

بسم الله الرحمن الرحيم

پیدا کردن مدهای گستته در شبکه‌های پلاسمای غبارآلود
دو بعدی

توسط:

علی رضا عبدی کیان

پایان نامه

ارائه شده به مدیریت تحصیلات تکمیلی به عنوان بخشی از فعالیت‌های

تحصیلی لازم برای اخذ درجه دکتری در رشته فیزیک (نظری)

از

دانشگاه اراک

اراک - ایران

از زیبایی و تصویب شده توسط کمیته پایان نامه با نمره ۱۹/۳۱ درجه: عالی

دکتر بیژن فرجخی (استاد راهنمای و رئیس کمیته) دانشیار

دکتر نایک شکری (دانشگاه شهید بهشتی) استاد

دکتر کامران موبدي (دانشگاه اراک) دانشیار

دکتر مهدی میرزایی (دانشگاه اراک) استادیار

بهار ۱۳۹۱

جمهوری اسلامی ایران
وزارت علوم تحقیقات و فناوری



۱۳۵۰

دانشگاه اراک

دانشکده علوم پایه

دکتری فیزیک نظری

پیدا کردن مدهای گسسته در شبکه‌های پلاسمای غبارآلود

پژوهشگر

علی‌رضا عبدی کیان

استاد راهنما

دکتر بیژن فرخی

بهار ۱۳۹۱

چکیده

بررسی مدهای گستته در شبکه پلاسمای غبارآلود دو بعدی

توسط:

علی رضا عبدالکیان

از فیزیک حالت جامد می دانیم که برانگیختگی های غیرخطی در شبکه ها، بدلیل تعادل متقابل

بین غیرخطی بودن ذاتی محیط و پاشندگی محیط صورت می گیرند. در بررسی انتشار امواج در

چنین ساختارهایی که از تقریب پیوسته استفاده می شود (یعنی با این فرض که اندازه ارتعاشات

فضایی بیشتر از فاصله بین شبکه ای باشد) منجر به پیدایش سالیتونها، کینکها . . . در این

شاخه فیزیک نیز شد. استفاده از این تقریب باعث از بین رفتن عمدی گستگی در شبکه می -

شود. با مطالعه برانگیختگی های غیرخطی در شبکه های گستته که از چند دهه قبل صورت

گرفته است، ساختارهای ارتعاشی جایگزیده یا مدهای گستته (پایا و متحرک) بوجود آمدند

که نقش مهمی در جایگزیدگی انرژی، (ذخیره یا انتشار آن) بازی می کنند.

از طرفی دیگر، چنانچه ذرات ریز درون پلاسمای سرد، باردار و چگال شوند می توانند

شبکه ای منظم را تولید کنند. اگر میانگین انرژی پتانسیل بین ذرات بسیار بزرگتر از متوسط

انرژی جنبشی ذرات باشد، کریستال پلاسمای غبارآلود تولید می شود و آنها را می توان نمونه ای

از شبکه های غیرخطی دانست. در این صورت حرکت هر کدام از ذرات باعث حرکت بقیه

ذرات شده و اختلالات طولی (و یا عرضی) در شبکه متشر می شود. طی سال های گذشته

انتشار امواج طولی و عرضی در شرایط خطی و غیرخطی در یک بعد و دو بعد بررسی شده

است. در بعضی از شبکه‌های پلاسمای غبارآلود ممکن است انرژی پتانسیل میانگین از مرتبه انرژی جنبشی میانگین بوده و حرکت هر ذره روی سایر ذرات تاثیر کمی بگذارد. در این گونه شبکه‌ها، مدهای گسسته ایجاد می‌شود. مطالعاتی که تا کنون در شبکه‌های پلاسمای غبارآلود صورت گرفته است بر اساس تقریب پیوستگی بوده و طبق اطلاعات فعلی ما هیچ مطالعه‌ای در زمینه برانگیختگی‌های مدهای گسسته نسبت به امواج شبکه غبار در دو بعد (به جز یک سری تحقیقات اولیه محدود به مدهای گسسته غبار عرضی در یک بعد) انجام نشده است.

هدف از این پایان‌نامه پر کردن این شکاف بصورت تحلیلی است. با استفاده از معادله جابجایی دانه غبار باردار شده عرضی گسسته در دو بعد، به بررسی شرایطی که در آن این مدهای بوجود می‌آیند و پایدار و یا ناپایدار هستند می‌پردازیم.

