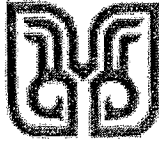


بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ



دانشگاه شیراز

دانشکده علوم

بخش فیزیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

---

## حل منحنی نوری ستاره متغیر گزفتی *AI Draconis*

---

اساتید راهنما:

دکتر سید جلیل الدین فاطمی

دکتر بهرام خالصه

مؤلف:

اکرم نیک نفس گنوی پور

۱۳۸۸ / ۴ / ۱۶

آبان ۱۳۸۷

کتابخانه اطلاعات مدرن علمی بزرگ  
تیم مدیریت

ب

۱۱۵۰۹۹



دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط احراز درجه کارشناسی ارشد به

بخش فیزیک

دانشکده علوم

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچ گونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو: اکرم نیک نفس

استادان راهنما: ۱- دکتر سیدجلیل الدین فاطمی

۲- دکتر بهرام خالصه

دور ۱: دکتر فرهاد رحیمی

دور ۲: دکتر مجید رهنا

نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر حسن فاطمی

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه است.



(ج)

## چکیده :

داده های سیستم دوتایی گرفتی *AI Dra* در دو صافی  $B$  و  $V$  با استفاده از روش ویلسون - دوینی (۱۹۹۸ م.) مورد تجزیه و تحلیل قرار گرفته و کمیت‌های نورسنجی آن تعیین گردیده است. منحنی نوری مشخص می کند که این سیستم از نوع آگول می باشد. تحلیل منحنی های نوری نشان می دهد که سیستم *AI Dra* نیمه جدا می باشد که مولفه دوم آن حد روچ خودش را پر نموده است. افت جزئی نور در کناره های هر دو کمینه می تواند نشان دهنده وجود طوفانهای گازی و مواد گسترش یافته حول مولفه همدم باشد. دماهای محاسبه شده به ترتیب برای مولفه اصلی و مولفه همدم ۹۵۰۰ درجه کلوین و ۵۴۷۰ درجه کلوین است. رده طیفی مولفه هابراساس دماهای محاسبه شده به ترتیب برای مولفه اصلی  $A_0$  و برای مولفه همدم  $G_2$  تعیین شد.

## «فهرست مطالب»

### فصل اول: آشنایی با ستارگان دوتایی

- ۱-۱ تاریخچه ..... ۲
- ۲-۱ نامگذاری متغیرها ..... ۴
- ۳-۱ مشاء سیستمهای دوتایی ..... ۵
- ۴-۱ تقسیم بندی سیستمهای دوتایی ..... ۷
- الف) دوتایی های ظاهری ..... ۸
- ب) دوتایی های مرئی ..... ۸
- ج) دوتایی های اخترسنجی ..... ۱۱
- د) دوتایی های طیف سنجی ..... ۱۲
- ه) دوتایی های طیفی مرکب ..... ۱۷
- و) دوتایی های گرفتی ..... ۱۷
- ۵-۱ رده بندی ستارگان دوتایی گرفتی ..... ۲۰
- الف) رده بندی هازل هرست ..... ۲۱
- ب) رده بندی کوپال ..... ۲۷
- الف) رده بندی کرات ..... ۲۹
- د) رده بندی ساها ..... ۳۰
- ه) رده بندی کوکارکین ..... ۳۱
- ۶-۱ تقریب روچ و سطوح هم پتانسیل ..... ۳۲

### فصل دوم: آنگولها

- ۱-۲ مقدمه ..... ۳۷
- ۲-۲ منحنی نوری آنگولها ..... ۳۸
- ۳-۲ بررسی آماری آنگولها ..... ۴۱
- ۴-۲ تکامل آنگولها ..... ۴۹
- ۵-۲ دسته بندی آنگولها ..... ۵۱

فصل سوم: روشهای تحلیل منحنی نوری دوتایی های گرفتی

۵۴	.....	۱-۳ مقدمه
۵۵	.....	۲-۳ آشنایی با برنامه ویلسون دوینی
۵۶	.....	۳-۳ برنامه <i>L_C</i>
۶۷	.....	۴-۳ برنامه <i>D_C</i>

