



گروه فیزیک

مد چرخشی صوتی در پلاسمای غبارآلود مغناطیسی درون استوانه

پژوهشگر:

فائزه امینی

استاد راهنما:

جناب آقای دکتر بیژن فرخی

دانشگاه اراک

تابستان ۱۳۸۹

بسم ا... الرحمن الرحيم

مد چرخشی صوتی در پلاسمای مغناطیسی درون استوانه

توسط:

فائزه امینی

پایان نامه

ارائه شده به مدیریت تحصیلات تکمیلی به عنوان بخشی از فعالیت های تحصیلی لازم

برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته فیزیک

از

دانشگاه اراک

اراک-ایران

ارزیابی و تصویب شده توسط کمیته پایان نامه با درجه:

دکتر بیژن فرخی (استاد راهنما).....

دکتر غلامرضا نبیونی (داور مدعو داخلی).....

دکتر محمد الهی.....

تیر ۱۳۸۹

چکیده

مد چرخشی صوتی در پلاسمای غبارآلود مغناطیسی درون استوانه

بوسیله فائزه امینی

مد چرخشی صوتی یکی از انواع مدهای مهم پلاسما می باشد که در پلاسمای محصور در سیستم های استوانه ای با تقارن محوری دیده می شود. از آنجایی که در بسیاری از پروژه های آزمایشگاهی و تحقیقاتی پلاسما، وجود یک میدان مغناطیسی لازم است؛ بررسی نحوه ی تاثیر این میدان روی مد مربوطه ضروری به نظر می رسد. در این پایان نامه، سعی بر آن بوده است که مد چرخشی صوتی برای پلاسمای غبارآلود در حضور میدان مغناطیسی و به صورت خطی بررسی شود.

محاسبات ریاضی و تحلیل نمودارها نشان می دهد که حضور میدان مغناطیسی می تواند پتانسیل سیستم و نحوه توزیع چگالی ذرات غبار را دستخوش تغییر کند. هم چنین، میدان مغناطیسی فاکتور مهمی است که در رابطه پاشندگی مد چرخشی وارد شده و با تنظیم مقدار آن، می توان این رابطه را تغییر داد.

فهرست مطالب

عنوان

صفحه

فصل اول

مفاهیم اولیه

۲	۱-۱ مقدمه
۳	۲-۱ تعریف پلاسما
۴	۳-۱ تابع توزیع ذرات و مفهوم چگالی و دما
۶	۴-۱ درجه ی یونیزاسیون
۷	۵-۱ حفاظ دبای
۹	۶-۱ پارامتر پلاسما
۱۰	۷-۱ معادلات سیالی پلاسما
۱۳	۸-۱ نوسانات پلاسما
۱۵	۹-۱ پلاسمای مغناطیسی
۱۷	۱۰-۱ پلاسمای غبارآلود
۱۹	۱-۱۰-۱ روش پاشندگی ذرات غبار
۲۰	۲-۱۰-۱ روش صفحات موازی RF
۲۱	۳-۱۰-۱ غبار در دشارژ حرارتی DC
۲۲	۱۱-۱ باردار شدن دانه های غبار
۲۳	۱-۱۱-۱ پدیده ی فوتیونشی
۲۳	۲-۱۱-۱ گسیل گرمایونی
۲۳	۳-۱۱-۱ گسیل میدانی
۲۴	۴-۱۱-۱ گسیل الکترون ثانویه
۲۴	۵-۱۱-۱ برخورد الکترون ها و یون ها با ذرات غبار
۲۵	۱۲-۱ شبه خنثایی در پلاسمای غبارآلود
۲۶	۱۳-۱ طول دبای پلاسمای غبارآلود
۲۸	۱۴-۱ موج غبارصوتی

فصل دوم

مد چرخشی صوتی در پلاسمای غبارآلود مغناطیسی درون استوانه

۳۱	۱-۲ مقدمه
۳۲	۲-۲ مد چرخشی صوتی در پلاسمای غبارآلود غیر مغناطیسی
۳۹	۳-۲ مد چرخشی صوتی در پلاسمای غبارآلود در حضور میدان مغناطیسی
۵۱	۴-۲ نتیجه گیری

