

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ

۱۱.۱۵۲

دانشگاه زنجان  
دانشکده علوم  
گروه فیزیک

۱۳۸۷/۱/۱۰

# بررسی مدهای نوسانی آزاد زمین در حضور نیروهای اتلافی

پایاننامه کارشناسی ارشد

آذر نخعی

۱۳۸۸/۱/۱۰

استاد راهنما: دکتر یوسفعلی عابدینی

مهر ۱۳۸۷



دانشگاه زنجان

## صورتجلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

شماره: ۱۷۸۵۶

تاریخ: ۲۰ مرداد

با تأییدات خداوند متعال و با استعانت از حضرت ولی عصر (عج) جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد  
خانم: آذر نخعی رشته: فیزیک گرایش: ذرات بنیادی

تحت عنوان: بررسی نوسانات آزاد زمین در حضور نیروهای اتلافی

در تاریخ ۸۷/۷/۳۰ با حضور هیأت محترم داوران در دانشگاه زنجان برگزار گردید و نظر هیأت داوران بشرح زیر می باشد:

- |                                |  |                                    |                          |                             |                          |
|--------------------------------|--|------------------------------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------|
| <input type="checkbox"/> مددود | <input checked="" type="checkbox"/> امتیاز: ۱۸۰۸ | <input type="checkbox"/> دفاع مجدد | <input type="checkbox"/> | قبول (با درجه: <u>خوب</u> ) | (۱۸-۲۰)                  |
|                                |  |                                    |                          |                             | -۱- عالی (۱۶-۱۷/۹۹)      |
|                                |  |                                    |                          |                             | -۲- بسیار خوب (۱۴-۱۵/۹۹) |
|                                |  |                                    |                          |                             | -۳- خوب (۱۲-۱۳/۹۹)       |
|                                |  |                                    |                          |                             | -۴- قابل قبول (۱۱-۱۲/۹۹) |

رتبه علمی

استادیار

استادیار

استادیار

استادیار

نام و نام خانوادگی

دکتر یوسفعلی عابدینی

عضو هیأت داوران

-۱- استاد راهنما

دکتر جواد ایزدیار

-۲- استاد ممتحن اول

دکتر ناصر سپهری جوان

-۳- استاد ممتحن دوم

دکتر مجید جعفریان امیری

-۴- نماینده تحصیلات تکمیلی

۱۳۸۸ / ۱۱ / ۱۰



دکتر محمدعلی اسماعیلی

معاون آموزشی و تحصیلات تکمیلی

دانشکده علوم

۸/۱۹

این فقط یک پایان نامه نیست که آغاز است  
برای درست تر فکر کردن، بالاتر پریدن، و در  
نهایت شادتر زیستن و من نه فقط این  
پایان نامه، که لحظه لحظه زندگی ام را تقدیم  
می کنم به بهترین پدر بزرگ دنیا. کسی که  
درست فکر کردن، بالا پریدن و شاد زیستن را  
از من می خواست و من هیچ وقت فکر  
نمی کردم روزی بیاید که او نباشد

## قدردانی و تشکر

سپاس خدای را که دیگر بار مرا در مسیر یادگیری دانش قرار داد.

از استاد بزرگوارم آقای دکتر عابدینی که همواره از نظر علمی و فکری راهنما و پشتوانه من بودند و زحمات بسیاری متحمل شدند، بی نهایت سپاسگزارم. قطعاً این مسیر بدون حمایت‌های مشفقارانه ایشان هرگز طی نمی‌شد. همینطور از خانواده عزیزم و همسر صبور و مهربانم، قدردانی می‌کنم که همیشه و همیشه حامی و مشوق من بوده‌اند.

از داوران گرامی که زحمت مطالعه و داوری پایان‌نامه را قبول نمودند سپاسگزارم.

همچنین از دوستانم در دانشگاه زنجان، خانم‌ها: سپیده سلطانی، کیان‌دخت رناسی، پریسا بختیارپور، اکرم گل‌سرخی، زهرا موسوی، فائزه پوسانه، زهره نعمتی و یاسمن مشایخی به خاطر لحظات خوبی که با هم داشتیم و کمک‌ها و دوستی‌هایشان ممنونم و برایشان آرزوی موفقیت دارم.

## چکیده

یکی از پیشرفت‌های بزرگ فیزیک زمین جامد، یافته‌ی بنیوف (1954) در زمین لرزه ۱۹۵۲ کامچاتکا بود که در آن نوسانی با دوره ۵۷ دقیقه مشاهده کرد و آن را نوسان آزاد زمین دانست. از آن پس جنبه‌های گوناگون این مسئله توسط افراد مختلف مورد بررسی قرار گرفته است. آلتمن مقادیر عددی دوره تناوب نوسانات آزاد را با استفاده از روش رونگه-کوتا مطالعه کرد و حاصل آن طبقه‌بندی وجوه نوسانی به مؤلفه‌های شعاعی و پیچشی بود. وینگز معادله‌ی دینامیکی زمین را با استفاده از روش ریلی ریتز حل کرد. تئوری نوسانات آزاد زمین به طور گسترده‌ای توسط گیلبرت، گوینز، ثبوتی و دیگران بررسی شده و در نتیجه این بررسی‌ها حجم وسیعی از مقالات و داده‌های عددی به دست آمده است.