فصل چهارم: حل منحنی نوری سیستم دوتایی گرفتی *AIDra*

۷۰	.....	۱-۴ تاریخچه سیستم <i>AIDra</i>
۷۲	.....	۲-۴ داده ها
۷۵	.....	۳-۴ حل سیستم با کمک برنامه ویلسون-دوینی
۸۱	.....	۴-۴ پیشنهادات و نتیجه گیری
۸۲	.....	مراجع

فصل اول :

ستارگان دوتایی

## ۱-۱ تاریخچه

کشف اولین ستاره دوتایی در سال ۱۶۵۰ میلادی انجام گرفت. این ستاره دوتایی که همان عناق<sup>۱</sup> است توسط منجم ایتالیایی جین باپتیست ریچیولی<sup>۲</sup> در دانشگاه بولونا<sup>۳</sup> کشف شد [۱۷]. در سال ۱۶۵۶ میلادی، کریستین هویگنس<sup>۴</sup> توانست ستاره  $\theta$  جبار<sup>۵</sup> را به دو ستاره تفکیک کند که در حقیقت یک سیستم سه تایی است و در سال ۱۶۶۴ میلادی رابرت هوک<sup>۶</sup> ستاره حمل<sup>۷</sup> را به عنوان یک ستاره دوتایی ثبت کرد.

در سال ۱۶۶۷ میلادی، اخترشناسی ایتالیایی به نام مونتاناری<sup>۸</sup> مشاهده کرد که نور ستاره راس الغول<sup>۹</sup> یکباره به شدت کاهش می یابد. در سال ۱۷۸۲ میلادی یک جوان انگلیسی به نام

---

<sup>۱</sup> Mizar

<sup>۲</sup> Johannes Baptiste Riccioli

<sup>۳</sup> Bologna

<sup>۴</sup> Christain Huygens

<sup>۵</sup>  $\theta$  Orionis

<sup>۶</sup> Robert Hooke

<sup>۷</sup>  $\gamma$  Arietis

<sup>۸</sup> Geminiano Montanari

<sup>۹</sup> Algol



جان گودریک<sup>۱۰</sup> با مشاهده مداوم این ستاره از نوامبر ۱۷۸۲ م. تا ماه می ۱۷۸۳ م. به تغییرات تناوبی نور این ستاره که با دوره ای حدود ۲ روز و ۲ ساعت تکرار می شود پی برد. گزارشی که این منجم جوان به انجمن سلطنتی انگلستان داده است نه تنها به عنوان اولین مشاهده دقیق یک متغیر با دوره تناوب کوتاه، بلکه به دلیل توصیف هوشمندانه ای که در مورد علت کاهش نور ستاره ارائه داده است بسیار اهمیت دارد. جان گودریک در گزارش خود علت کاهش نور را احتمالاً به خاطر وجود یک جسم که به دور ستاره اصلی می گردد بیان کرده بود، اما این توصیف در آن زمان بسیار دور از ذهن مینمود. بالاخره در سال ۱۸۸۹ میلادی که وگل<sup>۱۱</sup> با مشاهده دقیق خطوط طیفی راس الغول دوتایی بودن آنرا ثابت کرد درست بودن نظریه گودریک جوان آشکار شد [۱۷].

در سالهای ۱۷۸۲ تا ۱۷۹۷ میلادی، سر ویلیام هرشل<sup>۱۲</sup> با انجام کار تحقیقاتی منظم حدود ۸۰۰ جفت از این ستارگان را کشف کرد. وی در ابتدا تصور می کرد که این ستارگان صرفاً به خاطر قرار گرفتن در امتداد دید ما در کنار یکدیگر دیده می شوند اما در رصد مجدد و بررسی دوباره این ستارگان دریافت که وضع نسبی اعضای بسیاری از این دوتایی ها نسبت به یکدیگر تغییر کرده است. این تغییر موضع به هرشل ثابت کرد که این جفت ستارگان در نزدیکی یکدیگر قرار دارند و گرانش آن ها بر هم تاثیر می گذارد.

