگوریتم موضعی تایید می‌کند.

---

[۱] Tulsi

[۲] Overlap

که در ادامه همین کار زانگ[۱] و لو[۲] با ارائه‌ی مقاله‌ای [۴۲] به بررسی پیچیدگی زمانی بر حسب تعداد داده ها در این نوع الگوریتم پرداخته و الگوریتمی ارائه کردند که مستقیما این زمان را بدست می‌آورد. و نشان دادند که زمان جستجو از مرتبه تعداد نقاط هدف در جستجوی کوانتومی توسط این الگوریتم از الگوریتم جستجوی آدیاباتیکی موضعی ارائه شده توسط کرف [۳۷] کمتر است. همچنین کارها وفعالیت های زیادی در زمینه الگوریتم های جستجوی کوانتومی با رویکرد آدیاباتیکی انجام شده است که به برخی از آنها در منابع اشاره شده است. [۴۳،۴۴،۴۵،۴۶،۴۷]

[۱] Y. Y. Zhang

[۲] S. F. Lu

۱-۵ جستجوی کوانتومی در بین داده‌های با ساختار

کلاس مسائل NP-کامل[۱] شامل بیشترین مشترکات در بین مسائل محاسباتی است که با آن برخورد می‌شود. بویژه در بدست آوردن زمان جستجو ، بهبود دادن زمان جستجو به صورت چند جمله‌ای و حل قضیه‌ها، هر مسئله NP-کامل می‌تواند در هر مسئله NP-کامل دیگر ترسیم شود. که این به عنوان منبع چند جمله‌ای در این نوع مسائل است. [۴۸] از این رو هر الگوریتم کوانتومی که با سرعت بالا در حال حل یک مسئله NP-کامل است به صورت آنی و با سرعت برابر همه مسائل از این نوع را حل خواهد کرد. در این نوع مسائل در حالت بدون ساختار تعداد داده‌ها به صورت b^{μ} است که برای هر b یک متغییر μ وجود دارد که کل داده‌ها با μ به صورت نمایی رشد می‌کند. که در حالت کلاسیک زمان از مرتبه $O(b^{\mu})$ است و در حالت کوانتومی آن به صورت $O(b^{\frac{\mu}{2}})$ در می‌آید که باز هنوز نسبت به حالت کلاسیک $O(N)$ دارای مزیت و بهینه است.

این روش در سال ۱۹۹۸ گروور و کرف را برآن داشت [۴۹] تا با استفاده از این خاصیت مسائل NP-کامل جستجوی کوانتومی را برای حالت‌های با ساختار [۵۰،۵۱،۵۲] توسعه دهند. آنها با چیدن داده‌ها به صورت مناسب و ساختن شکل درختی برای داده‌ها به صورت تو در تو[۲] به مسائل جستجو در بین داده‌های با ساختار پرداختند. ونشان دادند که در حالت باساختار زمان جستجو از مرتبه $O(b^{\frac{\mu\alpha}{2}})$ می‌باشد که ثابت α با تعداد خانه‌ها در الگوریتم تو در تو متناسب است و همواره $\alpha < 1$ می‌باشد. در پروسه جستجو تو در تو جستجو از یک سطح اولیه که به صورت کلاسیکی یا کوانتومی است شروع و به آرامی به سطوح دیگر گسترش پیدا می‌کند. کرف و گروور معتقد هستند که این روش می‌تواند برای همه حالت‌های با ساختار به کار رود.

---

[۱] NP-complet

[۲] Nested

در سال ۲۰۰۳ کرف و رولند الگوریتم جدیدی را برای جستجو در بین داده‌های با ساختار معرفی کردند [۵۳] که دو مشخصه تو در تو بودن و تحول هامیلتونی به صورت آدیاباتیک موضعی را باهم داشت و نشان دادند که نتایجشان در پیدا کردن زمان جستجو بهتر و دقیقتر از مرجع [۴۹] است.