در این پایان نامه به دنبال مقاله‌ی ثبوتی [۷,۸,۹] که در آن رهیافت ریاضی نوسانات آزاد اجرام زمین گونه مورد مطالعه قرار گرفته است و مقاله‌ی عابدینی [۱۰]، ابتدا نوسانات آزاد زمین واقعی را در یک مدل کروی متقارن، ناچرخنده، کشسان و ایزوتروپ (مدل *SNREI* بولن ۱۹۶۸ مطالعه می‌کنیم. داده‌های گیلبرت و زیوانسکی از ساختار درون زمین در این محاسبات عددی مورد استفاده قرار گرفته است. نتایج تحلیلی نشانگر سه نوع وجوه صوتی-*p*، گرانشی-*g* و چنبره‌ای-*t* برای نوسانات زمین است که در آن وجوه صوتی و گرانشی با هم جفت شده ولی وجوه چنبره‌ای با هیچکدام از آنها جفت نمی‌شود. نتایج عددی بدست آمده با داده‌های مشاهده‌ای از زمینلرزه‌های بزرگ تطابق خوبی را نشان می‌دهد.

سپس دربخش دیگر این کار با توجه به اینکه زمین واقعی کاملاً کشسان نیست، با فرض یک مدل واقعی تر برای زمین یعنی با درنظر گرفتن نیروهای اتلافی در زمین و به دست آوردن یک معادله حالت مناسب‌تر برای آن، اثر نیروهای اتلافی را بر روی نوسانات آزاد زمین مطالعه می‌کنیم. نتیجه این بررسی تغییر مقدار فرکانس‌های هر کدام از وجوه فوق می‌باشد که در بعضی از موارد این مقادیر با داده‌های مشاهده‌ای از زمین‌لرزه‌های بزرگ در مقایسه با حالت قبل تطابق بهتری را نشان می‌دهد.

## فهرست

چکیده .....	پنج
مقدمه .....	هشت
۱ امواج لرزه‌ای و ساختار درونی زمین	
۴ .....	۱.۱ مکانیک محیط‌های کشسان
۵ .....	۱.۱.۱ کرنش ( <i>Strain</i> )
۶ .....	۲.۱.۱ تتش ( <i>Stress</i> )
۸ .....	۲.۱ معادله حرکات امواج $s$ و $p$
۱۲ .....	۳.۱ میرایی امواج لرزه‌ای
۱۴ .....	۴.۱ مکانیک محیط‌های غیرالاستیک (ویسکوز)
۱۶ .....	۵.۱ مکانیک محیط‌های ویسکوالاسیک
۲ نوسانات آزاد زمین، معادلات حرکت	

۱۸	.....	۱.۲ معادلات حرکت
۱۹	.....	۱.۱.۲ معادله حرکت بدون در نظر گرفتن اتلاف
۲۳	.....	۲.۲ معادله حرکت در حضور نیروهای انتقامی
۲۶	.....	۳.۲ معادله حالت مناسب برای زمین و محاسبه $\delta P$
۲۶	.....	۱.۳.۲ تعریف معادله حالت
۲۷	.....	۲.۳.۲ معادلات ترمودینامیکی حالت
۳۱	.....	۳.۳.۲ معادله مورنافان - بیرچ
۳۳	.....	۴.۲ فضای هیلبرت
۳۴	.....	۱.۴.۲ زیرمجموعه‌های فضای هیلبرت
۳۷	.....	۵.۲ روش محاسبات و محاسبات عددی
۳۸	.....	۱.۵.۲ روش ریلی - ریتز
۴۳	.....	۶.۲ تقسیم ماتریس‌های $W$ و $S$ به بلوک‌های $pp$ , $pg$ , $pt$ و غیره
<b>۳ نتایج محاسبات عددی با داده‌های واقعی زمین و تحلیل آنها</b>		
۴۸	.....	۱.۳ استفاده از برنامه نویسی فرتون
۵۶	.....	۲.۳ تحلیل نتایج محاسبات عددی
۶۲	.....	پیوست
۷۹	.....	مراجع

## مقدمه

### ۱.۰ نوسانات آزاد زمین

لرزه‌شناسی به معنای آنالیز حرکات زمین است که در نتیجه منابع انرژی درون زمین مانند زمین لرزه‌ها و انفجارها ایجاد می‌شوند. بیشتر این آشفتگی‌ها ناپایدارند و به استثنی مجاورت سطح زمین، پس از فرونشستن موج عبوری به حالت اولیه خود باز می‌گردند. نوساناتی از این نوع آشفتگی‌های کشسان کوچک یا کرنش‌هایی را شامل می‌شوند که در نتیجه نیروهای درونی یا تنش‌ها ایجاد شده‌اند. این آشفتگی‌های کشسان همان‌گونه که می‌توانند به صورت امواج رونده در زمین وجود داشته باشند، می‌توانند به صورت امواج ایستا نیز ظاهر شوند.

گاهی زمین لرزه‌ای آقدر بزرگ است که باعث می‌شود کل زمین مثل یک زنگ به صدا در بیاید و این نوسان حتی تا مدت چندین روز بعد از زمین لرزه ادامه داشته باشد. امواج روندهایی که دراثر زمین لرزه‌های بزرگ ایجاد می‌شوند، هنگامی که به مرزهای زمین می‌رسند بازتاب پیدا می‌کنند و باعث به وجود آمدن امواج ایستا در کل زمین می‌گردند.