صفحه چکیده و صفحه عنوان به زبان انگلیسی

فهرست شکل ها

صفحه	عنوان
۸	شکل (۱-۱)- کاهش نمایی پتانسیل در حضور پوشش دبای
۲۰	شکل (۲-۱)- تولید پلاسمای غبارآلود به روش پاشندگی ذرات غبار
۲۱	شکل (۳-۱)- تولید پلاسمای غبارآلود به روش صفحات موازی RF
۲۲	شکل (۴-۱)- تولید یک پلاسمای غبارآلود به روش غبار در دشارژ حرارتی DC
	شکل (۱-۲)- نمودار پاشندگی $\tilde{\omega}-\tilde{k}$ در مد چرخشی، در حالت $\lambda > 0$ (غیرمغناطیسی) و
۴۴	در حالت $\lambda' > 0$ (مغناطیسی) برای مقادیر $\beta = 10$ و $\tilde{\omega}_{cd} = 0, 1, 1.5$
	شکل (۲-۲)- نمودار پاشندگی $\tilde{\omega}-\tilde{k}$ در مد چرخشی، در حالت $\lambda < 0$ (غیرمغناطیسی) و
۴۶	در حالت $\lambda' < 0$ (مغناطیسی) برای مقادیر $\beta = 10$ و $\tilde{\omega}_{cd} = 0, 1, 1.5$
	شکل (۳-۲)- توزیع چگالی ذرات غبار در مد چرخشی غیر مغناطیسی ($m = 0$) و $\lambda > 0$ و
۴۷	مد چرخشی مغناطیسی ($m = 0$) و $\lambda' > 0$
	شکل (۴-۲)- توزیع چگالی ذرات غبار در مد چرخشی غیر مغناطیسی ($m = 1$) و $\lambda > 0$ و
۴۸	مد چرخشی مغناطیسی ($m = 1$) و $\lambda' > 0$
	شکل (۵-۲)- توزیع چگالی ذرات غبار در مد چرخشی غیر مغناطیسی ($m = 2$) و $\lambda > 0$ و
۴۹	مد چرخشی مغناطیسی ($m = 2$) و $\lambda' > 0$
	شکل (۶-۲)- توزیع چگالی ذرات غبار در مد چرخشی غیر مغناطیسی ($m = 10$) و $\lambda > 0$ و
۵۰	مد چرخشی مغناطیسی ($m = 10$) و $\lambda' > 0$

فصل اول

مفاهيم اوليه

۱-۱ مقدمه

در این فصل به معرفی مفاهیم اصلی پلاسما و پلاسمای غبارآلود می پردازیم. چگونگی باردارشدن ذرات غبار و رفتار الکترون ها و یون ها در دماهای گوناگون نیز از جمله مفاهیم مورد بررسی در این فصل می باشد.

نام پلاسما نخستین بار توسط لانگموئر^۱ استفاده شد. وی در سال ۱۹۲۳ مشاهدات خود را در مورد نوسانات با دامنه کوچک در یک گاز به شدت یونیزه در فشار پایین، گزارش داد و ستون مثبت در لوله تخلیه الکتریکی را که محتوی الکترون، یون و ذرات خنثی بود پلاسما نام نهاد.

این حالت از ماده را به دلیل اینکه دارای رفتار منحصر به فردی می باشد و از روابط جامدات، مایعات و گازها تبعیت نمی کند حالت چهارم ماده می نامند. محدوده وسیع تغییرات دما، چگالی ذرات و دیگر ویژگی ها در پلاسما موجب شده است که پلاسما بیش از ۹۹ درصد مواد موجود در طبیعت را تشکیل دهد. پلاسما را می توان در بادهای خورشیدی، کمر بند ون آلن، یونسفر، رعد و برق، شفق قطبی، درون خورشید و سایر ستارگان، فضای بین سیارات، جو سیارات (مانند حلقه های زحل و ...)، دنباله دار ها و در بسیاری دیگر از نقاط روی کره زمین و خارج از جو زمین مشاهده کرد. از پلاسماهای ساخت دست بشر نیز می توان به لامپ تلویزیون، لامپ های نئون و فلورسنت، قوس های الکتریکی، یکسو کننده بخار جیوه، لیزر الکترون آزاد، انفجارها، موج های شوک قوی و شعله آتش اشاره کرد. در فیزیک حالت جامد، الکترون ها و حفره ها رفتاری شبیه پلاسما دارند که به آن پلاسمای حالت جامد گفته می شود. همچنین در لیزر الکترون آزاد از تزریق پرتو الکترونی به درون میدان مغناطیسی به کمک قوانین حاکم در پلاسما، شرایط تشدید را ایجاد کرده و امواج الکترومغناطیسی را به صورت لیزر