در سال ۱۸۰۳ م. هرشل کشف کرد که ستارگان دوتایی سیستم Castor<sup>۱۳</sup> در یک مدار بیضوی به دور هم حرکت می کنند و به این ترتیب اخترشناسان توانستند قوانین گرانش نیوتون و

---

<sup>۱۰</sup> John Goodricke

<sup>۱۱</sup> H.C.Vogel

<sup>۱۲</sup> Sir William Herschell

<sup>۱۳</sup> Caster

قوانین کپلر را در مورد این سیستم ها به کار گیرند و جرم، شعاع و درخشندگی ستارگان دوتایی را معین کنند.

پس از زمان هرشل با توجه به اهمیت زیادی که سیستم های دوتایی پیدا کرده بودند تحقیقات در این زمینه گسترش زیادی یافت و تعداد ستارگان دوتایی ثبت شده به شدت افزایش پیدا کرد، طوری که در فهرستی که توسط ایتکن<sup>۱۴</sup> در سال ۱۹۳۲ میلادی به چاپ رسیده ۱۷۱۸۰ مورد از دوتایی ها آمده است [۱].

## ۱-۲ نامگذاری متغیرها:

می دانیم که روش های نامگذاری مختلفی برحسب اسامی صورت فلکی ها و حروف یونانی و یا روشهای عددی بر مبنای مختصات سماوی وجود دارد که تمامی ستارگان را در بر می گیرد. اما ستارگان متغیر یک روش نامگذاری سنتی و مخصوص به خود دارند. در این روش نام یک ستاره با یک یا دو حرف لاتین به اضافه حروف اختصاری صورت فلکی مربوطه مشخص می شود، مثل: RR Lyrae, U Pegasi و AIDragon. اولین ستاره دوتایی کشف شده با حرف R نامگذاری می شود، ستاره بعدی با S و به همین ترتیب تا Z، ستارگان بعدی با ترکیب دو حرفی لاتین مشخص می شوند که دوباره از RR شروع می شود و سپس RS, RT و به همین ترتیب تا RZ ادامه می یابد. پس از آن SS, ST و ... تا SZ و این روند با ZZ ختم می شود. سپس ادامه نامگذاری ها با AA تا AZ و BB تا BZ و در نهایت از QQ تا QZ انجام می گیرد. البته در این ترکیبها از

<sup>۱۴</sup> Aitken

حرف J استفاده نمی شود و این حرف بخاطر اشتباه نشدن با I کاملاً حذف شده است. چون تعداد این ترکیبها ۳۳۴ عدد است، پس در هر صورت فلکی می توان تا ۳۳۴ امین ستاره دوتایی کشف شده را به این صورت مشخص کرد. برای مشخص کردن ستاره های بعدی از اعداد هم کمک گرفته می شود، مثلاً ۴۴iBoo [۲۳].

### ۱-۳ منشاء سیستم های دوتایی

در مورد چگونگی شکل گیری ستارگان دوتایی در حال حاضر سه نظریه مهم وجود دارد که آن ها را به اختصار بیان می کنیم:

#### الف) تکه تکه شدن ابرهای مولکولی:

نتایج محاسبات الگوهایی که در آنها ابر مولکولی اولیه به صورت یک ابر متقارن چرخان در نظر گرفته می شود، نشان می دهد که یک ابر مولکولی که به تندی می چرخد می تواند طی مراحل به صورت یک حلقه یا قرص درآمد و تحت شرایط خاصی این قرص یا حلقه نیز می تواند تکه تکه شده و سبب به وجود آمدن ستاره های دیگر شود. این نتیجه می تواند نشان دهد که چگونه اندازه حرکت زاویه ای یک ابر مولکولی می تواند بین پیش ستاره هایی که از آن متولد می شوند توزیع گردد. به علاوه این نظریه به وضوح نشان می دهد که چرا ستاره های دوتایی و یا چندتایی بیشتر از ستاره های منفرد شکل می گیرند. در الگوهای جدیدی که در سالهای اخیر برای تکه تکه شدن و رمبش ابرهای مولکولی ارائه شده است شرایط اولیه مانند چگالی و آهنگ دوران

اولیه را غیر یکنواخت فرض کرده و انتقال انرژی از طریق تابش را در نظر می گیرند. نتایج این الگوها با مشاهدات رصدی توافق بسیار خوبی نشان می دهد.