در واقع شکل تقریباً کروی و محدود زمین قیدهای شعاعی و پیرامونی را در حل معادله حرکت مربوط به آن ایجاد می‌کنند. از این دیدگاه، تنها امواج سطحی‌ای که پس از انتشار پیرامون سطح زمین تداخل سازنده انجام می‌دهند به صورت نوسان‌هایی با دوره تناوب طولانی باقی می‌مانند. در چنین شکل کروی و محدودی تنها طول موج‌های معینی می‌توانند ایجاد امواج ایستاده کنند. زیرا تنها طول موج‌های گستره و مجزایی وجود دارند که شرایط مرزی زمین را ارضاء می‌کنند. به این موج‌های ایستاده نوسانات آزاد یا مدهای نوسانی نرمال سیستم می‌گویند. نه تنها امواج سطحی بلکه همه‌ی انواع جابه‌جایی‌های کشسان در طول زمین می‌توانند ایجاد امواج ایستا نمایند. گرچه امواج سطحی را راحت‌تر می‌توان توسط لرزه‌سنجهای اشکار کرد.

مدهای نوسانی آزاد پایه‌ی کاملی را تشکیل می‌دهند که با استفاده از آنها هر آشفتگی کشسان کلی را که در زمین ایجاد می‌شود، می‌توان توصیف کرد. به زبان دیگر این امکان وجود دارد که هر آشفتگی کشسان در زمین را به صورت بسطی از برهم نهی مدهای نرمال نوشت.

نوسان یک کره جامد کشسان اولین بار به وسیله‌ی پواسون در ۱۸۲۹ مورد بررسی قرار گرفت. لامب در

۱۸۸۲ وجهه ساده‌تری از نوسان یک کره‌ی همگن را مورد بحث قرار داد و بسامدهای اساسی معادله‌ی نوسان را محاسبه کرد. او انواع نوسانات کره را به دو کلاس ۱- کروی وار ۲- پیچشی طبقه‌بندی نمود که در اولی مؤلفه‌ی شعاعی جابه‌جایی و در دومی مؤلفه‌ی شعاعی تاو جابه‌جایی صفر است.

مدھای نوسانی آزاد را به سختی می‌توان آشکار کرد. این مدھا دوره‌ی تناوب بزرگی دارند و تنها توسط زمین‌لرزه‌های بزرگ ایجاد می‌شوند. بنابراین آشکار شدن‌شان مستلزم توسعه‌ی ابزارهایی با دقت بالا در فرکانس‌های کم و همچنین موقع زمین‌لرزه‌های بزرگ است.

در سال ۱۹۵۲ بنیوف یک نوسان آزاد مشاهده کرد. این دوره بزرگتر از آن بود که به موج کشسان رونده نسبت داده شود. بنیوف معتقد بود که این نوسان، معرف نوسان یک موج ایستاده یا نوسان آزاد زمین است. نوسانات آزاد یک کره‌ی کشسان یکنواخت، همان طوری که قبلاً اشاره شد، سال‌ها پیش از آن مورد مطالعه قرار گرفته بود و از این رو معلوم شد که دوره‌های نزدیک به دوره‌ی موجی که بنیوف مشاهده کرده بود به مدھای نوسانی مشخصی وابسته است.

تفسیر نگاشت‌های کامچاتکا بدون ابهام نبود، ولی از سال ۱۹۵۴ تاکنون نوسان‌های مسلمی شناسایی شده‌اند که با تعدادی از مدھای ارتعاشی متناظر هستند. شکی نیست که اولین نگاشت‌هایی که نوسانات آزاد را به روشنی نشان داده‌اند، نگاشت‌های زمین‌لرزه بزرگ شیلی ۱۹۶۰ بوده است. این مشاهدات آغازی برای شاخه‌ی جدیدی از لرزه‌شناسی با نام لرزه‌شناسی فرکانس‌های خیلی پایین بود.

در حال حاضر برای محاسبه‌ی دوره‌های نظری نوسان‌های الگوهای زمینی روش‌هایی ابداع شده و اندازه‌گیری‌هایی برپایه لرزه‌شناسی موج‌های حجمی انجام می‌گرد. افزون بر آن میرایی نوسان‌های آزاد را می‌توان اندازه‌گرفت و از آن ناکشسانی زمین را تعیین کرد.

مدھای نوسانی آزاد زمین حاوی اطلاعاتی درباره‌ی ساختار داخلی زمین هستند. به دلیل آنکه کل زمین درگیر نوسانات آزاد است، مدھای نرمال بیشتر به میانگین پارامترهای زمین حساسند تا به مقدار این پارامترها در نقاط خاصی از زمین.

از آنجایی که نوسانات آزاد باید در مقابل جاذبه‌ی زمین کار انجام دهند، بنابراین امواج پیش شده از لرزه‌سنجهای حاوی اطلاعاتی در مورد توزیع چگالی در زمین هستند و به همین دلیل مدھای نرمال نقش اساسی را

در توسعه‌ی دانش ما در مورد پارامترهای زمین ایفا می‌کنند.

به عنوان یک مثال از امواج ایستا حالت تک بعدی و ساده‌ی نوسان یک ریسمان را که دو سر آن بسته است در نظر می‌گیریم. آشفتگی که در طول ریسمان پیش می‌رود ایجاد موج ایستا می‌کند و از آن جایی که طول موج موج‌های ایستا باید کسر درستی از طول ریسمان باشد، بنابراین فقط طول موج‌های معینی مجاز هستند که توسط شرایط مرزی تعیین می‌شوند. طیف این طول موج‌ها گستته است، اگرچه تعداد آن‌ها همچنان به نهایت است.