¹ Langmuir

تقویت شده از سیستم دریافت می کنند. به طور کلی پهنه وسیعی از تحقیقات فیزیک روی فیزیک پلاسما متمرکز شده است که عمدتاً به صورت زیر طبقه بندی می شوند:

پلاسمای آزمایشگاهی، اخترفیزیک، پلاسمای خورشیدی، پلاسمای حالت جامد، پلاسمای تولیدی توسط لیزر، همجوشی هسته ای کنترل شده، پرتو پلاسما و لیزر الکترون آزاد.

در سال های اخیر به دلیل کاربردهای زیاد پلاسما در مهندسی هوانوردی، الکترونیک، ژئوفیزیک، علم فضا و از همه مهم تر امکان توسعه تولید قدرت گرما هسته ای، علاقه به مطالعه پلاسما افزایش یافته است. اخیراً از نوعی پلاسمای غبارآلود¹ جهت تولید شبکه های کریستالی استفاده می شود که در محدوده جدیدترین کاربردهای پلاسما در قرن بیست و یکم به شمار می رود.

۲-۱ تعریف پلاسما

از آنجایی که پلاسما محدوده وسیعی از فضا و آزمایشگاه را شامل می شود، پیدا کردن تعریفی دقیق و جامع از آن کار بسیار دشواری است.

هر گازی با توجه به دمایی که دارد از اتم های یونیزه شده به صورت ترکیبی از یون های مثبت، یون های منفی، الکترون ها و ذرات خنثی تشکیل شده است؛ ولی باید توجه کرد که هر گاز یونیزه ای را نمی توان پلاسما نامید. یک تعریف مفید برای پلاسما چنین است:

پلاسما گازی شبه خنثی از ذرات باردار و خنثی است که رفتار جمعی از خود ارائه می دهد.

شبه خنثایی پلاسما به این معنا است که میانگین بار مثبت و منفی در آن، در حجم ماکروسکوپی و در زمان طولانی با یکدیگر برابر است؛ اگرچه ممکن است در حد میکروسکوپی این شرط برقرار نباشد.

¹ Dusty plasma

پلازما رفتار منحصر به فردی موسوم به رفتار جمعی نیز از خود نشان می دهد. به عبارت دیگر، ذرات پلازما به سبب نیروی کولمبی با برد بلند حتی در فواصل دور نیز روی یکدیگر اثر می گذارند. این خاصیت را که نیروی وارد بر ذرات علاوه بر شرایط موضعی به حالت پلازما در مناطق دور نیز بستگی دارد، رفتار جمعی^۱ می نامیم. چگالی ذرات n ، دما T ، تابع توزیع ذرات $f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ ، درجه یونیزاسیون α ، فرکانس پلازما، طول دبابی و پارامتر پلازما از مفاهیم اصلی پلازما محسوب می شوند که تغییر در آن ها موجب می شود که پلازما محدوده وسیعی از جهان پیرامون ما را شامل شود [۱].

۳-۱ تابع توزیع ذرات و مفهوم چگالی و دما

پلازما مجموعه ای از تعداد بی شماری ذرات متحرک برهم کنش کننده است. ذرات پلازما در هر زمان به طور آماری در مکان و سرعت خاصی توزیع شده اند. تابع $f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t)$ را که نشان دهنده چگونگی توزیع ذرات در فضای مکان و فضای سرعت می باشد؛ تابع توزیع می نامند. این تابع مهم ترین مشخصه آماری یک مجموعه است. تعداد ذراتی که در واحد حجم، در زمان t و در مکان \mathbf{r} بوده و مولفه های سرعت آن ها بین \mathbf{u} و $\mathbf{u} + d\mathbf{u}$ است؛ عبارت است از:

$$f(x, y, z; u_x, u_y, u_z; t) du_x du_y du_z \quad (۱-۱)$$

گازی که در تعادل حرارتی است دارای ذراتی با تمام سرعت ها است و محتمل ترین توزیع این سرعت ها به نام توزیع ماکسولی^۲ شناخته شده است. برای گازی که فقط در یک راستا حرکت می کند، توزیع ماکسولی یک بعدی به صورت زیر نوشته می شود:

$$f(u_x) = A \exp(-mu_x^2 / k_B T) \quad (۲-۱)$$

¹ Collective effect

² Maxwellian Distribution

که در آن $\frac{1}{2}mu_x^2$ انرژی جنبشی، k_B ثابت بولتزمان و T دمای گاز است.