فهرست مطالب

ج	چکیده
ز	فهرست تصاویر
ی	صفحه فهرست علائم اختصاری

فصل اول مفاهیم اولیه

۲	۱-۱ حفاظت دبای
۳	۱-۲ پلاسمای غبارآلود
۴	۱-۳ تشکیل بلور پلاسمای غبارآلود
۷	۱-۴ امواج در بلورهای پلاسمای غبارآلود
۱۰	۱-۵ شبکه شش گوشی دو بعدی
۱۲	۱-۶ گسستگی در شبکه

فصل دوم شناوری ذرات پارامغناطیس در میدانهای الکتریکی و مغناطیسی

۲۱	۲-۱ ارتفاع شناوری ذرات از الکترود
۲۸	۲-۲ ذرات غبار پارامغناطیس
۳۲	۲-۳ برهمنش غبار- غبار
۳۵	۲-۴ نوسانات عمودی دانههای غبار پارامغناطیس منفرد
۴۰	۲-۵ مدهای ارتعاشی در زنجیره افقی از ذرات غبار پارامغناطیسی

فصل سوم بررسی امواج غبار- شبکه در بلور شش گوشی پلاسمای غبارآلود با ذرات پارامغناطیس

۴۵	۳-۱ معادله حرکت ذره غبار
۵۷	۳-۲ رابطه پاشندگی خطی
۶۴	۳-۳ تقریب پیوستار
۶۹	۳-۴ ناپایداری مدولاسیونی
۷۱	۳-۵ معادله شرودینگر غیرخطی گسسته

۶-۳ بررسی پایداری بریزرهای گستته جایگزینده

۷۶

نتیجه‌گیری

۸۱

مقالات چاپ شده

فهرست منابع

صفحه‌ی چکیده و صفحه عنوان به زبان انگلیسی

فهرست تصاویر

- شکل (۱-۱)- تشکیل بلور پلاسمای هگزاگونال برای مقادیر متفاوت جفت شدگی (سمت چپ) $\Gamma = 1000$ و (وسط) $\Gamma = 144$ و (سمت راست) $\Gamma = 80$ ۶
- شکل (۲-۱)- نتایج آزمایشگاهی امواج غبار شبکه. (سمت چپ) نمایش ۱۵ عکس متوالی که با نظریه خطی در توافق است. (سمت راست) مقایسه رابطه پاشندگی نظری (خطوط متصل) و تجربی (خطوط نقطه‌چین و نقطه‌ای) ۹
- شکل (۳-۱)- ساختار بلوری شش گوشی ذرات غبار در پلاسمای غبارآلود ۱۰
- شکل (۴-۱ الف)- روابط پاشندگی امواج خطی طولی (رنگ قرمز) و عرضی (رنگ آبی) در راستای موازی ۱۱
- شکل (۴-۱ ب)- روابط پاشندگی امواج خطی طولی (رنگ قرمز) و عرضی (رنگ آبی) در راستای عمود ۱۱
- شکل (۵-۱)- نمودار رابطه پاشندگی (۱۴-۱) (برای ترسیم $\Delta x = 1$ در نظر می‌گیریم) ۱۴
- شکل (۶-۱)- رسم رابطه پاشندگی (۱۶-۱) خطوط پررنگ مناطقی را نشان می‌دهند که بریزرهای گسسته می‌توانند رخ دهند ۱۵
- شکل (۷-۱)- نمایش مد زوج (سمت راست) و فرد (سمت چپ) ۱۸
- شکل (۸-۱)- نمایشی از چهار مد بریزر گسسته با فرکانس و انرژی متفاوت ۱۹
- شکل (۱-۲)- پتانسیل الکتریکی بهنجار شده در مناطق مختلف بر حسب فاصله از الکترود ۲۴
- شکل (۲-۲)- میدان الکتریکی بهنجار شده در مناطق مختلف بر حسب فاصله از الکترود ۲۵
- شکل (۳-۲)- بار الکتریکی بهنجار شده دانه غبار بر حسب فاصله از الکترود در مناطق مختلف ۲۵
- شکل (۴-۲)- تابع بهنجار شده (نمودار ممتد) و نیروی گرانش بهنجار شده (نمودار نقطه چین) ۲۸
- شکل (۵-۲)- آرایش دستگاه اطاک تخلیه الکتریکی که با بکارگیری میدان الکتریکی و میدان مغناطیسی ذرات پارامغناطیس را شناور می‌کنند ۲۹
- شکل (۶-۲)- میدان مغناطیسی برای جریان 1 kA با نمایش تقارن چرخشی میدان مغناطیسی حول محور $r = 0$ ۳۰