حرکت در ریسمان از معادله‌ی موج یک بعدی تبعیت می‌کند که در آن  $c$  سرعت فاز است.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial^2 x} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial^2 t}$$

جواب کلی این معادله به صورت زیر است :

$$u(x, t) = A e^{iw(t+\frac{x}{c})} + B e^{iw(t-\frac{x}{c})} + C e^{-iw(t+\frac{x}{c})} + D e^{-iw(t-\frac{x}{c})}$$

از شرایط مرزی مسأله که ناشی از بسته بودن دو انتهای ریسمان است داریم :

$$u(0, t) = u(L, t) = 0$$

از شرط اول خواهیم داشت :

$$A = -B \quad , \quad C = -D$$

واز شرط دوم در  $x = L$  داریم :

$$(A e^{iwt} - C e^{-iwt}) 2i \sin\left(\frac{wL}{c}\right) = 0$$

واز حل معادله بالا داریم:

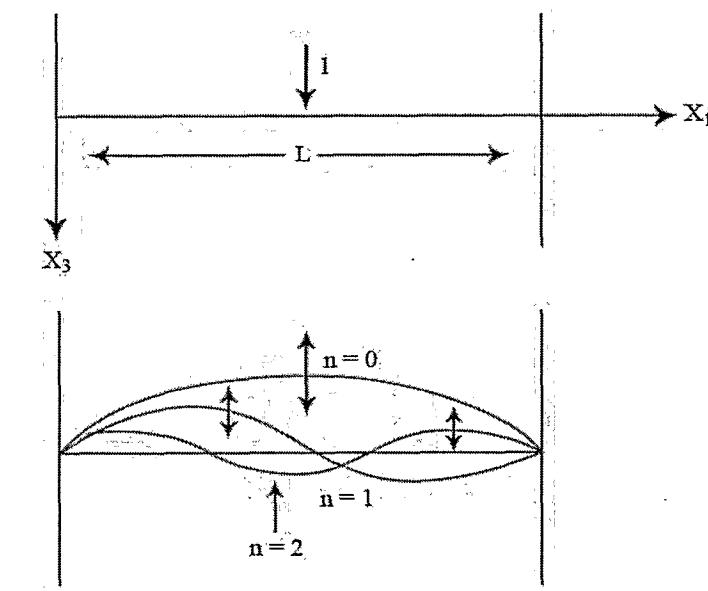
$$\frac{wL}{c} = (n+1)\pi \quad , n = 0, 1, 2, 3, \dots \infty$$

بنابرین فرکانس‌های این حرکت  $\frac{(n+1)\pi c}{L} = w_n$  فرکانس‌های ویژه این سیستم مقید نامیده می‌شوند.

جابه‌جایی‌های متناظر با این فرکانس‌های ویژه، مدهای نرمال سیستم بوده و به صورت زیر هستند:

$$u = \exp(iw_n t) \sin(w_n \frac{x}{c})$$

برای  $n=0$  مد پایه یا اصلی را خواهیم داشت که در آن گره وجود ندارد و برای  $n$  های بزرگ‌تر از صفر که مدهای برانگیخته یا فرعی هستند تعداد  $n$  گره مشاهده می‌شود. این امواج در راستای افقی حرکت نمی‌کنند (مکان گردها روی محور ثابت است). شکل (۱.م)



شکل ۱.۰ امواج ایستاده در ریسمان

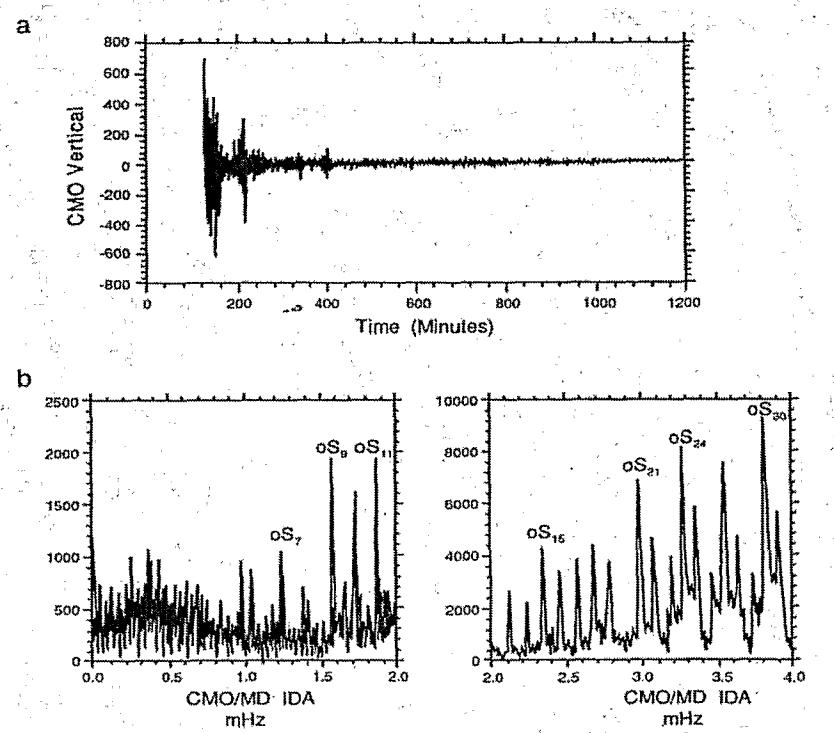
هر موج رونده دیگری را می‌توان به صورت بسط فوریه این فرکانس‌های ویژه نوشت.