$$k_B = 1.38 \times 10^{-23} J / ^\circ K$$

البته در حالت کلی تابع توزیع f به صورت ماکسولی نمی باشد و از رابطه ای به نام معادله ولاسوف^۱ تبعیت می کند. در صورتی که از برخورد میان ذرات صرف نظر شود:

$$\frac{df}{dt} = 0 \quad (۳-۱)$$

صفر شدن تغییرات تابع توزیع نسبت به زمان، به دلیل عدم تولید و یا نابودی ذرات در حجم مورد مطالعه است. با در نظر گرفتن برخورد میان ذرات، لازم است جمله $(\partial f / \partial t)$ به سمت راست معادله (۳-۱) افزوده شود. از طرفی با استفاده از مشتق زنجیره ای و با توجه به این که تابع f به هفت متغیر زمان، مکان و سرعت وابسته است؛ نهایتاً معادله ولاسوف را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \mathbf{u} \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{r}} + \frac{q_j}{m_j} (\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial f}{\partial \mathbf{u}} = 0 \quad (۴-۱)$$

چگالی n (تعداد ذرات در واحد حجم) چنین داده می شود:

$$n(\mathbf{r}, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{r}, \mathbf{u}, t) d\mathbf{u} \quad (۵-۱)$$

با استفاده از این رابطه، ثابت A در رابطه (۲-۱) به چگالی n مربوط می شود:

$$A = n \left(\frac{m}{2\pi k_B T} \right)^{1/2} \quad (۶-۱)$$

عرض تابع توزیع توسط ثابتی مثل T مشخص می شود که ما آن را دما می نامیم. برای درک صحیح معنای دما می توانیم انرژی جنبشی متوسط ذرات را در توزیع ماکسولی محاسبه کنیم:

$$E_{av} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} \frac{1}{2} mu^2 f(u) du}{\int_{-\infty}^{\infty} f(u) du} \quad (۷-۱)$$

^۱ Velasov equation

که با جایگزینی رابطه (۲-۱) در آن و انتگرال گیری خواهیم داشت:

$$E_{av} = \frac{1}{2} k_B T \quad (۸-۱)$$

نتیجه کلی این است که انرژی میانگین، به ازای هر درجه آزادی برابر $\frac{1}{2} k_B T$ است. با توجه به رابطه بسیار نزدیک T و E_{av} در فیزیک پلاسما، معمولاً دما را بر حسب واحدهای انرژی بیان می کنند. ضریب تبدیل عبارت است از:

$$1 \text{ ev} = 11600^\circ k$$

پلاسما می تواند در آن واحد دارای چندین دما باشد. اغلب اتفاق می افتد که یون ها و الکترون ها توزیع های ماکسولی جداگانه ای با دماهای مختلف T_e و T_i داشته باشند. این حالت با توجه به این که میزان برخوردهای بین خود یون ها یا خود الکترون ها از میزان برخوردهای میان یک یون و الکترون بیشتر است می تواند پیش بیاید. در نتیجه هر کدام از این انواع (یون ها و الکترون ها) می توانند در تعادل حرارتی مخصوص به خودشان باشند؛ ولی شاید پلاسما آن قدر باقی نماند تا این دو دما با هم برابر شوند.

۴-۱ درجه یونیزاسیون

نسبت چگالی ذرات باردار (n_i) به چگالی ذرات خنثی (n_n)، درجه یونیزاسیون نام دارد:

$$\alpha = \frac{n_i}{n_n} \approx 2.4 \times 10^{21} \frac{T^{3/2}}{n_i} \exp\left(-\frac{E_i}{k_B T}\right) \quad (۹-۱)$$

که در آن E_i انرژی یونیزاسیون گاز است. این معادله نخستین بار در سال ۱۹۲۰ توسط ساها^۱ فیزیکدان هندی ارائه شد.