شکل (۷-۲)- نمایش شناوری ذرات در الف) حضور منحصر میدان الکتریکی ب) حضور میدان الکتریکی و استفاده از میدان مغناطیسی ضعیف T ۰.۰۴ و ج) حضور میدان الکتریکی و استفاده از میدان مغناطیسی قوی T ۱

شکل (۸-۲)- نیروی برهم کنشی بین دانه های غبار بر حسب تابعی از فاصله ۳۵

شکل (۹-۲ الف)- میدان مغناطیسی بکار گرفته شده برای آزمایشات دانه های غبار مغناطیسی ۳۷

شکل (۹-۲ ب)- مشتق اول میدان مغناطیسی بکار گرفته شده برای آزمایشات دانه های غبار مغناطیسی ۳۸

شکل (۹-۲ ج)- مشتق دوم میدان مغناطیسی بکار گرفته شده برای آزمایشات دانه های غبار مغناطیسی ۳۸

شکل (۱-۳)- برهم کنش ذره مرکزی با اولین همسایه هایش در شبکه شش گوشی دو بعدی پلاسمای غبار آلود ۴۱

شکل (۲-۳)- رسم توابع بار الکتریکی ذره Q و میدان الکتریکی $E(z)$ بعنوان تابع فاصله از الکترود ۴۶

شکل (۳-۳)- رسم خطوط میدان مغناطیسی یک سیم لوله ۴۷

شکل (۴-۳ الف)- میدان مغناطیسی بر حسب فاصله از مرکز سیم لوله ۴۸

شکل (۴-۳ ب)- مشتق اول میدان مغناطیسی بر حسب فاصله از مرکز سیم لوله ۴۸

شکل (۴-۳ ج)- مشتق دوم میدان مغناطیسی بر حسب فاصله از مرکز سیم لوله ۴۸

شکل (۵-۳ الف)- شناور شدن شبکه بلوری زیر سیم پیچ وقتی ∇B مثبت است ۵۰

شکل (۵-۳ ب)- شناور شدن شبکه بلوری بالای سیم پیچ وقتی ∇B منفی است ۵۰

شکل (۶-۳ الف)- رابطه پاشندگی سه بعدی (۲۲-۳) در حالتی که میدان مغناطیسی وجود ندارد ۵۸

شکل (۶-۳ ب)- رابطه پاشندگی سه بعدی (۲۲-۳) در حالتی که میدان مغناطیسی ضعیف است ۵۸

شکل (۶-۳ ج)- رابطه پاشندگی سه بعدی (۲۲-۳) در حالتی که میدان مغناطیسی قوی بکار گرفته می شود ۵۹

شکل (۷-۳ الف)- رابطه پاشندگی برای راستای موازی در شرایطی که میدان مغناطیسی بکار گرفته می شود (قرمز رنگ) و وقتی میدان مغناطیسی بکار گرفته نمی شود (آبی رنگ) ۶۰

شکل (۷-۳ ب)- رابطه پاشندگی برای راستای $2/\pi = \theta$ در شرایطی که میدان مغناطیسی بکار گرفته می‌شود (قرمز رنگ) و وقتی میدان مغناطیسی بکار گرفته نمی‌شود (آبی رنگ) ۶۰
شکل (۸-۳ الف)- سرعت گروه بحسب عدد موج و زاویه انتشار دلخواه وقتی که میدان مغناطیسی وجود ندارد ۶۱

شکل (۸-۳ ب)- سرعت گروه سه بعدی در حالتی که میدان مغناطیسی ضعیف است ۶۲

شکل (۸-۳ ج)- سرعت گروه در حالتی که میدان مغناطیسی قوی بکار گرفته می‌شود ۶۲

شکل (۹-۳)- سرعت گروه برای دو راستای $0 = \theta$ (نمودار ممتد) و $\pi/2 = \theta$ (نمودار نقطه چین) در حالتی که میدان مغناطیسی ضعیف است ۶۳