$$u(x, t) = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n e^{iw_n t} + B_n e^{-iw_n t}) \times \sin\left(\frac{w_n x}{c}\right)$$

چنانچه موج رونده‌ای را که توسط یک لرزه نگار نظری ثبت شده و ساعتها و روزها بعد از زلزله دوام داشته است، داشته باشیم مانند شکل (۱.۲)، هنگامی که طیف توانی این سیگنال را محاسبه می‌کنیم، (شکل (۱.۲.b))

یازده

قلنهای مجرایی را در فرکانس‌های متفاوت، با دامنه‌های متغیر خواهیم دید. این‌ها ویژه فرکانس‌های سیستم زمین هستند.

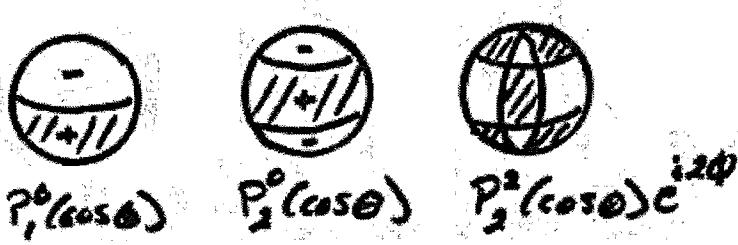


شکل ۲۰. (a) نمونه‌ای از یک لرزه نگاشت نظری (b) طیف توانی این لرزه‌نگاشت

سیستم زمین بسیار پیچیده‌تر از سیستم ریسمان است اما اصول اولیه در هر دو یکسان هستند. مدهای نرمال نوسانات آزاد زمین از حل معادله‌ی موج در مختصات کروی به دست می‌آیند و جواب‌ها به صورت هماهنگ‌های کروی ظاهر می‌گردند. بنابراین هندسه‌ی میدان جابه‌جایی بر روی سطح زمین را می‌توان به صورت هماهنگ‌های کروی بر حسب درجه  $l$  در عرض و مرتبه‌ی  $m$  در طول جغرافیایی نشان داد. در نتیجه می‌توان هر نوسان با مشخصات  $(l, m)$  را به صورت اصلی و یا طبقه‌های فرعی نشان داد که  $1 \leq m \leq l$  اعداد صحیح هستند و  $l \leq m \leq l$  است.

$$Y_l^m(\theta, \varphi) = (-1)^m \left[ \frac{2l+1}{4\pi} \right]^{\frac{1}{2}} P_l^m(\cos \theta) e^{im\varphi}$$

تابع  $e^{im\varphi}$  تعداد  $2m$  صفر در راستای نصف‌النهارها دارد در حالیکه  $P_l^m(\cos \theta)$  تعداد  $(l-m)$  صفر در راستای عرض جغرافیایی دارد. الگوهای سطحی ایجاد شده توسط هارمونیک‌های کروی در شکل (۳.۳) نشان داده شده است.



شکل ۳.۰ الگوهای سطحی ایجاد شده توسط هارمونیکهای کروی

نوسانات آزاد به دو گروه اساسی دسته‌بندی می‌شوند: (۱) مدهای کروی‌وار، که مؤلفه حرکتی در راستای شعاع زمین دارند و در آن‌ها مؤلفه‌ی شعاعی تاو جایه‌جایی صفر است.  $\nabla \times u = 0$

(۲) نوسانات پیچشی یا چنبرهای، که شامل حرکات برشی موافق با سطح زمین می‌شوند و در آن‌ها مؤلفه شعاعی جایه‌جایی صفر است.  $\nabla \cdot u = 0$  و  $u_r = 0$ .

این دو حرکت با هم جفت نمی‌شوند.

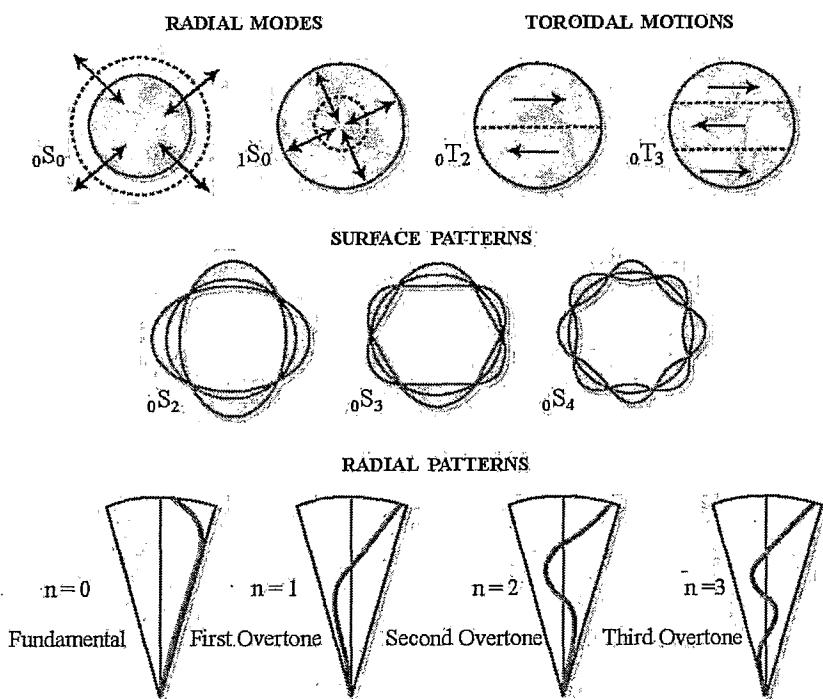
گرانش تأثیری بر روی حرکت‌های پیچشی ندارد اما حرکت‌های شعاعی بیش از هر موج لرزه‌ای دیگری به گرانش و در نتیجه توزیع چگالی بستگی دارند.