با افزایش دما درجه یونیزاسیون تا زمانی که E_i تنها چند برابر $k_B T$ باشد؛ همچنان پایین خواهد بود. سپس، n_i / n_n به طور ناگهانی افزایش می یابد و گاز در حالت پلاسما قرار

^۱ Saha

می گیرد. افزایش بیشتر دما موجب کوچکتر شدن n_n از n_i می شود و نهایتاً پلاسما کاملاً یونیزه می شود.

۵-۱ حفاظ دبای^۱

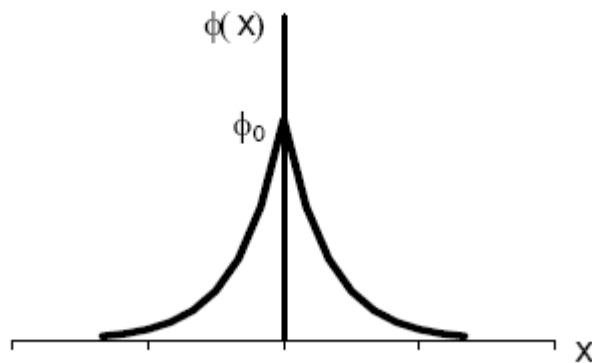
یکی از مشخصات اساسی رفتار پلاسما، توانایی آن برای ایجاد حفاظ در مقابل پتانسیل های الکتریکی است که از خارج به آن اعمال می شود. با ایجاد پتانسیل الکتریکی در پلاسما، الکترون ها و یون ها حرکت کرده و پوششی در مقابل آن ایجاد می کنند؛ به طوری که از فاصله دور این پتانسیل دیده نمی شود. برای مثال با وارد کردن دو گلوله باردار متصل به یک باتری و ایجاد یک میدان الکتریکی درون پلاسما، مشاهده می کنیم؛ بلافاصله ابری از یون ها اطراف گلوله منفی و ابری از الکترون ها اطراف گلوله مثبت را فرا می گیرند. اگر پلاسما سرد بوده و هیچ گونه حرکت حرارتی وجود نداشته باشد؛ تعداد بار موجود در ابر درست برابر با تعداد بار گلوله می شود. در این صورت عمل حفاظ کامل می شود و هیچ میدان الکتریکی ای در حجم پلاسما، در خارج از ناحیه ابرها وجود نخواهد داشت. از طرف دیگر، در دمای معین و محدود، ذراتی که در لبه ابر، یعنی در جایی که میدان الکتریکی ضعیف است، قرار داشته باشند؛ انرژی حرارتی کافی برای فرار از چاه پتانسیل الکترواستاتیکی پیدا می کنند. در این صورت لبه ابر در شعاعی واقع می شود که در آن انرژی پتانسیل تقریباً برابر انرژی حرارتی $k_B T$ ذرات است و حفاظ کامل نیست.

ضخامت این حفاظ را که پتانسیل در لبه های آن حدود $k_B T / e$ است؛ طول دبای (λ_D) می گویند و آن را از رابطه زیر به دست می آورند.

$$\lambda_D = \left(\frac{k_B T_e}{4\pi n_0 e^2} \right)^{1/2} \quad (10-1)$$

¹ Debye shield

در حضور پوشش دبای، پتانسیل به صورت نمایی کاهش می یابد و در $r = \lambda_D$ ، به $\frac{1}{e}$ مقدار اولیه خود می رسد (شکل ۱-۱).



شکل (۱-۱)- کاهش نمایی پتانسیل به دلیل پوشش دبای

بنابراین، پتانسیل در یک بعد به صورت زیر در می آید:

$$\varphi(x) = \varphi_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda_D}\right) \quad (11-1)$$

اگر ابعاد یک سیستم خیلی بزرگتر از λ_D باشد، در این صورت در هر جایی که تجمع موضعی از بار به وجود بیاید و یا پتانسیل های الکتریکی به دستگاه اعمال شوند؛ در مقابلشان حفاظی به شعاع λ_D تشکیل می شود. به گونه ای که خارج از این حفاظ، با تقریب خوبی تعداد الکترون ها و یون ها با هم برابر هستند؛ یعنی $n_i \approx n_e \approx n$ است که چگالی مشترک الکترون ها و یون ها در خارج از حفاظ دبای می باشد. البته این خنثی بودن به گونه ای نیست که بتوان از تمام نیروهای الکترومغناطیسی صرف نظر نمود.