### ب) به دام افتادن

در این نظریه فرض بر این است که دو ستاره منفرد در نتیجه مواجه شدن اتفاقی در دام گرانش یکدیگر گرفتار می شوند و یک سیستم دوتایی تشکیل می دهند. چون در این فرآیند مقدار قابل توجهی انرژی آزاد می شود باید حداقل یکی از شرایط زیر فراهم باشد تا انرژی آزاد شده توسط آن جذب شود:

(۱) وجود جسم سوم

(۲) وجود محیط میان ستاره ای مانند گازهای یک خوشه جوان

(۳) دو ستاره خیلی به هم نزدیک باشند تا تأثیرات جذر و مدی انرژی آزاد شده را جذب نماید.

در مورد (۱) فاصله دو ستاره از هم خیلی زیاد و در مورد (۳) فاصله دو ستاره از هم

خیلی کم است. در مورد (۲) نیز حداکثر فاصله دو ستاره می تواند در حد شعاع خارجی قرص مواد

میان ستاره ای اطراف مولفه ها باشد. این نظریه می تواند بیان کند که چرا مولفه های یک سیستم

دوتایی می توانند هم سن نباشند و یا چرا اندازه حرکت زاویه ای مداری و اندازه حرکت وضعی

مولفه های برخی از سیستم ها هم راستا نیستند.

### ج) شکافت

هنگامی که یک پیش ستاره با ساختار قرصی شکل به سمت رشته اصلی پیش می رود،

سرعت چرخش ستاره به دور خودش مرتب زیاد می شود و نسبت انرژی دورانی به انرژی گرانشی

ستاره افزایش می یابد. وقتی که این نسبت به یک مقدار حدی می رسد ستاره تحت اثر ناپایداری هایی که به دلیل عدم تقارن شعاعی مواد آن به وجود می آید قرار گرفته و به دو ستاره تقسیم می شود که این دو ستاره مولفه های سیستم دوتایی را تشکیل می دهند، از آنجایی که در هر کدام از ستاره ها مقدار محدودی اندازه حرکت زاویه ای باقی می ماند ستارگان دوتایی نزدیک می توانند از این طریق به وجود آیند.

#### ۱-۴ تقسیم بندی سیستم های دوتایی

با توجه به روشهای مختلف آشکار سازی و دلایل فیزیکی، سیستم های دوتایی به ۶ گروه

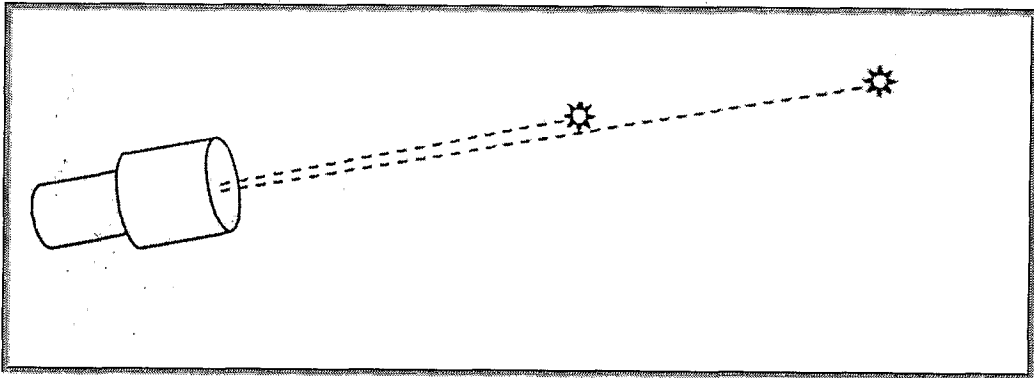
زیر تقسیم می شوند:

<b>Optical Binary</b>	(الف) دوتایی های ظاهری (نوری)
<b>Visual Binary</b>	(ب) دوتایی های مرئی (دیداری)
<b>Astrometric Binary</b>	(ج) دوتایی های اخترسنجی
<b>Spectroscopic Binary</b>	(د) دوتایی های طیف سنجی
<b>Composite spectrum Binary</b>	(ه) دوتایی طیفی مرکب
<b>Eclipsing Binary</b>	(و) دوتایی های گرفتی

که در ادامه به توضیح هر یک از گروه های ذکر شده می پردازیم.