ساده‌ترین مد نوسانی کروی‌وار مربوط به انقباض و انبساط زمین است که اصطلاحاً نفس کشیدن زمین نامیده می‌شود و دوره تناوبی برابر با ۲۰ دقیقه دارد. مد کروی‌وار دیگر اصطلاحاً مد توب فوتیال نامیده می‌شود که دوره تناوبی برابر با ۵۴ دقیقه دارد و در آن زمین به صورت یک توب راگی تغییر شکل می‌دهد. ساده‌ترین مد پیچشی همان چرخش زمین به دور خود است که مد مهمی از نظر لرزه‌شناسی محسوب نمی‌گردد. مد پیچشی بعدی مدی است که در آن دو نیم‌کره در جهت‌های متفاوت از یکدیگر می‌چرخد.

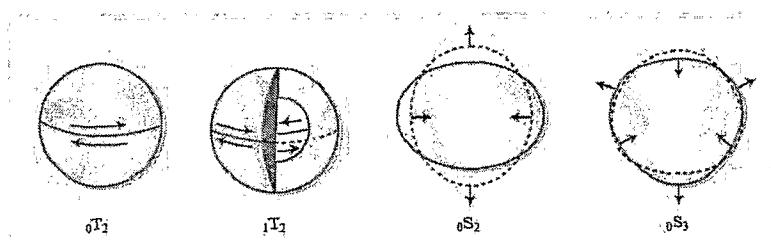
مدهای پیچشی و شعاعی به ترتیب به صورت  $T_1^n$  و  $S_1^n$  نمایش داده می‌شوند. که  $n$  تعداد گره‌ها در امتداد شعاع زمین و  $\ell$  تعداد صفحه‌های گره‌ای روی سطح زمین را مشخص می‌کند. برای مثال مد  $T_2^0$  نشانگر حالتیست که در آن نیم‌کره‌های بالایی و پایینی زمین در خلاف جهت هم حرکت می‌کنند. در مدهای پیچشی قطب‌های زمین حرکت نمی‌کنند. مد  $T_1^0$  وجود ندارد.

مدهای کروی‌وار با  $\theta = 0$ ، صفحه‌های گره‌ای بر روی سطح ندارند و از این‌رو گاهی مدهای شعاعی نامیده

می‌شوند. مد  $0S_0$  در واقع انقباض و انبساط کل زمین است.



شکل ۴۰.۰ (بالا) الگوهای سطحی و شعاعی از حرکت‌های مد های کروی وار. (پایین) مد های شعاعی صفحه های گرهای بر روی سطح ندارند و مد های پیچشی که شامل حرکات پیچشی زمین می‌شوند.



شکل ۵.۰ برحی از انواع نوسانات آزاد زمین  $0S_2$  و  $0S_3$  نوسانات کروی و  $0T_2$  و  $1T_2$  نوسانات پیچشی زمین هستند. مد  $0S_2$  اصطلاحاً مد توب فوتbal نامیده می‌شود.

## ۲. مدل و روش به کار برده شده در این پایان نامه

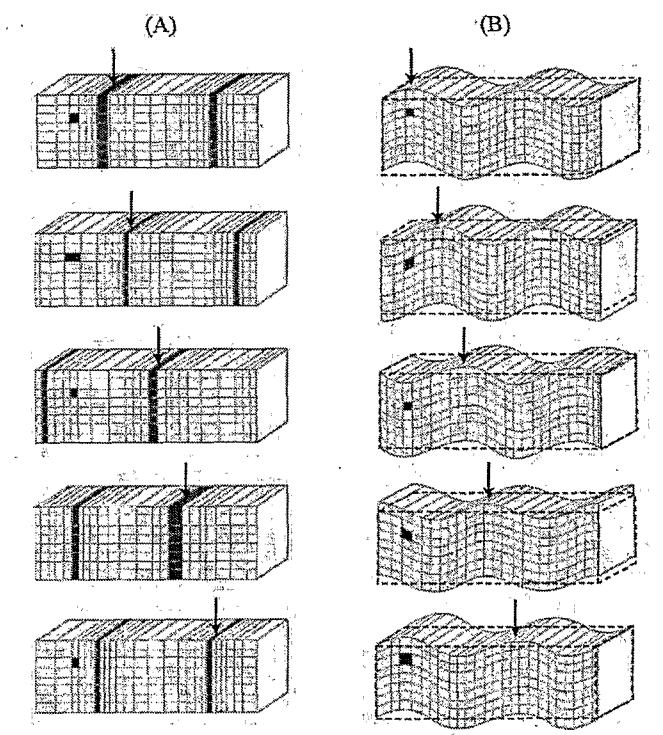
در این کار نوسانات آزاد زمین را ابتدا در یک مدل کروی متقارن، ناچرخنده، کشسان و ایزوتروپ (SNREI) مطالعه می‌کنیم. روش مورد استفاده روشی است که ثبوتی در مورد نوسانات ستارگان به کار برده و آن را به اجرام سماوی زمین‌گونه توسعه داده است.<sup>[۷]</sup> سپس با کمی انحراف از این مدل و فرض یک مدل واقعی تر که در آن زمین کامل‌کشسان نیست، نقش نیروهای اتلافی را بر روی نوسانات آزاد زمین بررسی می‌کنیم. در ضمن برای زمین واقعی از داده‌های گلبرت و زیوانسکی (۱۹۸۵)<sup>[۱۴]</sup> مطابق با ساختار درونی زمین در محاسبات عددی خود استفاده می‌کنیم. در فصل یک نگاهی کلی به امواج لرزه‌ای و نوسانات آزاد زمین داریم. و مفاهیمی را مطرح می‌کنیم که به عنوان مطالعات پایه در فصل‌های بعدی مورد استفاده قرار می‌گیرد. فصل دواختصاص به موضوع اصلی این پایان نامه یعنی محاسبه‌ی مدهای نوسانی آزاد زمین دارد. در فصل بعد کارهای کامپیوتری و نتایج عددی برای دو حالت بدون در نظر گرفتن اتلاف و در حضور اتلاف آورده شده است و نتایج عددی فوق مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته است.