با توجه به تعریف حفاظ دبای، می توان گفت که یکی از ملاک های پلازما بودن یک گاز یونیزه این است که چگالی اش آن قدر بزرگ باشد که λ_D بسیار کوچکتر از ابعاد سیستم (L) باشد و در نتیجه در قسمت اعظمی از پلازما شرایط شبه خنثی بودن برقرار باشد.

۶-۱ پارامتر پلازما

تصویری که در بخش قبل از حفاظ دبای ارائه شد؛ تنها در صورتی معتبر است که در ابر بار، تعداد کافی از ذرات وجود داشته باشند. بدیهی است که اگر در ناحیه حفاظ فقط چند ذره وجود داشته باشد؛ حفاظ دبای از نظر آماری مفهومی نخواهد داشت. بنابراین تعداد ذرات درون کره ای به شعاع λ_D باید عدد بزرگی باشد، یعنی:

$$N_D = \frac{4}{3} n \pi \lambda_D^3 \gg \gg 1 \quad (12-1)$$

عکس تعداد ذرات درون کره دبای

$$g = \frac{1}{N_D} \quad (13-1)$$

را پارامتر پلازما نامیده و فرض $g \ll \ll 1$ را تقریب پلاسمایی می گویند.

گاز مورد نظر باید به قدری یونیزه باشد که در آن برخورد میان ذرات باردار، از برخورد میان ذرات باردار و خنثی بیشتر باشد؛ در غیر این صورت حرکت ذرات بیشتر توسط نیروهای هیدرودینامیکی کنترل می شود تا نیروهای الکترومغناطیسی. به زبان ریاضی، اگر ω فرکانس نوسانات پلازما و τ زمان متوسط میان برخوردهای انجام شده با اتم های خنثی باشد؛ برای این که گاز نظیر یک پلازما رفتار کند، لازم است که $\tau > \frac{1}{\omega}$ یا $\omega\tau > 1$ باشد.

با توجه به این مفاهیم می توان پلازما را این گونه تعریف کرد:

پلازما گازی شبه خنثی از ذرات باردار و خنثی است که رفتار جمعی از خود ارائه می دهد و

شرایط زیر را داراست:

$$\begin{cases} \lambda_D \ll L \\ N_D \gg 1 \\ \omega\tau > 1 \end{cases}$$

۷-۱ معادلات سیالی پلاسما

چگالی یک پلاسمای نوعی ممکن است در حدود 10^{12} جفت یون-الکترون بر cm^3 باشد. اگر هر کدام از این ذرات، مسیر پیچیده ای را طی کند و پیگیری هر کدام از آن ها ضروری باشد، امیدی برای پیشگویی رفتار پلاسما وجود ندارد. خوشبختانه این پیگیری همیشه لازم نیست، زیرا بیشتر پدیده های پلاسما را که در آزمایش های واقعی مشاهده می شوند، می توان به وسیله مدلی که در مکانیک سیالات به کار برده می شود و در آن از هویت و رفتار یک ذره تنها صرف نظر شده و فقط حرکت عناصر سیال بررسی می شود، تشریح کرد.

در تقریب سیالی، پلاسما را متشکل از دو یا چند سیال به هم نفوذ کننده^۱ در نظر می گیرند. در ساده ترین حالت که فقط یک نوع یون وجود دارد، به دو معادله حرکت برای الکترون ها و یون ها نیاز داریم.

معادله حرکت برای یک ذره باردار در میدان های الکتریکی و مغناطیسی به صورت زیر است:

$$m \frac{d\mathbf{u}}{dt} = q \left(\mathbf{E} + \left(\frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B} \right) \right) \quad (14-1)$$

در یک سیال به شرطی که هیچ حرکت حرارتی و برخوردی وجود نداشته باشد، تمام ذرات با هم حرکت می کنند و سرعت متوسط آن ها، همان سرعت ذرات انفرادی (\mathbf{u}) می باشد. معادله سیال را می توان با ضرب کردن طرفین معادله (۱۴-۱) در چگالی n به دست آورد.

$$mn \frac{d\mathbf{u}}{dt} = qn \left(\mathbf{E} + \left(\frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B} \right) \right) \quad (15-1)$$

از طرفی عبارت $\frac{d\mathbf{u}}{dt}$ را می توان به صورت زیر نوشت:

¹ interpenetrating fluids

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} = \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \quad (۱۶-۱)$$

که در آن، اولین عبارت سمت راست، نمایانگر تغییر سرعت در نقطه ای ثابت از فضا است و دومین عبارت، تغییرات سرعت را از دیدگاه ناظری که همراه با سیال به ناحیه ای با سرعت متفاوت حرکت می کند، نشان می دهد.