## الف) دوتایی های ظاهری

دوتایی های ظاهری صرفاً به این دلیل که در آسمان تقریباً " در امتداد دید یکسان قرار گرفته اند نزدیک هم به نظر می رسند و به طور فیزیکی با هم در ارتباط نیستند. حرکات فضایی نامربوط آن ها به راحتی مشخص می کند که اعضای یک دوتایی فیزیکی نمی باشند. در شکل (۱-۱) یک دوتایی ظاهری فرضی نشان داده شده است.



شکل ۱-۱: یک دوتایی ظاهری. دو ستاره به این دلیل که تقریباً " در یک راستا قرار گرفته اند از دید ناظر به صورت "دوتایی" به نظر می رسند.

## ب) دوتایی های مرئی:

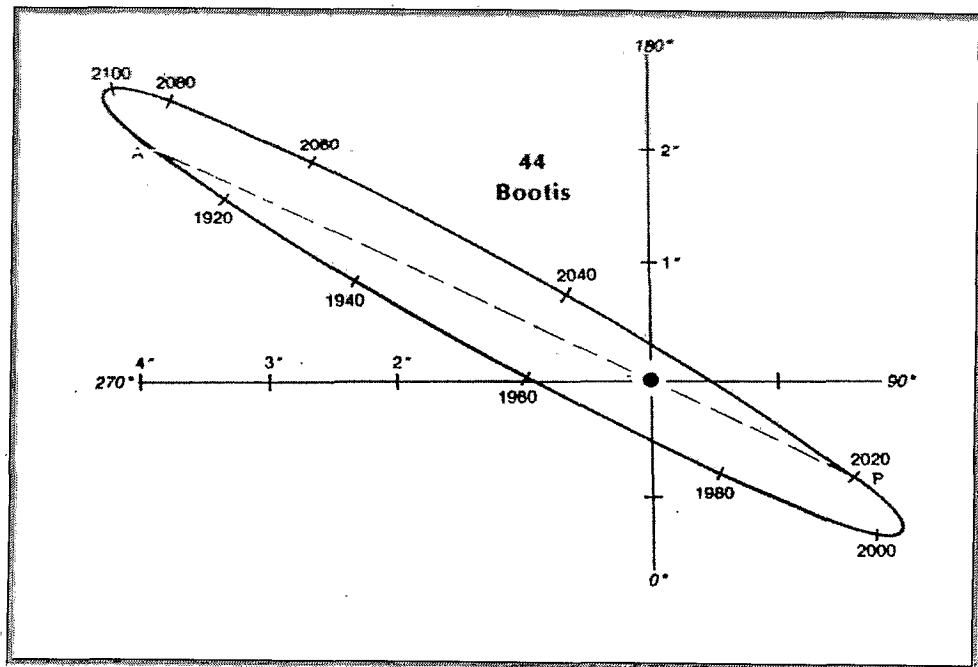
اگر در یک سیستم دوتایی فیزیکی، دو ستاره فاصله ای بیشتر از یک ثانیه قوسی داشته باشند، این ستاره ها توسط تلسکوپ در سطح زمین قابل تفکیک هستند و به آن ها دوتایی مرئی می گوئیم. بدیهی است که به واسطه فاصله زیاد دو ستاره در چنین سیستم دوتایی، سرعت مداری آن ها کم و دوره تناوب مداری آن ها بسیار طولانی است.

معمولاً دو عضو این سیستم روشنایی های نابرابر دارند و در این صورت ستاره درخشان تر را مولفه اصلی و ستاره کم نورتر را مولفه همگرد می نامیم.

تاکنون بیش از هفتاد و پنج هزار سیستم دوتایی مرئی کشف شده است اما مدار تعداد کمی از آن ها به صورت دقیق مشخص شده است. برای تعیین ویژگیهای مدار هر یک از آن ها به دلیل طولانی بودن دوره تناویشان به چند سال اندازه گیری نیاز است.