شکل (۱۰-۳)- رابطه پاشندگی (۳۳-۳) در سه حالت وقتی میدان مغناطیسی وجود ندارد (آبی رنگ)، وقتی که میدان مغناطیسی ضعیف است (قرمز رنگ) و درنهایت وقتی که میدان مغناطیسی قوی می‌شود (مشکی رنگ) ۶۶

شکل (۱۱-۳ الف)- ضریب پاشندگی معادله شرودینگر غیرخطی بحسب تابعی از عدد موج ۶۸

شکل (۱۱-۳ ب)- ضریب غیرخطی معادله شرودینگر غیرخطی بحسب تابعی از عدد موج ۶۸

شکل (۱۲-۳)- مقدار PR/ω_g^2 بر حسب ka در سه حالت متفاوت وقتی میدان مغناطیسی وجود ندارد (آبی رنگ)، وقتی که میدان مغناطیسی ضعیف (قرمز رنگ) و وقتی میدان مغناطیسی قوی (مشکی رنگ) است ۷۰

شکل (۱۳-۳)- سرعت پوش بر حسب عدد موج برای دو زاویه خاص $0 = \theta$ (نمودار ممتد) و $\pi/2 = \theta$ (نمودار نقطه چین) ۷۲

شکل (۱۴-۳)- رنگ آبی نشان دهنده نواحی ناپایداری مدولاسیون امواج جایگزیده موازی است ۷۷

شکل (۱۵-۳)- نواحی پایدار و ناپایدار مدولاسیون امواج جایگزیده عمودی ۷۸

شکل (۱۶-۳)- شرایط ناپایداری مدولاسیون امواج جایگزیده موازی (رنگ آبی) در حضور میدان مغناطیسی ۷۹

شکل (۱۷-۳)- شرایط ناپایداری مدولاسیون امواج جایگزیده عمودی (رنگ آبی) در حضور میدان مغناطیسی ۷۹

صفحه فهرست علائم اختصاری

R	شعاع دانه غبار
a	فاصله میانگین بین ذرات
λ_D	طول دبای
K_B	ثابت بولتزمن
T_e	دماهی الکترون
n_D	چگالی ذرات غبار
Γ	پارامتر جفت شدگی
κ	پارامتر شبکه
DB	بریزر گسسته (مد جایگزیده)
ρ	چگالی جرمی
μ_0	تراوایی مغناطیسی در خلا
μ	تراوایی مغناطیسی نسبی ذرات
\vec{m}	گشتاور مغناطیسی ذرات

فصل اول

مفاهیم اولیه

پلاسما^۱ گاز شبیه خنثایی است از الکترون‌ها، یون‌ها و ذرات خنثی که رفتار جمی از خود نشان می‌دهد (یعنی حرکت ذرات نه تنها به شرایط موضعی، بلکه به حالت پلاسما در مناطق دور نیز بستگی دارد). در پلاسما، حرکت بار الکتریکی می‌تواند توده متمرکزی از ابرهای مثبت یا منفی را به طور موضعی به وجود آورد و میدان الکتریکی تولید کند. با حرکت بار الکتریکی جریان و در نتیجه میدان مغناطیسی هم تولید می‌شود. این میدان‌ها بر حرکت سایر ذرات باردار که دورتر واقع شده‌اند (نیروی بلند برد) اثر می‌گذارند.

۱-۱ حفاظت دبای

یکی از مشخصات اساسی رفتار پلاسما، توانایی آن برای ایجاد حفاظت^۲ (غلاف) در مقابل پتانسیل الکتریکی است. وقتی گلوله بارداری به درون پلاسما وارد می‌شود، ابری از یون‌ها اطراف گلوله منفی و ابری از الکترون‌ها اطراف گلوله مثبت را فرا می‌گیرند که به آن حفاظت دبای^۳ گفته می‌شود. شعاع این حفاظ به طول دبای^۴ (λ_D) معروف است. برای گلوله مثبت طول دبای مقدار $K_B T_e / (e \lambda_D^2)$ ^۵ ثابت بولتزمن،^۶ ضریب گذردهی در خلا و n چگالی الکtron است. اگر پلاسما سرد و هیچ‌گونه حرکت حرارتی وجود نداشته باشد، مقدار بار ابر، برابر مقدار بار گلوله می‌شود. در این

¹- Plasma

²- Shield

³- Debye Shielding

⁴- Debye Length

صورت عمل حفاظ کامل شده و پتانسیل الکتریکی در حجم پلاسما بیرون از ناحیه ابرها ناچیز خواهد بود [۱].