با جایگزینی معادله (۱۶-۱) در معادله (۱۵-۱) داریم:

$$mn \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \mathbf{u} \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial x} \right) = qn \left(\mathbf{E} + \left(\frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B} \right) \right) \quad (۱۷-۱)$$

با افزودن نیروی گرادیان-فشار و تعمیم مسئله به حالت سه بعدی خواهیم داشت:

$$mn \left(\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + (\mathbf{u} \cdot \nabla) \mathbf{u} \right) = qn \left(\mathbf{E} + \left(\frac{\mathbf{u}}{c} \times \mathbf{B} \right) \right) - \nabla p \quad (۱۸-۱)$$

رابطه میان فشار p و چگالی ذرات، از معادله حالت ترمودینامیکی داده می شود و در بیشتر موارد از رابطه

$$\nabla p = \gamma k_B T \nabla n \quad (۱۹-۱)$$

استفاده می شود، که در آن γ نسبت گرماهای ویژه می باشد.

اگر گاز خنثایی وجود داشته باشد، سیال باردار از طریق برخوردها با آن مبادله اندازه حرکت می کند. کاهش اندازه حرکت در هر برخورد، متناسب با سرعت نسبی $u - u_0$ خواهد بود، که در آن u_0 سرعت سیال خنثی است. اگر τ ، زمان آزاد میانگین بین برخوردها، تقریباً ثابت باشد، عبارت مربوط به نیروهای حاصله به شکل زیر نوشته می شود:

$$f = \frac{-mn(u - u_0)}{\tau} \quad (۲۰-۱)$$

نیروی ناشی از برخورد ذرات را می توان به سمت راست معادله حرکت (۱۸-۱) اضافه کرد. البته برخورد میان ذرات باردار در اینجا منظور نشده است.

معادله پیوستگی، معادله دیگری است که در مدل سیالی به کار می رود. ریشه اصلی این معادله، قانون بقای جرم است. قانون بقای جرم ایجاب می کند که تعداد کل ذرات در واحد حجم ثابت باشد.

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(\delta m) &= 0 \\ \Rightarrow \frac{d}{dt}(n\delta V) &= 0 \end{aligned} \quad (21-1)$$

تغییر زمانی عنصر حجم δV را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\frac{d}{dt}\delta V = \delta V (\nabla \cdot \mathbf{u}) \quad (22-1)$$

بنابراین رابطه (21-1) به شکل زیر در می آید:

$$\frac{dn}{dt} + n \nabla \cdot \mathbf{u} = 0 \quad (23-1)$$

که با استفاده از تعریف مشتق کامل، نهایتاً داریم:

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \nabla \cdot (n\mathbf{u}) = 0 \quad (24-1)$$

با افزودن معادلات ماکسول به این معادلات، مجموعه کامل معادلات سیالی پلاسما را به صورت زیر خواهیم داشت:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi \sum_i n_i q_i \quad (25-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (26-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad (27-1)$$

$$\nabla \times \mathbf{H} = \frac{1}{c} \left(\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} + 4\pi \sum_i n_i q_i \mathbf{u}_i \right) \quad (28-1)$$

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} + \nabla \cdot (n_i \mathbf{u}_i) = 0 \quad (29-1)$$

$$m_i n_i \left(\frac{\partial \mathbf{u}_i}{\partial t} + (\mathbf{u}_i \cdot \nabla) \mathbf{u}_i \right) = q_i n_i \left(\mathbf{E} + \left(\frac{\mathbf{u}_i}{c} \times \mathbf{B} \right) \right) - \nabla p_i \quad (30-1)$$

$$p_i = C_i n_i^{\gamma_i} \quad (31-1)$$

که در آن زیرنویس i به نوع ذره اشاره می کند، \mathbf{H} شدت مغناطیسی، C یک ثابت و c سرعت نور است.