برای تعیین مدار چنین دوتایی هایی منجمین مکان ستاره ضعیف تر را نسبت به ستاره درخشان تر اندازه می گیرند. هر رصد، جدایی یا فاصله زاویه ای را می دهد. بعد از چند سال و یا شاید چند دهه، وقتی ستاره ضعیف تر یک دور کامل به دور ستاره درخشان تر می زند، تمام نقاطی که در این مدت رصد شده اند روی یک صفحه در یک دستگاه مختصات دو بعدی رسم می شوند. مرکز این دستگاه مختصات همان ستاره درخشان تراست و نقطه ها، مکان ستاره ضعیف تر نسبت به ستاره درخشان تر هستند. به این ترتیب یک منحنی هموار از طریق به هم پیوستن نقطه های مذکور به دست می آید که همان مدار ظاهری دوتایی های مرئی رصد شده است. در شکل (۱-۲) مدار ظاهری دوتایی مرئی Bootis ۴۴ نمایش داده شده است.

می دانیم که دو ستاره به دلیل نیروی گرانش متقابل بین آنها در یک مدار بیضوی به دور هم گردش می کنند، اما معمولاً ما مدار واقعی را نمی بینیم. زیرا صفحه مداری چرخش یک سیستم دوتایی ممکن است تحت هر زاویه ای نسبت به سطح آسمان مایل باشد. پس در حقیقت، مدار واقعی بیضوی به یک مدار ظاهری (که مشاهده می کنیم) تصویر می شود و کانون مدار



شکل ۱-۲: در این شکل مدار ظاهری سیستم دوتایی 44 Bootis نمایش داده شده است.

واقعی هم بر کانون مدار ظاهری منطبق نیست. با اندازه گیری میزان جابه جایی کانون اصلی نسبت به کانون ظاهری می توان زاویه میل مدار<sup>۱۵</sup> (زاویه بین راستای دید ناظر و خط عمود بر صفحه مدار واقعی چرخش) را تعیین کرد.

اکنون با تعیین مدار حقیقی دوتایی مرئی و با کمک قانون سوم کپلر می توان جرم هر یک از ستاره های عضو سیستم دوتایی را تعیین نمود.

شکل عمومی قانون کپلر به صورت  $(M_1 + M_2)p^3 = a^3$  (۱-۱) است که در آن

جرمهای  $M_1$  و  $M_2$  بر حسب جرم خورشید ( $M_\odot$ )، دوره تناوب مداری  $P$  بر حسب سال خورشیدی و نیم محور اصلی مدار حقیقی  $a$  بر حسب واحد نجومی (Au) است.

<sup>۱۵</sup> Inclination



با اندازه گیری حرکت هر مولفه نسبت به مرکز جرم سیستم و با کمک شکل عمومی

$$M_1 a_1 = M_2 a_2 \quad (3-1) \quad \text{و} \quad a = a_1 + a_2 \quad (2-1)$$

می توان جرم هر یک از مولفه ها را تعیین نمود. تاکنون با این روش ستاره دوتایی مرئی زیادی جرمهای معتبری را ارائه دادند.