## فصل اول

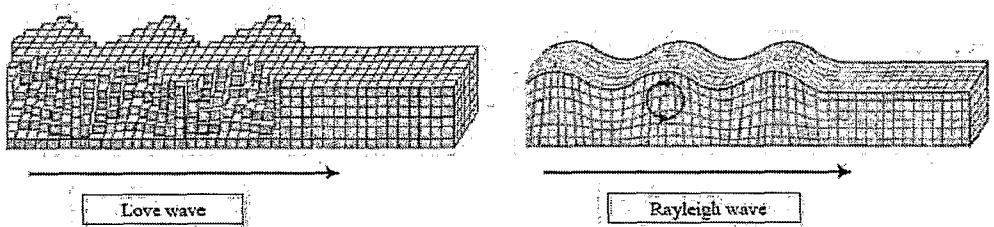
# امواج لرزه‌ای و ساختار درونی زمین

بدیهی است که ساختار درون زمین را نمی‌توان با مشاهدات مستقیم یا حفاری‌ها آشکار کرد، چرا که عمیق‌ترین حفاری‌ها به وسیله روس‌ها در شبه جزیره کولا در شمال روسیه حدود ۱۲ کیلومتر است (کوزلوفسکی، ۱۹۸۴).  
بکی از روش‌های پی بردن به ساختمان درونی زمین تحلیل منحنی سرعت در داخل زمین یا لرزه‌شناسی است که می‌توان از آن اطلاعات خوبی را در مورد ساختمان درون زمین به دست آورد که اولین بار این کار را بولن (bulleten) انجام داد. کلمه لرزه‌شناسی به معنی مطالعه زمین لرزه‌ها است ولی امروزه مطالعه امواج کشسانی را که در اثر زمین لرزه‌ها و انفجار‌های مصنوعی ایجاد می‌شوند و نیز بررسی تمام پارامترهایی را که می‌توان از انتشار این امواج استنباط کرد در بر می‌گیرد. بنابراین گستره اطلاعاتی که از طریق لرزه‌شناسی می‌توان به آن‌ها دست یافت بسیار وسیع است. به عنوان مثال با بررسی زمین لرزه‌ها که بیانگر آزاد شدن ناگهانی تنش درونی زمین است می‌توان اطلاعاتی از ماهیت درونی زمین به دست آورد. در اثر زمین لرزه‌ها امواجی با دوره تناوب از حدود ۱/۱۰ ثانیه تا چندین دقیقه در زمین منتشر می‌شوند. زمین در این محدوده فرکانسی در مقابل این امواج مانند جامدات کشسان رفتار می‌کند. در نتیجه این خاصیت کشسانی انواع گوناگونی از امواج لرزه‌ای می‌توانند در زمین انتشار یابند و این موضوع باعث می‌شود که حرکات زمین پس از زمین لرزه‌ها و انفجارها بسیار پیچیده باشد.  
با این حال دو نوع اساسی از امواج کشسان در زمین وجود دارند که اولی در اثر تراکم و انبساط محیط کشسان

زمین در جهت انتشار موج و دومی در اثر حرکات برشی محیط کشسان در راستای عمود بر جهت انتشار موج ایجاد می‌شود. این امواج را به ترتیب امواج طولی یا اولیه P (Primary) و امواج عرضی یا S (Secondary) می‌نامیم. زیرا امواج P سریعتر از امواج S حرکت می‌کنند و بنابراین زودتر می‌رسند. ترکیب این دو موج در سطح زمین نوع دیگری از امواج را به نام امواج سطحی تولید می‌کند. دو دسته‌ی اساسی از این امواج سطحی، امواج ریلی و امواج لاو هستند. امواج ریلی برخلاف امواج لاو شامل حرکات انقباضی هستند. هر دو این امواج آهسته‌تر از امواج S و P حرکت می‌کنند. و از آنجایی که در سطح زمین حرکت می‌کنند دامنه‌های بزرگ‌تری نسبت به امواج S و P دارند.