۲-۱ پلاسمای غبارآلود^۵

اگر ذرات کوچک جامد (به اصطلاح غبار) به سیستم پلاسما وارد شوند، پلاسمای غبارآلود تشکیل می‌شود. اندازه ذرات غبار معمولاً^۶ از مرتبه نانومتر تا میکرومتر است. به عبارت دیگر پلاسمای غباری، پلاسمای چند مولفه‌ای متشكل از الکترونها، یونها، گاز خنثی و ذرات غبار است. این نوع پلاسما ابتدا توسط لانگموئیر^۷ و تانکس^۸ در اواخر دهه ۱۹۲۰ بررسی شد [۲].

مطالعه چند کمیت از دیمانسیون طول در پلاسمای غبارآلود مهم است

$$-1 \quad \text{شعاع ذره } (R)$$

$$-2 \quad \text{فاصله میانگین بین ذرات } a \propto n_D^{-\frac{1}{3}} \quad (n_D \text{ چگالی ذرات غبار است})$$

$$-3 \quad \text{طول دبای پلاسمای غبار} = \lambda_{De} \lambda_{Di} / \sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}$$

الف) در شرایطی که $a \ll R$ است، تعداد ذرات غبار بسیار کم و پلاسما بیشتر تحت تاثیر قوانین پلاسمای معمولی است. در این صورت ذرات غبار، همانند مجتمعه‌ای از ذرات منفرد استوار شده رفتار می‌کنند، یعنی در واقع پلاسما دارای ناهمگنی موضعی است.

اصطلاحاً این شرایط را غبار در پلاسما^۹ می‌گوئیم.

⁵- Dusty Plasma

⁶- I. Langmore

⁷- Tonks

⁸- Dust in Plasma

ب) با افزایش تعداد ذرات غبار ($\lambda_D < a < R$) پلاسمای غباری^۹ خواهیم داشت. در این صورت پوشش اطراف هر ذره غبار با پوشش غبار همسایه همپوشانی داشته و این موضوع روی معادلات حرکت موثر است.

تعیین بار الکتریکی و پتانسیل شناوری ذره غبار، احتیاج به توصیف نحوه انتقال الکترون و یون در پلاسمای مختلط شده اطراف ذره دارد. از نظر ترمودینامیکی الکترون‌ها سریعتر از یونها حرکت می‌کنند و لذا برخورد بیشتری با سطح ذره خواهند داشت، به همین دلیل اغلب ذرات غبار در مجموع بار منفی دارند و دارای پتانسیل منفی هستند. بار این ذرات بسته به اندازه و شرایط پلاسما می‌تواند از صفر تا صدها هزار برابر با بار الکترون تغییر کند.

۱-۴ تشکیل بلور پلاسمای غبارآلود

امکان تشکیل بلور پلاسمای غبارآلود نخستین بار توسط آیکزی^{۱۰} در سال ۱۹۸۵ پیش‌بینی شد [۳] و مشاهدات تجربی آن، در آزمایشگاه، در حدود ۸ تا ۹ سال بعد انجام شد [۴]. فرآیندهایی نظیر گذار فاز از جامد به مایع، ناراستی^{۱۱} شبکه و ... بطور گسترده مطالعه شده‌اند [۵]. ذرات غبار به سبب داشتن بار همنام، پتانسیل دافعه الکتریکی دارند، بنابراین در نگاه اول، با وجود چنین دافعه‌ای تشکیل ساختار بلوری، دور از انتظار است. با نزدیک شدن ذرات به یکدیگر و تاثیر ابر اطراف هر ذره اندرکنش بین مجموعه ذرات و پوشش اطراف آن پیچیده‌تر می‌شود و سرانجام شرایطی ایجاد می‌شود که شبکه بلوری پایدار داشته باشیم.