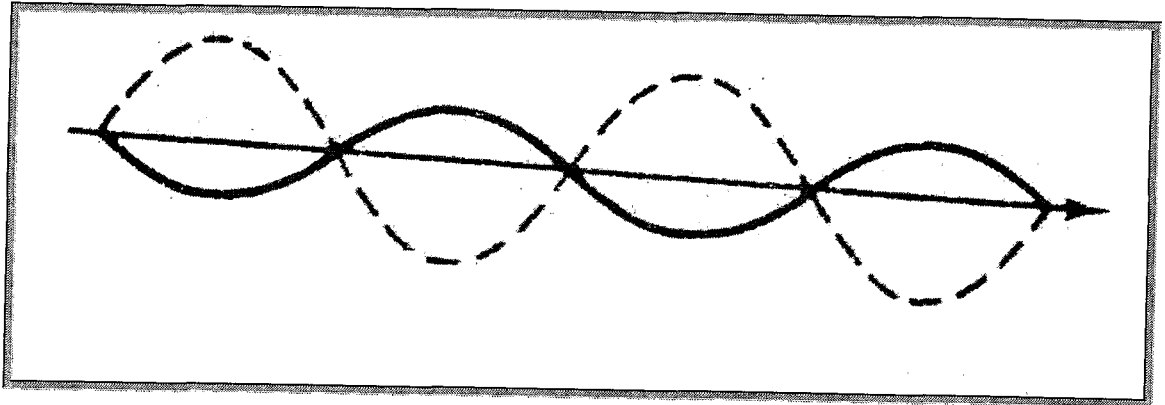
### ج) دوتایی های اخترسنجی

اخترسنجی شاخه ای از نجوم است که موقعیت اجرام را با دقت زیادی تعیین می کند. در یک دوتایی اخترسنجی ما فقط می توانیم مولفه درخشان تر را ببینیم، با این وجود وقتی که مسیرش را در آسمان دنبال می کنیم می بینیم که ستاره در امتداد یک مسیر مستقیم حرکت نمی کند بلکه حرکتی زیگزاک وار به این طرف و آن طرف دارد. این موضوع بدان معنی است که این ستاره دارای یک همگرد نامرئی است که بر اثر نیروی جاذبه گرانشی آن از مسیر مستقیمش منحرف می شود. در شکل (۳-۱) مسیر حرکت یک دوتایی اخترسنجی نمایش داده شده است. مسیر حرکت ستاره مشاهده شده با خط تیره پررنگ و مسیر حرکت همگرد نامرئی با خط چین مشخص شده اند. به روش اخترسنجی اولین کوتوله سفید، شعرای یمانی B<sup>۱۶</sup> توسط بسل<sup>۱۷</sup> در سال ۱۸۴۴ میلادی کشف شد و بعداً در سال ۱۸۶۲ میلادی توسط کلارک<sup>۱۸</sup> مشاهده گردید.

<sup>۱۶</sup>B-Sirius

<sup>۱۷</sup>Bessel

<sup>۱۸</sup>Clark



شکل ۱-۳: دوتایی اخترسنجی، دو ستاره مداری را حول مرکز جرم مشترکشان می پیمایند. نور ستاره ضعیف تر به حدی کم است که دیده نمی شود. بنابراین فقط می توان جابجایی ستاره درخشان تر را در امتداد مرکز جرم دید.

### د) دوتایی های طیفسنجی

اگر دو ستاره خیلی به هم نزدیک باشند یا در فاصله زیادی از خورشید قرار داشته باشند، دو عضو سیستم در تلسکوپ به صورت مجزا دیده نمی شوند، اما می توان خاصیت دوتایی بودن چنین سیستمی را به کمک طیفسنجی آشکار کرد. معمولاً اگر دو ستاره با فاصله ای کمتر از ۱Au و تندی شعاعی بیشتر از ۱km/se حول مرکز جرمشان دوران کنند سیستم ما از نوع طیفسنجی خواهد بود.

طیف یک دوتایی طیفسنجی خطوطی را ارائه می دهد که به طور متناوب بر حسب طول موج نوسان می کنند. اگر ستاره همگرد به قدری کم نور باشد که تصاویر طیفی اش مشخص نباشد یک دوتایی طیفسنجی تک خط داریم. دو ستاره با درخشندگی نزدیک به هم دو

مجموعه اشکال طیفی تولید می کنند که در جهات مخالف نوسان می کنند، چنین سیستمی را دوتایی طیف سنجی دو خطی می نامیم.

نوسانات خطوط طیفی را می توان با پدیده دوپلر تفسیر کرد. وقتی که ستاره در مدارش از ما دور می شود خطوط طیفی آن به سمت طول موج های بلندتر انتقال پیدا می کند و وقتی که ستاره به سمت ما می آید خطوط طیفی آن به سمت طول موج های کوتاهتر انتقال پیدا می کند. چون دو ستاره در صفحه مایل (با زاویه  $i$  نسبت به کره سماوی) حرکت می کنند، مولفه سرعت آن ها در امتداد خط دید باعث انتقال دوپلری در اشکال طیفی آنها می شود.