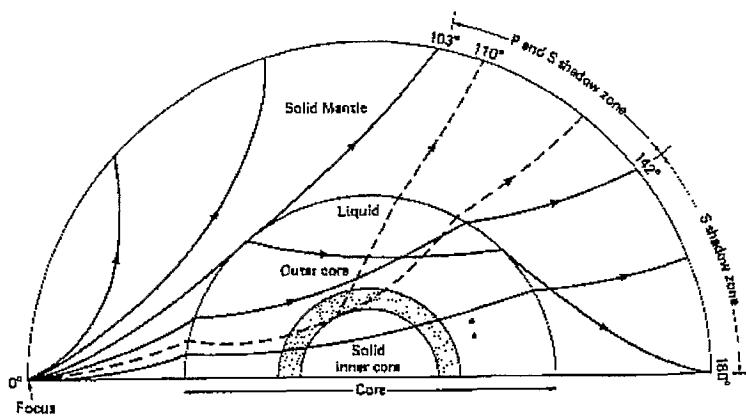
شکل ۱.۱ (A) امواج طولی یا p. (B) امواج عرضی یا s.



شکل ۲۰.۱ سمت راست موج ریلی . سمت چپ موج لاو.

و بالاخره نوع دیگری از امواج لرزه‌ای که مورد بحث ما در این پایان‌نامه است، نوسانات آزاد هستند. امواجی که بعد از وقوع یک زمین‌لرزه بزرگ کل زمین را مانند زنگی به صدا در می‌آورند. این امواج را می‌توان توسط لرزه‌نگارهای حساس حتی پس از گذشت یک ماه بعد از زلزله نیز مشاهده کرد. ویژه فرکانس‌های این امواج به پارامترهای کل زمین بستگی دارند و ما در این پایان‌نامه آنها را با دقت خوبی به دست می‌آوریم.

هر ترکیبی از امواج لرزه‌ای را می‌توان به صورت ترکیبی از مدهای نوسانی آزاد یا مدهای نرمال به دست آورد. در عمل نمایش مدهای نرمال در فرکانس‌های پایین (موج‌های لرزه‌ای که دوره تناوب بالای ۴۰ ثانیه دارند) امکان‌پذیر است. زیرا در فرکانس‌های بالا تعداد مدهای نرمال سازنده امواج لرزه‌ای به طور اجتناب ناپذیری زیاد هستند. به منظور تفسیر حرکات زمین از طریق مشاهده امواج رونده، موج لرزه‌ای را به صورت تابعی از جایه‌جایی بر حسب زمان در یک لرزه‌نگار ثبت می‌کنیم. سپس بسته‌های با اثری زیاد (اصطلاحاً فازها) را بر روی آن شناسایی می‌کنیم. سپس تبدیل فوریه این لرزه‌نگاشت را به دست می‌آوریم. پیک‌های مجزای روی طیف حاصل، همان مدهای نرمال یا نوسانات آزاد هستند. از روی زمان سیر این امواج می‌توان سرعت‌شان را به صورت تابعی از عمق تعیین کرد و از آن‌جا که مرزهای بین لایه‌های درون زمین موجب بازتاب و شکست امواج می‌شوند جای این امواج را می‌توان تعیین کرد. در واقع اولین یافته‌های لرزه‌شناسی تعیین نواحی درون زمین بود. پوسته، جبه، هسته‌ی خارجی و هسته‌ی داخلی نواحی درون زمین هستند و هر کدام توسط مرزهایی که امواج لرزه‌ای را بازتاب می‌دهند از هم جدا شده‌اند. هسته‌ی خارجی زمین مایع است و بنابراین سرعت امواج لرزه‌ای در آن کمتر از قسمت‌های جامد زمین مانند مانتل است.



شکل ۱.۳۰ مرزهای بین نوای درون زمین موجب بازتاب و شکست امواج لرزه‌ای می‌شوند.

## ۱.۱ مکانیک محیط‌های کشسان

ژئوفیزیک مدرن به مطالعه تغییر شکل‌های کوچک در گستره وسیعی از محیط‌های متفاوت می‌پردازد. به عنوان مثال برای مطالعه هسته‌ی خارجی واقیانوس‌ها به دینامیک سیالات نیاز داریم. برای برخی از طبقات زمین نیاز است که جامدات ویسکوالاستیک را در نظر بگیریم. مانند جامد است و برای آن تئوری گسترش امواج در جامدات را در نظر می‌گیریم. اما به طور کلی در مباحث لرزه‌شناسی تئوری امواج کشسان را مورد مطالعه قرار می‌دهیم، چرا که بیشتر با معادلات موجی سروکار داریم که تغییر شکل‌ها یا کرنش‌های کوچک را شامل می‌شوند و در واقع توازن بین تنش و کرنش را ایجاد می‌کنند. بنابراین برخی از مفاهیم اصلی مکانیک محیط‌های کشسان را در اینجا می‌آوریم و رابطه بین تنش و کرنش در محیط‌های کشسان را بررسی می‌کنیم.

خواهیم دید که تئوری اساسی انتشار موج از قانون دوم نیوتن  $\sum F = ma = m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$  و قانون هوک یعنی  $F = -cu$  که در آن  $c$  ثابت کشسان یا همان ثابت فنراست به دست می‌آید. دریک بعد قانون هوک می‌تواند به صورت رابطه‌ای بین تنش  $\sigma$  و کرنش  $\epsilon$ ، به صورت  $E\epsilon = \sigma$  که در آن  $E$  مدول یانگ است نوشته شود. همچنین خواهیم دید که در دو و سه بعد این رابطه خطی بین استرس و استرین وجود ندارد و بنابراین قانون تعمیم یافته هوک را بیان می‌کنیم.