^۹- Dusty Plasma

^{۱۰}- H. Ikezi

^{۱۱}- Dislocation

همانطورکه گفته شد، در حالت تعادل، اطراف ذره غبار توزیع باری از یونهای پلاسما برای خنثی کردن بار ذره غبار تنظیم می‌شود و بنابراین می‌توان ذره غبار را با یک اتم سنگین که هسته آن توسط ابر الکترونی احاطه شده و شعاع مؤثر آن برابر با طول دبای است قابل مقایسه دانست. بر این اساس، برهمکنش کولنی میان ذرات مجاور و بنابراین بلوری شدن زمانی صورت می‌گیرد که فاصله میان ذرات از مرتبه طول دبای کمتر باشد (ذرات در هم فرو روند). هنگامیکه چگالی ذرات در ابر غبار به اندازه کافی زیاد باشد، امکان رسیدن به شرایطی وجود خواهد داشت، که در آن انرژی برهمکنش الکتروستاتیک ذرات غبار، برابر یا بزرگتر از انرژی گرمایی شان گردد. رسیدن به این شرایط، برای الکترونهای یا یونها، در یک پلاسمای عادی به سختی، حاصل می‌گردد، اما در پلاسمای غبارآلود، به آسانی عملی است، زیرا تعداد بارهای بنیادی (e)، که توسط ذره غبار حمل می‌شود، بسیار زیاد است و پتانسیل برهمکنش کولمبی میان ذرات، متناسب با مربع تعداد بارهای است. اگر نسبت انرژی برهمکنش الکتروستاتیکی به انرژی گرمایی ذرات به اندازه کافی بزرگ باشد، گذار فاز رخ می‌دهد و سیستم از فاز سیال به سمت فاز جامد پیش می‌رود یا به اصطلاح، بلوری می‌شود. همانطور که اشاره شد، پلاسماهای زمینه (یونها و الکترونهای) به صورت خودسازگار، برای ایجاد حفاظت دبای تنظیم می‌شوند. ترمودینامیک ذره باردار غبار، توسط دو پارامتر بدون بعد، توصیف می‌گردد.

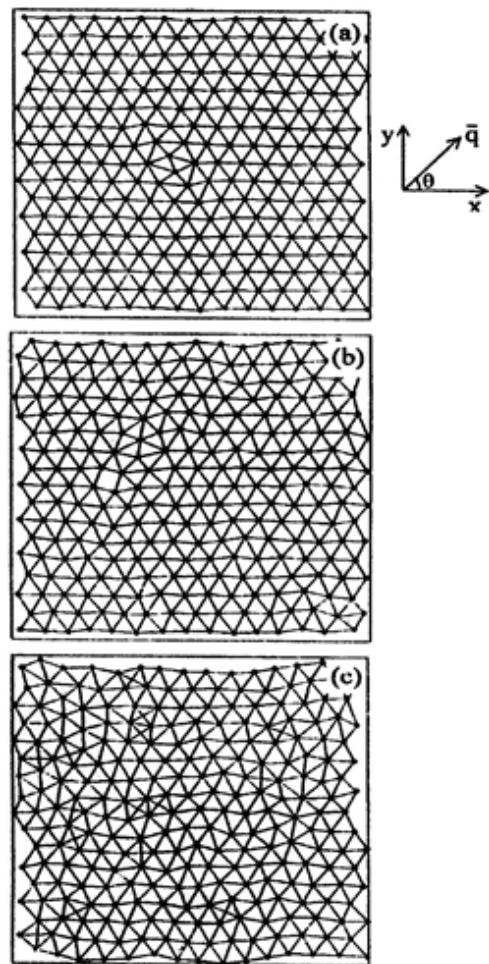
۱- پارامتر جفت شدگی^{۱۲} Γ : جفت شدگی الکتروستاتیک، میان ذرات با بار Q و دمای T ، که با پتانسیل برهم کش می‌کنند، توسط پارامتری به نام پارامتر جفت شدگی، بیان می‌شود. این پارامتر به صورت نسبت انرژی پتانسیل برهم کنش، به انرژی گرمایی تعریف می‌شود.

$$\Gamma = \frac{z_D^2 e^2}{4\pi\epsilon_0 a k_B T_D} \exp\left(-\frac{a}{\lambda_D}\right) \quad (1-1)$$

که a فاصله میان ذرات برابر با $(3/4\pi n_D)^{1/3}$ است.

هنگامی که ضریب جفت شدگی، به حد کافی بزرگ باشد، توزیع تصادفی ذرات به سمت منظم شدن، پیش می‌روند. شکل زیر منظم شدن ذرات غبار را برای تشکیل شبکه شش گوشی در اثر افزایش پارامتر جفت شدگی نشان می‌دهد [۶].