۸-۱ نوسانات پلاسما

اگر در یک پلاسما، الکترون ها از زمینه یکنواخت یون ها جابجا شوند، میدان های الکتریکی در چنان جهتی به وجود می آیند که با برگرداندن الکترون ها به مکان های اولیه شان، مجدداً پلاسما را به حالت خنثی بازگردانند. در اثر این تغییرات، الکترون ها از وضعیت اولیه خود تغییر مکان داده و با فرکانس مشخصه ای که به عنوان فرکانس پلاسما شناخته شده است، نوسان می کنند.

با فرض وجود نداشتن هیچ گونه حرکت حرارتی و میدان مغناطیسی در پلاسما و پذیرفتن فرضیات ساکن بودن یون ها و بی نهایت بودن ابعاد پلاسما می توان نوسانات پلاسما را در حالت یک بعدی به دست آورد. با استفاده از معادلات حرکت و پیوستگی الکترون ها و معادله پواسون داریم:

$$m_e n_e \left(\frac{\partial \mathbf{u}_e}{\partial t} + (\mathbf{u}_e \cdot \nabla) \mathbf{u}_e \right) = -en_e \mathbf{E} \quad (32-1)$$

$$\frac{\partial n_e}{\partial t} + \nabla \cdot (n_e \mathbf{u}_e) = 0 \quad (33-1)$$

$$\partial \mathbf{E} / \partial x = 4\pi e (n_i - n_e) \quad (34-1)$$

متغیرها را می توان به دو قسمت "تعادلی" (که با شاخص پایین صفر مشخص می شود) و "اختلالی" (که با شاخص پایین یک مشخص می شود) تقسیم کرد:

$$n_e = n_{e0} + n_{e1} \quad (35-1)$$

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{u}_{e0} + \mathbf{u}_{e1} \quad (36-1)$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 + \mathbf{E}_1 \quad (37-1)$$

از آنجایی که پلاسما را قبل از این که الکترون ها جابجا شوند، یک پلاسمای یکنواخت در حال سکون فرض کرده ایم:

$$\begin{aligned} \nabla n_{e0} = \mathbf{u}_{e0} = \mathbf{E}_0 = 0 \\ \frac{\partial n_{e0}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{u}_{e0}}{\partial t} = \frac{\partial \mathbf{E}_0}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (38-1)$$

بنابراین معادلات (32-1) و (33-1) و (34-1) به شکل زیر در می آیند:

$$m \frac{\partial \mathbf{u}_{e1}}{\partial t} = -e\mathbf{E}_1 \quad (39-1)$$

$$\frac{\partial n_{e1}}{\partial t} + n_{e0} \nabla \cdot \mathbf{u}_{e1} = 0 \quad (40-1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E}_1 = -4\pi e n_{e1} \quad (41-1)$$

و با این فرض که کمیات نوسان کننده، رفتار تناوبی دارند:

$$\begin{aligned} n_{e1} &= \hat{n}_{e1} \exp(i(kx - \omega t)) \\ \mathbf{u}_{e1} &= \hat{\mathbf{u}}_{e1} \exp(i(kx - \omega t)) \\ \mathbf{E}_1 &= \hat{\mathbf{E}}_1 \exp(i(kx - \omega t)) \end{aligned} \quad (42-1)$$

نهایتاً خواهیم داشت:

$$\omega^2 = \frac{4\pi e^2 n_{e0}}{m}$$

بنابراین فرکانس پلاسما عبارت است از:

$$\omega_p = \left(\frac{4\pi e^2 n_{e0}}{m} \right)^{1/2} \quad \text{rad / sec} \quad (43-1)$$

این فرکانس که تنها به چگالی پلاسما وابسته است، یکی از پارامترهای اساسی پلاسما است. به دلیل کوچک بودن مقدار m ، این فرکانس معمولاً بسیار بالاست. مثلاً در پلاسمایی با چگالی $n = 10^{18} m^{-3}$ ، مقدار ω_p برابر 9 GHz خواهد بود.

از معادله (43-1) درمی یابیم که هر گاه به هر صورت، نوسانی در پلاسما ایجاد شود، باید فرکانسی داشته باشد که تنها تابعی از چگالی است. هم چنین، می بینیم که فرکانس به k بستگی ندارد، در نتیجه سرعت گروه $d\omega/dk$ صفر است و آشفتگی منتشر نمی شود.