در سال ۲۰۰۹ چانگ[۱] و فن‌تسای[۲] الگوریتم محاسبات کوانتومی کلاسیک را با شکستن مسئله NP-کامل بهینه کردند. این الگوریتم جدید [۵۴] که بر پایه رشته‌های عصبی (QN-based)[۳] طراحی شده است به صورتی عمل می‌کند که الگوریتم با تحول هامیلتونی آدیاباتیکی جامع[۴] را شکسته و در هر گسل از تحول هامیلتونی آدیاباتیکی موضعی تو در تو استفاده می‌کند. و الگوریتم موضعی تو در تو در داخل الگوریتم جامع به صورت متناوب به عقب وجلو عمل جستجو را انجام می‌دهد. البته باید این الگوریتم را با استفاده از الگوریتم های تو در تو به اندازه‌ای بهبود داد که نتایج هر مرحله به عنوان نتایج اولیه مرحله بعدی به کار روند. در نهایت با میانگین گرفتن از چندین مرحله الگوریتم تو در تو زمان جستجو به صورت $O(\sqrt{N^{\alpha\beta}})$ در می‌آید که $\alpha < 1$ و $\beta < 1$ و مشخص است که زمان نسبت به الگوریتم [۵۳] بهینه است.

---

[۱] Bao Rong Chang

[۲] Hsiu Fen Tsai

[۳] quantum-neuron-based

[۴] global adiabatic evolution

فصل دوم:

مبانی و روش‌ها

۲-۱ مقدمه

در این فصل برخی روش‌های ریاضی و فیزیکی که برای مطالعه حرکت کاتوره‌ای کوانتومی با رویکرد هامیلتونی با زمان پیوسته و تحول آدیاباتیکی بر روی داده‌ها و داده‌های مستقر بر روی رئوس گراف‌ها لازم است را یادآوری کرده و فرمول‌ها و مفاهیمی که در فصل سوم به کار خواهیم گرفت را از قبل ارائه خواهیم کرد، که ترتیب مطالب بدین شرح است. در بخش ۲-۲ به یادآوری تئوری گراف‌ها و ماتریس همسایگی می‌پردازیم سپس در بخش ۲-۳ به بررسی تکنیک‌های لایه‌بندی و روش توزیع طیفی می‌پردازیم در بخش۲-۴ حرکت کاتوره‌ای کلاسیکی و کوانتومی را توضیح خواهیم داد، و در بخش ۲-۵ در مورد تئوری تحول آدیاباتیکی کوانتومی در هامیلتونی با زمان پیوسته بحث خواهیم کرد.

۲-۲ تئوری گراف‌ها، ماتریس همسایگی و تکنیک لایه‌بندی

یک گراف یک جفت مجموعه‌ی $G = (V, E)$ است که V مجموعه‌ی رئوس و E زیر مجموعه‌ای از $\{(\alpha, \beta): \alpha, \beta \in V, \alpha \neq \beta\}$ است که مجموعه‌ی یال‌ها نامیده می‌شود. دو راس دلخواه $\alpha, \beta \in V$ همسایه نامیده می‌شوند اگر و فقط اگر $(\alpha, \beta) \in E$ و در این حالت می‌نویسیم $\alpha \sim \beta$ یک دنباله به صورت $\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_n \in V$ یک گام به طول n گفته می‌شود در صورتی‌که برای هر $i = 0,1, \dots, d$ داشته باشیم $\beta_{i-1} \sim \beta_i$ یک گراف همبند نامیده می‌شود اگر حداقل گامی وجود داشته باشد که هر دو رأس دلخواه جدا از هم را به هم متصل نماید. پس مجموعه‌ی E به نوعی یک رابطه مابین مجموعه‌ی رئوس است. بنابراین می‌توان تعریف ماتریس همسایگی را به گراف‌ها نیز نسبت داد. به این مفهوم که اگر راس α با β رابطه داشته باشد آن‌گاه یک زوج مرتب در مجموعه‌ی یال‌ها موجود بوده و درایه‌ی مربوط به این عناصر برابر یک خواهد بود. به شکل صریح می‌توان آن را به صورت زیر نوشت که شباهت زیادی با رابطه‌ی (۲.۲۱) دارد.

$$(A)_{\alpha\beta} = \begin{cases} 1 & \text{اگر } \alpha \sim \beta \\ 0 & \text{غیر این صورت} \end{cases} \quad (\alpha, \beta) \in V \qquad (۲.۱)$$