¹²- Coupling Parameter



شکل (۱-۱)- تشکیل بلور پلاسمای شش‌گوشی برای مقادیر متفاوت جفت‌شدگی (الف) $\Gamma = 1000$ ، (ب)

[۶] $\Gamma = 80$ و (ج) $\Gamma = 144$

۲- پارامتر شبکه^{۱۳} K : این پارامتر بدون بعد، نسبت فاصله متوسط بین ذرات غبار به طول دبای تعریف می‌شود ($K = a/\lambda_D$). واضح است که وقتی K بزرگ است برهمنش بین ذرات غبار ضعیفتر می‌شود.

^{۱۳}- Lattice Parameter

۱-۴ امواج در بلور پلاسمای غبارآلود

ذرات غبار در جایگاه خود در می‌نیم انرژی قرار دارند. با جابجایی هر ذره نیروی بازگرداندهای آن را به جای خود باز می‌گرداند. به عبارت دیگر شبکه‌ای بلوری از ذرات، محیطی الاستیک برای انتشار موج فراهم می‌کند. امواجی که در این شبکه منتشر می‌شود به امواج غبار-شبکه^{۱۴} موسوم است. برای ذره‌ای که در مختصه \mathbf{r} واقع شده است، معادله حرکت به شکل زیر است

$$m_d \ddot{\mathbf{r}} + m_d v_{dn} \dot{\mathbf{r}} = -\nabla U_{dd} + \mathbf{F}_{ext} \quad (2-1)$$

که در آن v_{dn} فرکانس برخورد ذرات غبار با ذرات خشی درون پلاسما است. نیروی ناشی از این برخوردها همانند اصطکاک موجب میرایی موج می‌شود. این نیرو اغلب بسیار کوچک است. جمله اول در سمت راست رابطه (۲-۱)، نیروی ناشی از برهمکنش ذرات غبار با یکدیگر و جمله دوم شامل تمام نیروهایی است که از میدان‌های خارجی به ذره وارد می‌شوند.

از سال ۱۹۹۷ تا کنون انتشار امواج طولی و عرضی در زنجیره یک بعدی از ذرات غبار و شبکه دو بعدی از ذرات در شرایط متفاوت بررسی شده‌اند [۷]. بعضی از مقالات به انتشار امواج با دامنه کوچک و در حد خطی توجه داشته‌اند، در حالیکه بعضی دیگر به جنبه‌های غیرخطی و انتشار سالیتون در شبکه علاقمند بوده‌اند [۸ و ۹].

^{۱۴}- Dust-Lattice

ساده‌ترین مدل برای مطالعه انتشار موج در بلور، "زنجیره یک بعدی ذرات" است.

ملاندسو^{۱۵} از این مدل برای مطالعه امواج در بلور پلاسمای استفاده کرده است [۹]. مدل زنجیره-

ای انطباق خوبی با اولین آزمایشی که با بلور پلاسمای یک بعدی انجام شد، دارد. در شرایطی

که فاصله بین ذرات غبار از پوشش دبای بزرگتر می‌شود، تنها برهمنش با نزدیکترین همسایه-

ها اهمیت پیدا می‌کنند. نظریه موج غبار-شبکه طولی (DL) بوسیله ملاندسو در سال ۱۹۹۶

توسعه یافت. معادله حرکت ذره غبار باردار از رابطه زیر بدست می‌آید

$$\frac{d^2x_n}{dt^2} + \nu_{dn} \frac{dx_n}{dt} = \frac{F_c}{m_d} \quad (3-1)$$

که در آن F_c نیروی اعمال شده بر ذره n ام بخاطر برهمنش با ذرات همسایه در حضور

پتانسیل برهمنش دبای-هوکل است و مقدار رابطه زیر را دارد

$$F_c = \frac{q_d^2}{a^3} (2 + 2\kappa_d + \kappa_d^2) \exp(-\kappa_d) (x_{n+1} + x_{n-1} - 2x_n) \quad (4-1)$$

که در آن منظور از κ_d پارامتر شبکه، q_d بار و a فاصله بین دانه‌های غبار است رابطه

پاشندگی خطی امواج طولی با معادله موج $\exp[-i\omega t + ikna]$ در زنجیره نامحدود ذرات،

بصورت زیر است

$$\omega^2 + i\omega\nu_{dn} = \omega_{DL}^2 \quad (5-1)$$

که ω_{DL}^2 مجازور فرکانس غبار-شبکه است و مقدار زیر را دارد

¹⁵- F. Melandso