از فرمول جابجایی دوپلر داریم:

$$\Delta\lambda(t) = \lambda(t) - \lambda_0$$

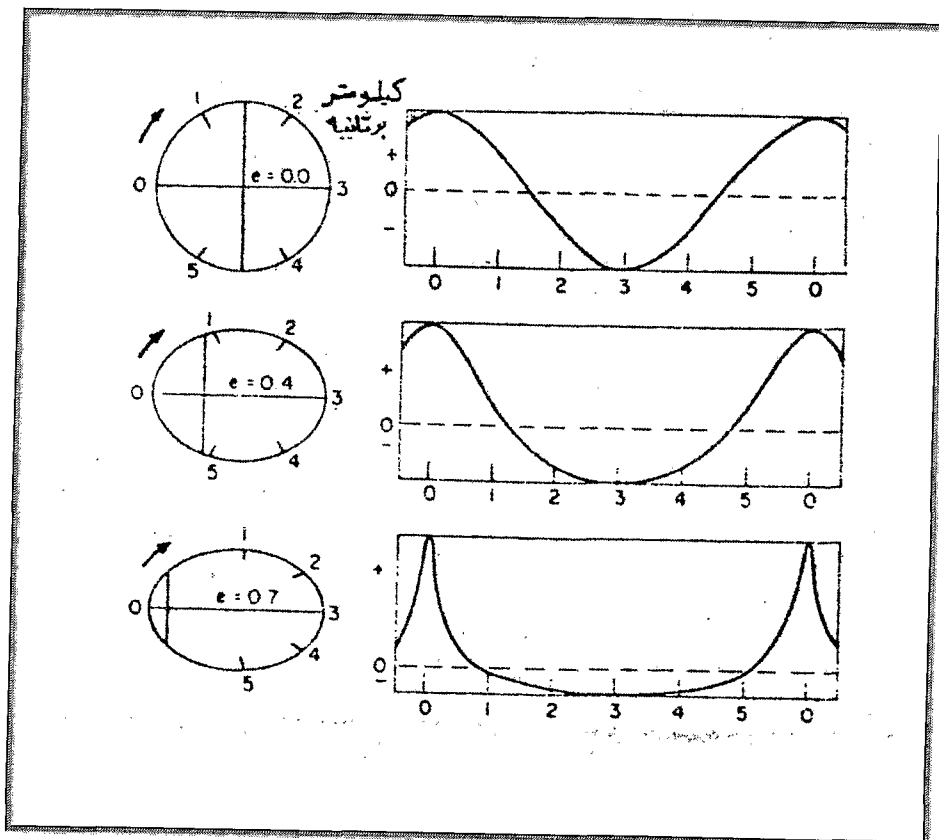
$$V_{(t)} = \left(\frac{c}{\lambda_0}\right)\Delta\lambda(t) \quad (km/s) \quad (4-1)$$

که در آن  $\lambda_0$  طول موج آزمایشگاهی یک شکل طیفی،  $\lambda(t)$  طول موج مشاهده شده،  $V_{(t)}$  تندی شعاعی ستاره (که برای دور شدن مثبت و برای نزدیک شدن منفی است) و  $c = 3 \times 10^5 km/s$  سرعت نور است.

با استفاده از اندازه گیری جابجایی دوپلری خطوط طیفی، می توان مولفه شعاعی سرعت ستاره در امتداد دید را به دست آورد. هرگاه این تندیهای شعاعی را به صورت تابعی از زمان رسم کنیم منحنی تندی حاصل می شود. منحنی های تندی دو مولفه بر حسب زمان نشان می دهند که چگونه مولفه های تندی ستاره ها در جهت امتداد دید نسبت به زمان تغییر می کنند. اگر مدارها

دایره ای باشند منحنی تندی منحنی های سینوسی متقارن بوده و در صورتی که مدارها دارای خروج از مرکز باشند منحنی های تندی نامتقارن می باشند.

در شکل ۴-۱ برای ناظری در صفحه مداری ( $i=90^\circ$ ) قرارداد مدارهای مختلف یک دوتایی مفروض همراه با منحنی سرعت آن نشان داده شده است.



شکل ۴-۱: نمودارها منحنی های سرعت شعاعی را برای مدارهای مفروض نشان می دهند.